

Durée 4h

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la **clarté**, à la **précision** et à la **concision** de la **rédaction**. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un **stylo noir ou bleu foncé non effaçable** pour la rédaction de votre composition ; **d'autres couleurs, excepté le vert**, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les **schémas** et la **mise en évidence des résultats**.
- **Ne pas utiliser de correcteur.**
- **Numéroter** les copies : "i/nombre total".
- **Respecter les notations** de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la **numérotation de la question posée**.
- Écrire le mot **FIN** à la fin de votre composition.

La page 13 de ce sujet est à rendre avec la copie (document réponse).

Ex 1 : Chimie

Les différentes parties de cet exercice sont complètement indépendantes les unes des autres.

Données communes aux parties 1 et 2 :

Annexe 1. Constantes usuelles et approximations de calcul.

Constante de Faraday : $\mathcal{F} \approx 10^5 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Constante d'Avogadro : $N_A \approx 6.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Constante des gaz parfaits : $R \approx 8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Approximations : $\sqrt{3} \approx 1,8$ et $\sqrt{2} \approx 1,4$.

Annexe 2. Données numériques.

Volume molaire d'un gaz parfait à $T = 25^\circ \text{C}$ et $P = 1 \text{ bar}$: $V_m = 24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Numéro atomique : $Z(\text{B}) = 5$; $Z(\text{Fe}) = 26$ et $Z(\text{Ti}) = 22$.

Rayons métalliques : $R(\text{Fe}) = 125 \text{ pm}$ et $R(\text{Ti}) = 145 \text{ pm}$.

Rayon atomique de l'hydrogène : $R(\text{H}) = 35 \text{ pm}$.

Masses molaires : $M(\text{Zn}) = 65 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{glucose}) = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Annexe 3. Données thermodynamiques à 298 K (valeurs arrondies).

	$\text{Zn}_{(s)}$	$\text{O}_{2(g)}$	$\text{ZnO}_{(s)}$	$\text{H}_2\text{O}_{(l)}$
$\Delta_f H^\circ \text{ (kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$	0	0	-350	-300
$S^\circ \text{ (J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1})$	40	200	40	70

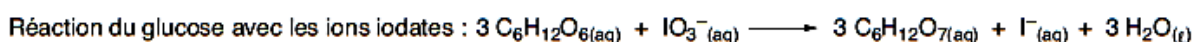
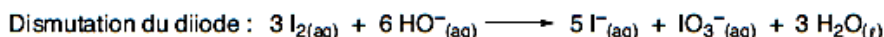
Potentiels redox standards à $pH = 0$: $E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$; $E^\circ(\text{ZnO}/\text{Zn}) = -0,43 \text{ V}$; $E^\circ(\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 0,08 \text{ V}$.

Partie 1. Energie du sportif

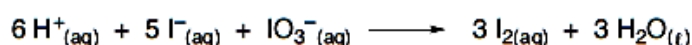
Le glucose, un sucre de formule brute $C_6H_{12}O_6$, est stocké chez les plantes sous forme d'amidon et chez les animaux sous forme de glycogène, qui peuvent être hydrolysés à tout moment pour redonner des molécules de glucose prêtes à être dégradées en fournissant de l'énergie dès que la cellule en a besoin. Nous allons nous intéresser au titrage du glucose dans un jus d'orange selon le protocole proposé dans le Document 1.

Document 1. Dosage du glucose présent dans du jus d'orange.

- Presser une demi-orange et filtrer sur Büchner sous pression réduite pour récupérer le jus.
- Diluer 5 fois le jus d'orange. Cette solution est nommée (S1).
- En se plaçant en milieu basique, oxyder le glucose présent dans $V_G = 20,0$ mL de la solution (S1) à l'aide de 20,0 mL de solution aqueuse de diiode de concentration $C = 5,00 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Dans cette étape il se produit deux réactions :



- Revenir en milieu acide pour reformer du diiode par une réaction de médiamutation :



- Titrer le diiode présent par une solution de thiosulfate de sodium à $0,100 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. On obtient un volume équivalent $V_{\text{eq}} = 8,8$ mL.

Q1 - Déterminer le nombre d'oxydation de l'iode dans les trois espèces qui ont pour formules I_2 , I^- et IO_3^- .

Q2 - Attribuer à chaque domaine A, B, C du diagramme potentiel-pH (E -pH) de l'iode (Figure 2, $C_{\text{tracé}} = 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ en élément iode) aux 3 espèces données dans la question précédente. Justifier.

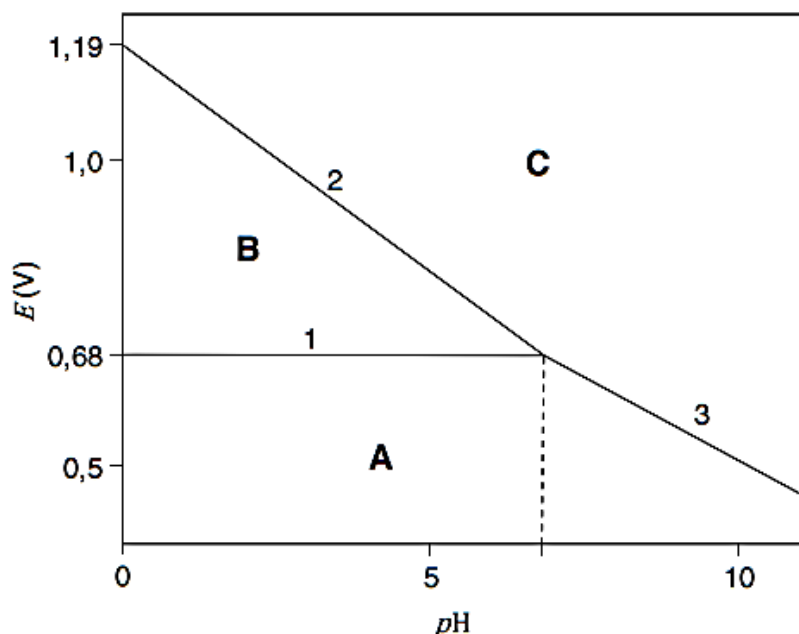


Figure 2. Diagramme potentiel-pH de quelques espèces de l'iode.

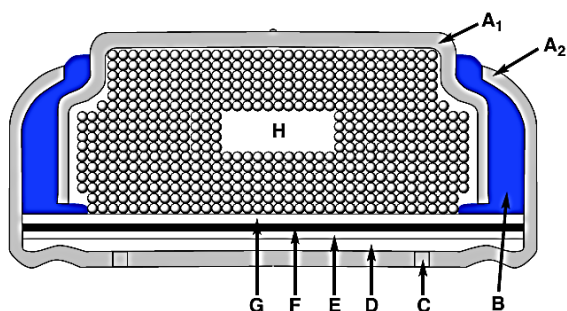
Q3 - Déterminer le coefficient directeur de la droite 2 à l'aide de la formule de Nernst.

Q4 - Écrire la réaction de titrage du diiode I_2 par les ions thiosulfate $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$. Comment repère-t-on l'équivalence du titrage ?

Q5 - Calculer la concentration massique en glucose dans un jus d'orange.

Partie 2. Piles zinc-air

Les piles zinc-air sont des accumulateurs tirant leur énergie de l'oxydation du zinc avec le dioxygène de l'air ambiant (Figure 1). Ces piles possèdent de hautes densités énergétiques et sont peu chères. Leur format varie des piles boutons pour les audioprothèses à des formats intermédiaires, pouvant être utilisés dans des appareils tels les caméras, jusqu'aux grands formats utilisables dans les véhicules électriques.

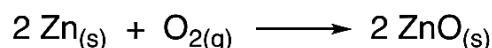


A₁ et A₂ : revêtements métalliques, B : joint isolant, C : orifice d'entrée d'air, D : membrane semi-perméable, E : dioxygène (air), F : membrane hydrophobe, G : séparateur, H : poudre de zinc et électrolyte (solution gélifiée de potasse).

Caractéristiques :

Force électromotrice : $e \approx 1,6 \text{ V}$.

Réaction de fonctionnement :



Masse de zinc dans la pile : 0,65 g.

Masse de la pile : 1,0 g.

Intensité de fonctionnement : 0,80 mA.

Tension de fonctionnement : 1,5 V.

Figure 1. Schéma et caractéristiques d'une pile bouton zinc-air.

Q6 - Identifier l'anode et la cathode de cette pile et déterminer la polarité de la pile. Justifier.

Q7 - Calculer la force électromotrice standard e° de cette pile à partir des valeurs des potentiels standards E° des couples redox.

Q8 - Calculer l'enthalpie libre standard $\Delta_r G^\circ$ de la réaction de fonctionnement de la pile à 298 K en utilisant les grandeurs thermodynamiques fournies (Annexe 3, page 1). En déduire la valeur de la constante K° de cette même réaction. Conclure.

Q9 - Calculer la valeur de la force électromotrice standard à l'aide de la valeur de $\Delta_r G^\circ$.

Q10 - Calculer la durée théorique pendant laquelle cette pile peut fonctionner sans être déchargée.

Q11 - Calculer l'énergie que peut fournir cette pile.

Partie 3. Raffinage du cuivre métallique

Il existe de nombreux minerais de cuivre. On rencontre des composés simples oxydés et souvent sulfurés comme Cu₂S, CuS, Cu₂O, CuO.

Données de la partie 3 :

Couple	Potentiels standard à 298 K
$\text{Ag}^+_{(aq)} / \text{Ag}_{(s)}$	0,80 V
$\text{Cu}^{2+}_{(aq)} / \text{Cu}_{(s)}$	0,34 V
$\text{Fe}^{2+}_{(aq)} / \text{Fe}_{(s)}$	-0,44 V
$\text{Zn}^{2+}_{(aq)} / \text{Zn}_{(s)}$	-0,76 V

Élément	S	Fe	Cu
M en g. mol ⁻¹	32,06	55,84	63,55

A l'issue d'un procédé d'hydrométallurgie ou de pyrométallurgie, le cuivre obtenu contient des impuretés métalliques : fer, zinc et argent.

On place un échantillon de cuivre impur dans une solution aqueuse de sulfate de cuivre acidifiée. Cet échantillon constitue une électrode (1) de potentiel E_1 .

L'autre électrode (2) de potentiel E_2 est constituée de cuivre déjà purifié.

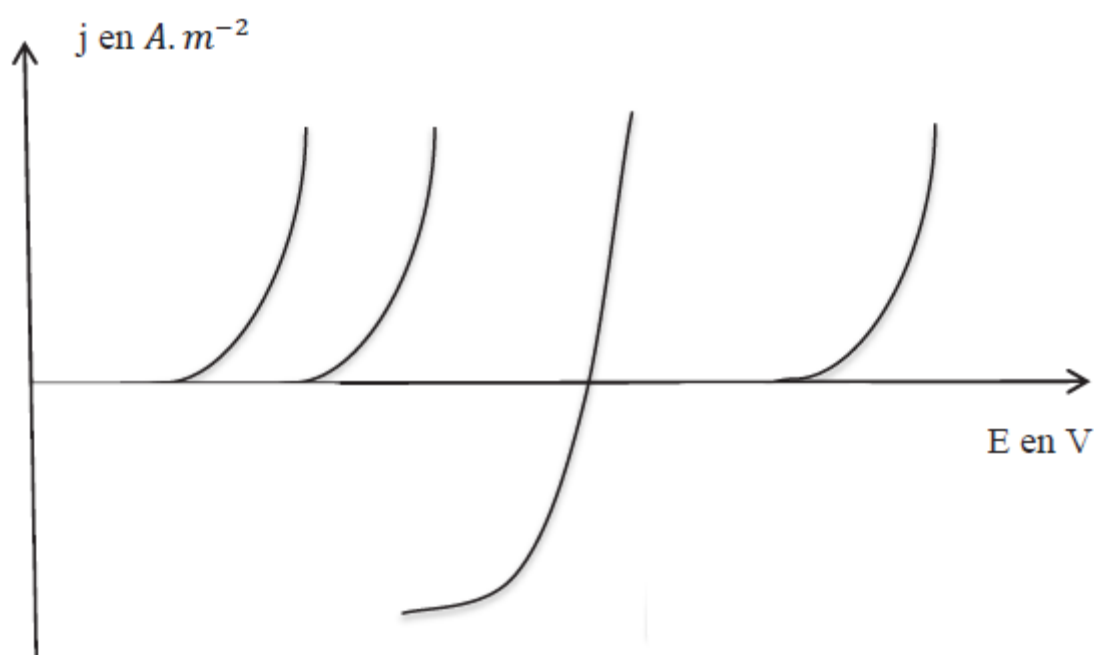
On impose alors une différence de potentiel $U = E_1 - E_2$ ($|U| < 0,4 \text{ V}$).

Il apparaît un courant électrique de densité $|j|$ de l'ordre de 300 A.m^{-2} .

En imposant cette tension U , le cuivre et certain(s) autre(s) métal(aux) de l'électrode (1) sont oxydés et passent en solution. D'autre(s) métal(aux) tombent alors progressivement au fond de la cellule d'électrolyse sous forme métallique et forment des boues solides qui seront séchées et valorisées.

Q12- Reproduire la figure ci-dessous et proposer sur celle-ci des équations pour les demi-réactions d'oxydoréduction dans le sens où elles se produisent.

Donner également l'ordre de grandeur des potentiels à courant nul.



Q13- La tension U est choisie de sorte que seul le cuivre se redépose sur l'électrode (2).

Préciser le signe de U . L'électrode (1) est-elle une anode ou une cathode ?

Q14- A l'issue d'une telle opération, on cherche à récupérer et valoriser le fer, le zinc et l'argent qui étaient contenus dans l'électrode (1).

Expliquer, pour chacun des trois métaux, si on le récupère sous forme métallique ou sous forme oxydée, et si on le récupère dans les boues solides de fond de cuve ou dans la solution électrolytique.

Q15- Exprimer la masse maximale de cuivre que l'on peut récupérer par heure de fonctionnement par mètre carré de surface d'électrode.

Ex 2 : Projet Hyperloop – Etude de la propulsion de la capsule

Le projet de transport commun terrestre Hyperloop¹ a été présenté en 2013. Son principe est de transporter des passagers à haute vitesse dans des capsules placées à l'intérieur d'un tube partiellement vidé pour réduire les frottements.

Ce projet étudie la possibilité de relier Los Angeles à San Francisco, villes californiennes distantes d'environ 600 km, en 35 minutes. Les passagers sont transportés dans des capsules, propulsées par un moteur à induction, qui se déplacent sur coussin d'air dans un tube à pression réduite. L'ensemble est alimenté par des cellules solaires disposées le long du tube. L'objet de cette partie est l'étude de la propulsion de la capsule.

Certaines données et formules sont données en fin de cette 1^e partie.

Il est prévu d'assurer les accélérations et freinages de la capsule par un moteur linéaire à induction. Ce moteur est constitué d'un stator, fixe par rapport au tube et produisant un champ magnétique variable et d'une partie mobile, appelée « rotor », solidaire de la capsule (cf figure 7). Dans ce moteur, le « rotor » ne suit pas un mouvement de rotation, mais un mouvement de translation dans la direction du tube.

A – Production du champ magnétique

Le champ magnétique est produit par des paires de bobines disposées de part et d'autre du rotor. En première approximation, on peut considérer que ces bobines sont assimilables à des solénoïdes infinis.

A.1) On considère un solénoïde infini, d'axe Oz , de rayon a , comportant n spires par unité de longueur, parcouru par un courant lentement variable d'intensité $i(t)$. On admet que l'on peut travailler dans le cadre de l'approximation des régimes quasi permanents. On considère que le champ magnétique créé à l'extérieur du solénoïde est nul.

a) Énoncer le théorème d'Ampère.

b) Établir l'expression du champ magnétique créé à l'intérieur du solénoïde. On notera B_0 le module de ce champ.

A.2) Pour produire le champ statorique, on dispose régulièrement le long du tube des paires de solénoïdes en inversant le sens du courant à chaque changement de paires de solénoïdes. Ce dispositif permet de créer un champ magnétique dirigé selon \vec{u}_z dont la représentation graphique est donnée figure 6.

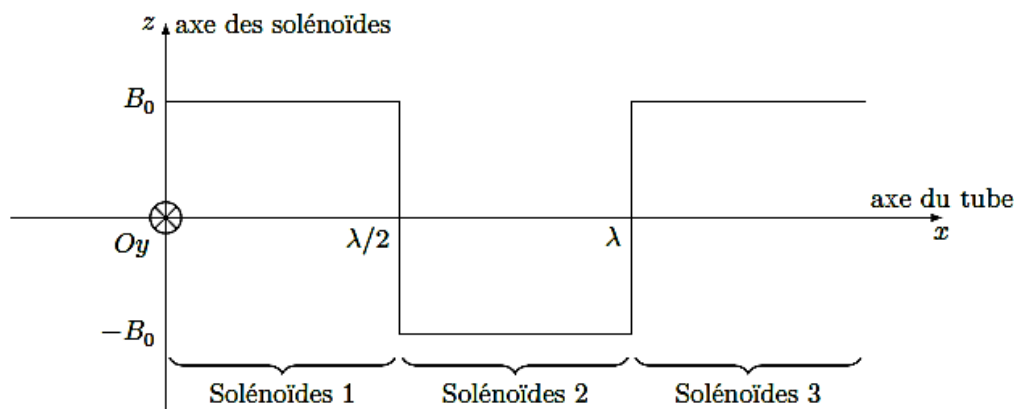


Figure 6

Le champ produit possédant une périodicité spatiale, il est possible de le décomposer en somme de fonctions sinusoïdales. En ne conservant que le premier terme de cette somme, on peut écrire $\vec{B}(x) = \frac{4B_0}{\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \vec{u}_z$. Le courant circulant dans les solénoïdes varie lentement de façon périodique $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$.

a) Exprimer $\vec{B}(x, t)$. On pourra poser $B'_0 = \frac{4\mu_0 n I_0}{\pi}$.

b) Montrer que $\vec{B}(x, t)$ peut s'écrire comme la superposition de deux ondes progressives circulant en sens inverse. Donner l'expression de ces deux ondes, préciser leur sens de propagation et leur vecteur d'onde.

¹ http://www.teslamotors.com/sites/default/files/blog_attachments/hyperloop_alpha3.pdf

A.3) Pour le moteur étudié, on doit éliminer l'onde progressant selon $-\vec{u}_x$. Pour cela, on va remplacer chaque paire de bobine par trois paires, décalées spatialement de $\lambda/3$ et alimentées par des courants déphasés de $2\pi/3$.

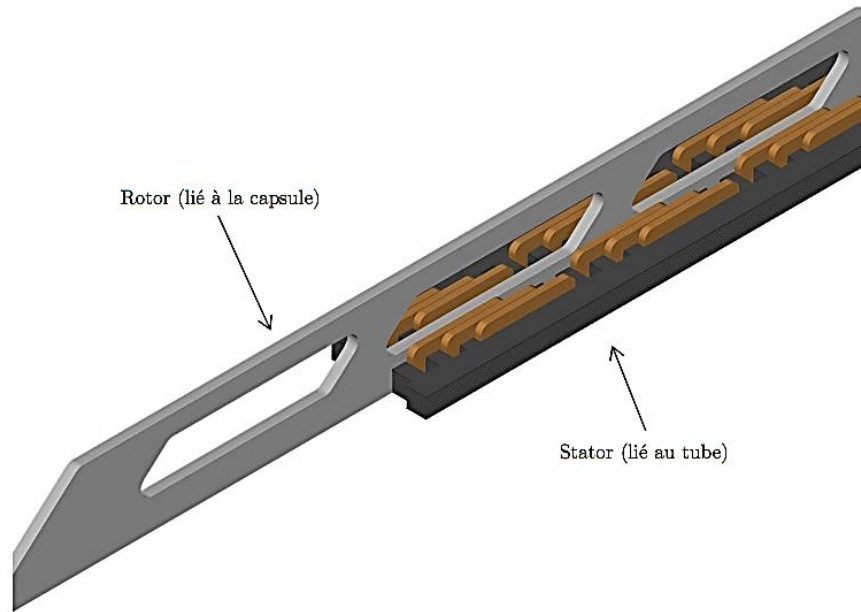


Figure 7 Moteur linéaire à induction

Le champ produit est alors la superposition des champs produits par les 3 paires et s'écrit

$$\vec{B}(x, t) = B'_0 \left(\cos(\omega t) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(x - \frac{\lambda}{3}\right)\right) + \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(x - \frac{2\lambda}{3}\right)\right) \right) \vec{u}_z$$

Montrer que le champ produit peut s'écrire :

$$\vec{B} = \frac{3B'_0}{2} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \omega t\right) \vec{u}_z$$

Caractériser ce champ.

B – Force s'exerçant sur le rotor

Le rotor, solidaire de la capsule, peut être modélisé par une spire filiforme carrée de côté $l \ll \lambda$ et de résistance R . Cette spire est située dans le plan Oxy de la figure 6 et se déplace à la vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ selon l'axe du tube. Initialement, le centre C de la spire est en $x = 0$.

B.1) En considérant pour cette question que le champ magnétique créé par le stator est uniforme à l'échelle de la spire, de valeur sa valeur en C , évaluer le flux de ce champ à travers la spire que l'on orientera préalablement sur un schéma.

B.2) Déterminer la force électromotrice induite e dans le rotor en tenant compte du choix d'orientation.

B.3) Déterminer l'équation électrique décrivant l'évolution du courant induit circulant dans le rotor. En déduire l'expression du courant induit $i(t)$ en régime sinusoïdal établi.

B.4) En conservant l'expression de $i(t)$ obtenue à la question précédente mais en ne considérant plus que le champ magnétique est uniforme à l'échelle de la spire, déterminer la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur le rotor ainsi que sa valeur moyenne.

B.5) La capsule peut-elle démarrer par l'action de cette seule force ?

B.6) Que faut-il faire si l'on souhaite freiner la capsule à l'aide de ce système ?

Données et formulaire

Trigonométrie

$$\sin(a + b) + \sin(a - b) = 2 \sin(a) \cos(b)$$

$$\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$$

$$\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$$

Ex 3 : Instrument de bord pour la communication

La plaisance, en tant que sport ou loisir, est pratiquée sur des bateaux à voile ou à moteur, sur des lacs ou sur la mer.

Contrairement aux bateaux de course ou aux bateaux à usage professionnel, les constructeurs de bateaux de plaisance ont mis l'accent sur le confort et la sécurité des plaisanciers.

Afin de pouvoir assurer les opérations de maintenance sur la coque d'un bateau, celui-ci est mis en cale sèche pour l'hiver. Au printemps, la plupart des plaisanciers remettent leur bateau à l'eau à l'aide d'un camion grue, puis vérifient tous les éléments de sécurité.

IV.1 - Communication

Pour les échanges radio, il est obligatoire d'avoir une radio VHF (Very High Frequency) utilisable sur plusieurs canaux. L'**annexe** fournit les fréquences et leur utilisation.

Dans cette partie, nous nous occuperons du Canal 16 de la VHF.

On assimilera l'air au vide.

Le bateau est équipé d'une VHF RAYMARINE VHF Fixe RAY 55E dont les caractéristiques sont données dans la **figure 9** :


Modèle VHF	Caractéristiques
 RAYMARINE VHF Fixe RAY 55E	<ul style="list-style-type: none">□ Alimentation : 12 V□ Puissance de sortie audio : 5 W - 4 Ohms□ Mode de fixation : sur étrier□ Taille et type d'écran : LCD 52 mm□ Puissance en émission : 25 W□ Consommation en veille : < 0,5 A□ Consommation à 25 W : < 6 A□ Dimensions : L 191 mm x H 93,8 mm x P 98 mm

Figure 9 - Présentation du modèle de VHF RAYMARINE
(D'après : <http://www.discount-marine.com/raymarine-vhf-fixe-ray-55e>)

Données	
Perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$	Pulsation $\omega = 2\pi f$ en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
Permittivité du vide : $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-7} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$	Longueur d'onde λ en m
Célérité de l'onde dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	

Q57. Déterminer un ordre de grandeur de la longueur d'onde de cette fréquence associée au Canal 16 de la VHF.

L'onde émise par la radio est de la forme $\vec{E} = E_0 \cdot \cos\left(\omega\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \vec{u}_y$ en prenant un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ tel que \vec{u}_x et \vec{u}_y soient parallèles au plan de la mer.

Q58. Qualifier cette onde. Plusieurs adjectifs sont attendus.

Q59. Quelle est la direction de propagation et quel est le sens de propagation de cette onde ?

Q60. Rappeler les équations de Maxwell dans le vide en l'absence de charges et de courant.

On rappelle la formule suivante : $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}$.

Q61. Déterminer l'équation de propagation du champ électrique \vec{E} .

Q62. Quelle relation doit exister entre c , ε_0 et μ_0 pour que cette onde satisfasse cette équation de propagation ?

Q63. Préciser le vecteur d'onde \vec{k} de cette onde émise.

Q64. Déterminer le champ magnétique \vec{B} associé à cette onde en fonction, entre autres paramètres et variables, de E_0 , k et de ω .

Q65. Exprimer, en fonction de E_0 , μ_0 et de c , le vecteur de Poynting \vec{P} associé à cette onde. Quelle est sa signification physique ?

Q66. Exprimer la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting en fonction de c , E_0 et de ε_0 .

ANNEXE

Tableau des canaux pour la VHF

Canal VHF	Fréquence en MHz	Commentaire
01	156,05	
02	156,100	
03	156,150	CROSS Centre Régional Opérationnel de Surveillance et de Sauvetage
04	156,200	CROSS
05	156,250	Autorités portuaires
06	156,300	Communication directe navire à navire
07	156,350	Marine Nationale
08	156,400	Communication de Navire à Navire
09	156,450	Capitainerie des ports de plaisance
10	156,500	Sémaphore de la Marine Nationale
11	156,550	Marine Nationale
12	156,600	Autorités Portuaires
13	156,650	CROSS (Interrogation des navires dans les 3 DST de la Manche) et Autorités portuaires
14	156,700	Autorités Portuaires
15	156,750	Surveillance des plages
16	156,800	CANAL D'URGENCE - APPEL DE DÉTRESSE - SÉCURITÉ
17	156,850	Marine Nationales et Autorités Portuaires
18	156,900	Écluses
19	156,950	Port : Annonces d'entrée, Régulation de trafic, Diffusion de consignes

Ex 4 : Etude de systèmes optiques

Les différentes parties de cet exercice sont complètement indépendantes les unes des autres.

Partie A : Lentille gravitationnelle

La détection des exoplanètes, planètes situées en dehors de notre système solaire, constitue l'un des domaines les plus fascinants et dynamiques de l'astronomie moderne. On étudie la possibilité d'obtenir une image détaillée d'une exoplanète située à une distance de 100 années-lumière du Soleil. On se ramène à une situation simplifiée : on considère deux points à la surface de l'exoplanète et on cherche à les distinguer ou à mesurer la distance qui les sépare.

Les données sont regroupées p.11.

Dans cette partie, on étudie la possibilité d'utiliser le Soleil comme lentille gravitationnelle pour former l'image d'une exoplanète. Il s'agit d'un projet exploratoire, proposé par Slava Turyshev (NASA Jet Propulsion Laboratory) et ses collaborateurs, qui a été sélectionné par la NASA pour son aspect prometteur.

Un astre massif tel qu'une étoile ou un trou noir crée un champ gravitationnel et courbe l'espace-temps selon les lois de la relativité générale. La présence de l'astre conduit à une déviation de la lumière – qui suit un chemin optimal (géodésique) dans l'espace-temps – et par suite au phénomène de lentille gravitationnelle.

Considérons un point A_0 d'une exoplanète situé à l'infini, derrière le Soleil de centre S . Il émet des rayons lumineux parallèles à l'axe optique défini comme la droite passant par A_0 et S . On admet que ces rayons sont déviés par le Soleil d'un angle :

$$\chi = \frac{2r_{\text{sch}}}{b}$$

où $r_{\text{sch}} = \frac{2GM_s}{c^2}$ est le rayon de Schwarzschild du Soleil et b le paramètre d'impact du rayon lumineux, c'est-à-dire sa distance à l'axe optique. Suite à sa déviation, ce rayon intersecte l'axe optique en un point F_b . La courbure des rayons due au Soleil est très faible : ainsi, il est possible de modéliser le rayon lumineux par deux demi-droites, comme sur le schéma de la figure 7 (qui n'est évidemment pas à l'échelle). Le Soleil y est représenté par un cercle et son centre par le point S .

Pour un rayon lumineux rasant le Soleil (tracé en gris épais), on peut considérer que $b = R_s$, avec R_s le rayon du Soleil. On note F_0 le point d'intersection de ce rayon avec l'axe optique et on l'appelle *foyer image gravitationnel du Soleil*.

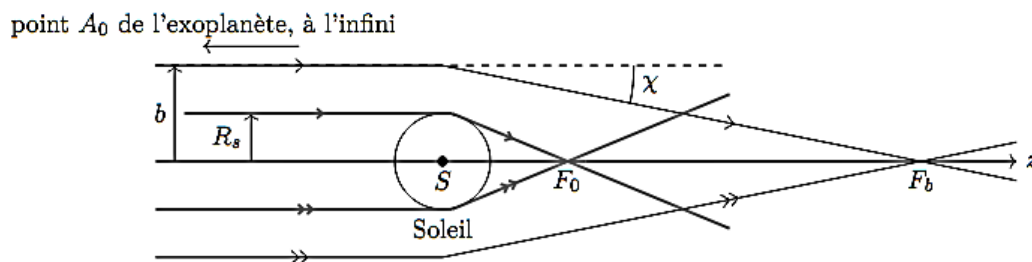


Figure 7

Q15. Exprimer la distance SF_b en fonction de r_{sch} et b . Calculer numériquement $z_0 = SF_0$. On exprimera cette distance en unités astronomiques et on la comparera au rayon de l'orbite de Neptune, qui est de 30 unités astronomiques.

Q16. Analyser la possibilité, pour un observateur situé entre S et F_b , d'exploiter l'effet de lentille gravitationnelle pour voir le point A_0 .

On décrit ce phénomène de déviation de la lumière comme une *lentille gravitationnelle*.

Q17. Comparer le devenir de rayons venant de l'infini, parallèles à l'axe optique, lorsqu'ils sont déviés par :

- une lentille mince en verre, utilisée en optique géométrique ;
- une lentille gravitationnelle.

Il est conseillé d'illustrer votre réponse à l'aide de schémas.

Un des intérêts principaux de cette lentille gravitationnelle est le grand pouvoir de résolution qu'elle permet d'obtenir, c'est-à-dire une grande capacité à distinguer des détails. Les questions qui suivent ont pour but de déterminer la distance minimale entre deux points de la surface d'une exoplanète que l'on peut discerner grâce à une lentille gravitationnelle.

On suppose que l'exoplanète se trouve à une distance de 100 années-lumières. On se place au point F_1 tel que $SF_1 = 600 \text{ au}$. Une image A_1 de A_0 se forme en ce point. On considère un deuxième point B_0 , situé à la surface de l'exoplanète, hors de l'axe optique. La lentille gravitationnelle solaire forme une image B_1 de B_0 dans le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par A_0 (voir figure 8a). On admet que les points B_0 , S et B_1 sont alignés.

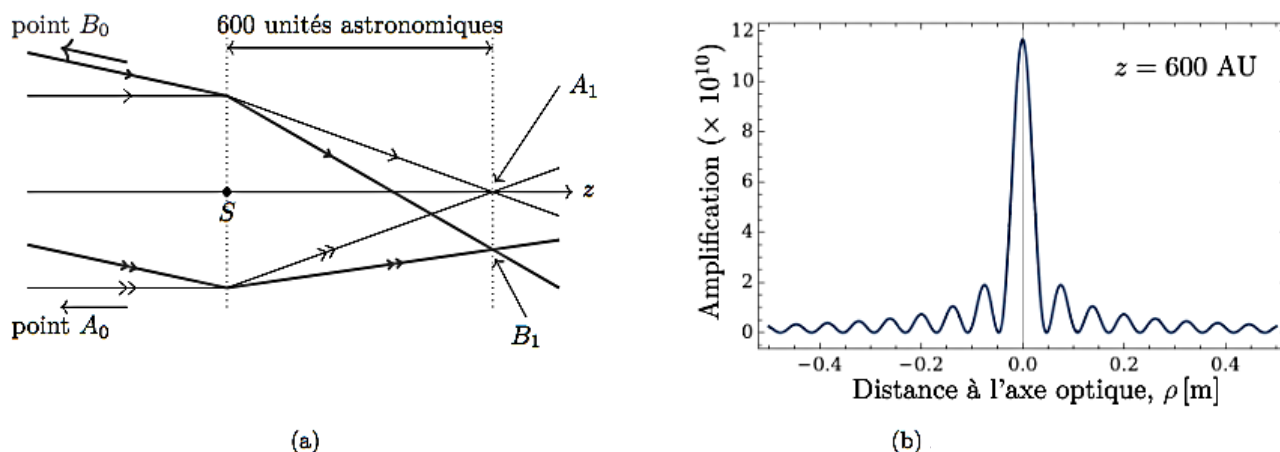


Figure 8

Q18. Exprimer la distance A_1B_1 en fonction de A_0B_0 , SA_0 et SA_1 .

En pratique, la lumière issue de A_0 ne converge pas exactement vers A_1 : on observe un étalement de la lumière au voisinage de ce point. La figure 8b montre l'intensité lumineuse en fonction de la distance à l'axe optique (l'ordonnée indique « Amplification » qu'on assimile à l'intensité lumineuse dans l'étude menée ici). On admet que la lumière issue de B_0 s'étaie avec le même profil d'intensité lumineuse autour du point B_1 .

Q19. Proposer, à l'aide de la courbe figure 8b, une valeur numérique pour ρ_{\min} , valeur minimale de la distance A_1B_1 telle que les taches centrales des intensités lumineuses autour de A_1 et B_1 ne se superposent pas.

Q20. Déterminer la valeur numérique de A_0B_0 correspondant à $A_1B_1 = \rho_{\min}$. Commenter.

Les images formées par cette lentille gravitationnelle solaire sont trop grandes pour être acquises d'un coup. Une sonde mesurerait donc point par point l'image.

On considère une sonde qui collecte de la lumière issue du point A_0 avec un télescope. Sur la figure 9, le schéma 9a représente la situation. La figure 9b est une illustration de l'image constituée par le télescope : la lumière qui a été déviée par la lentille gravitationnelle forme autour du Soleil un cercle qu'on appelle anneau d'Einstein.

On note D le diamètre du télescope et z la distance entre le centre du Soleil et l'entrée du télescope. En première approximation, le télescope capte tous les rayons qui ont un paramètre d'impact compris entre b et $b + D$.

Q21. Discuter la modification de l'anneau d'Einstein lorsque la sonde s'éloigne du Soleil.

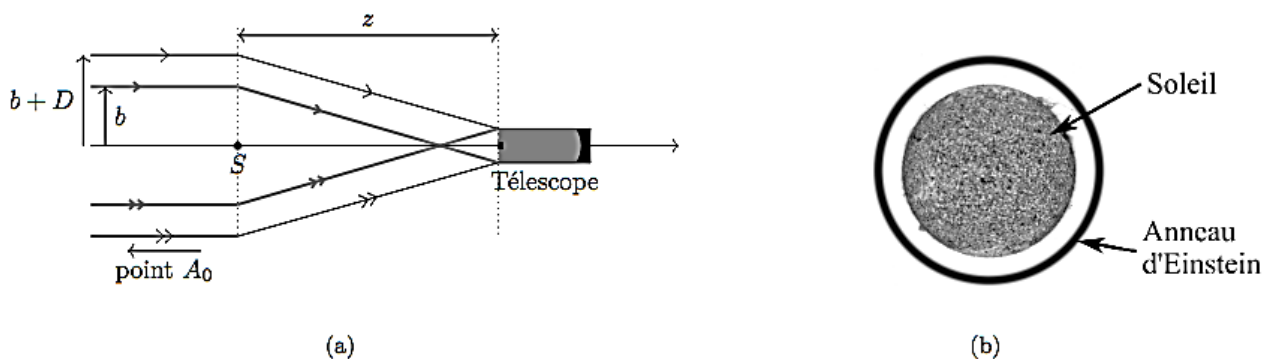


Figure 9

Un autre intérêt principal de la lentille gravitationnelle est qu'elle amplifie la lumière reçue. On peut le mettre en évidence à l'aide d'un calcul simple. On définit le facteur d'amplification de cette lentille par :

$$\mu = \frac{\text{puissance lumineuse issue de } A_0 \text{ collectée par le télescope avec la lentille gravitationnelle}}{\text{puissance lumineuse issue de } A_0 \text{ collectée par le télescope sans la lentille gravitationnelle}}.$$

Q22. Justifier que $\mu = \frac{8b}{D}$. Calculer numériquement μ pour un télescope situé en F_0 (donc pour $b = R_s$) et $D = 1,0$ m. Commenter.

Données numériques

Célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Année-lumière (al)	$1,00 \text{ al} = 9,46 \times 10^{15} \text{ m}$
Unité astronomique (au)	$1,00 \text{ au} = 1,50 \times 10^{11} \text{ m}$
Masse du Soleil	$M_s = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Rayon du Soleil	$R_s = 6,96 \times 10^8 \text{ m}$
Constante de gravitation universelle	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante de Planck	$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de Stefan-Boltzmann	$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Remarque : l'unité astronomique (symbole au) est une unité couramment utilisée en astronomie qui correspond approximativement à la distance entre la Terre et le Soleil.

Partie B : Caractérisation d'une lame de verre



Figure 5 - Lamelles d'épaisseur e .

Une lame transparente est caractérisée par son épaisseur e et l'indice n du milieu qui la compose. On cherche à caractériser ce dioptré dans le cadre de l'optique géométrique.

- II.1** Donner un ordre de grandeur de l'indice du verre.
- II.2** Rappeler les relations de Snell-Descartes à la réfraction.
- II.3** Effectuer un rapide tracé de rayon sur la figure A1 (document réponse) afin de trouver graphiquement la position de A' image de A par la lame.
- II.4** Effectuer, de même, un rapide tracé de rayon sur la figure A2 (document réponse) avec un point objet A virtuel.
- II.5** Montrer, par des considérations géométriques, que la relation de conjugaison qui relie A et A' est donnée dans les conditions de Gauss par :

$$\overline{AA'} = e \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

Partie C : Viseur

On étudie un viseur à frontale fixe (figure 6) constitué par :

- un objectif \mathcal{L}_2 de centre O_2 , de distance focale $f'_2 = 50 \text{ mm}$;
- un réticule gradué R_{oc} ;
- un oculaire modélisé par une lentille convergente \mathcal{L}_1 de centre O_1 et de distance focale $f'_1 = 50 \text{ mm}$.

On règle la lunette afin d'avoir, pour l'objectif, un grandissement transversal $\gamma_{ob} = \left(\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \right)_{ob} = -2$.

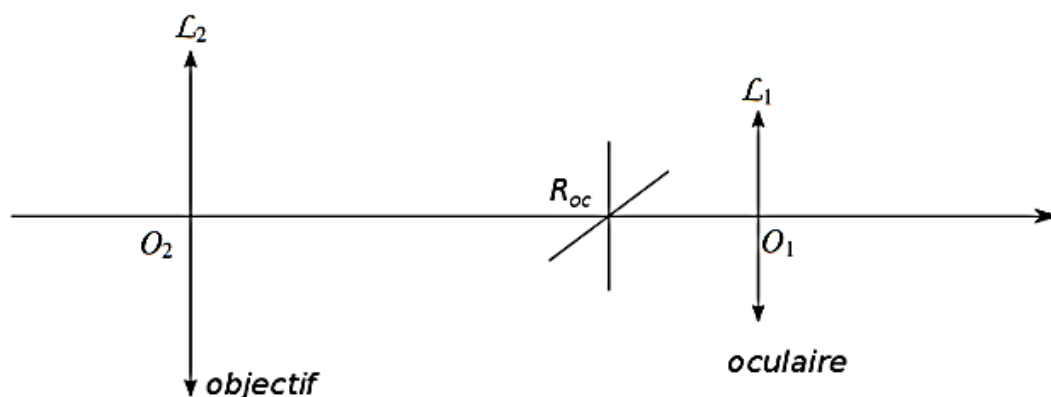


Figure 6 - Schéma d'un viseur à frontale fixe.

- II.6** Comment règle-t-on l'oculaire par rapport au réticule ?
- II.7** Préciser la position $\overline{F_2 A}$ de l'objet visé par rapport à l'objectif en fonction de γ_{ob} et f'_2 . On utilisera l'une des relations de grandissement (2). Faire l'application numérique.
- II.8** Déterminer l'encombrement $\overline{O_2 O_1}$ de la lunette en fonction de f'_1 , γ_{ob} et f'_2 . Effectuer l'application numérique.
- II.9** Valider vos résultats par un tracé de rayons justifiés sur la figure B (document réponse). Compléter la figure avec la présence du réticule R_{oc} et de la lentille \mathcal{L}_1 .
- II.10** Citer une application de ce type de viseur.

NOM :

Ex 4 :

Questions II.3 et II.4.

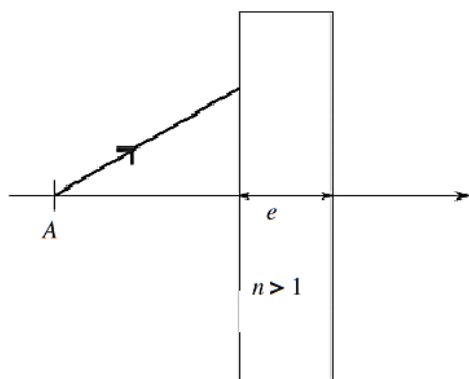


Figure A1

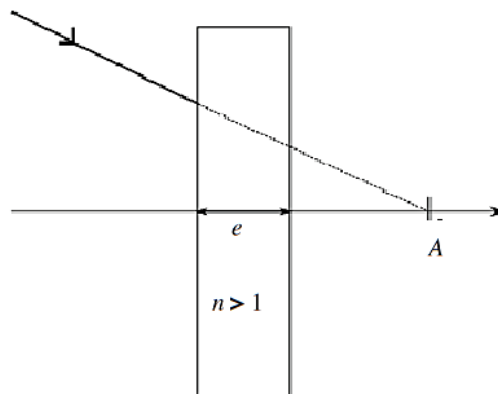


Figure A2

Question II.9

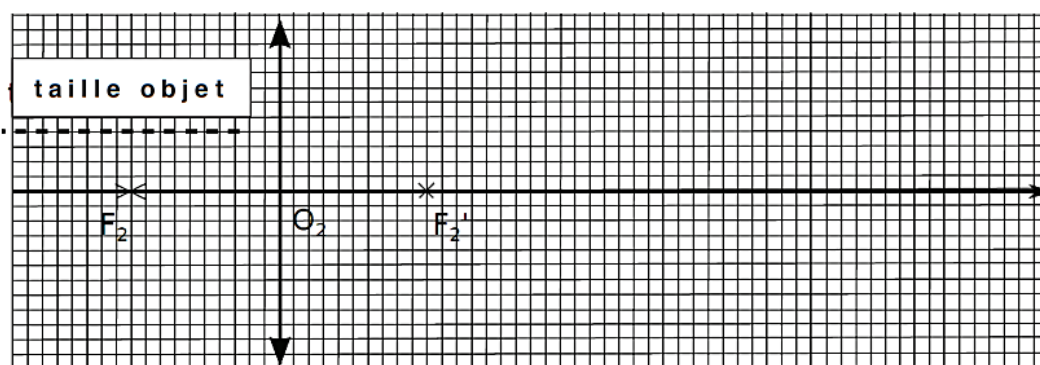


Figure B

- FIN DE L'ENONCE -