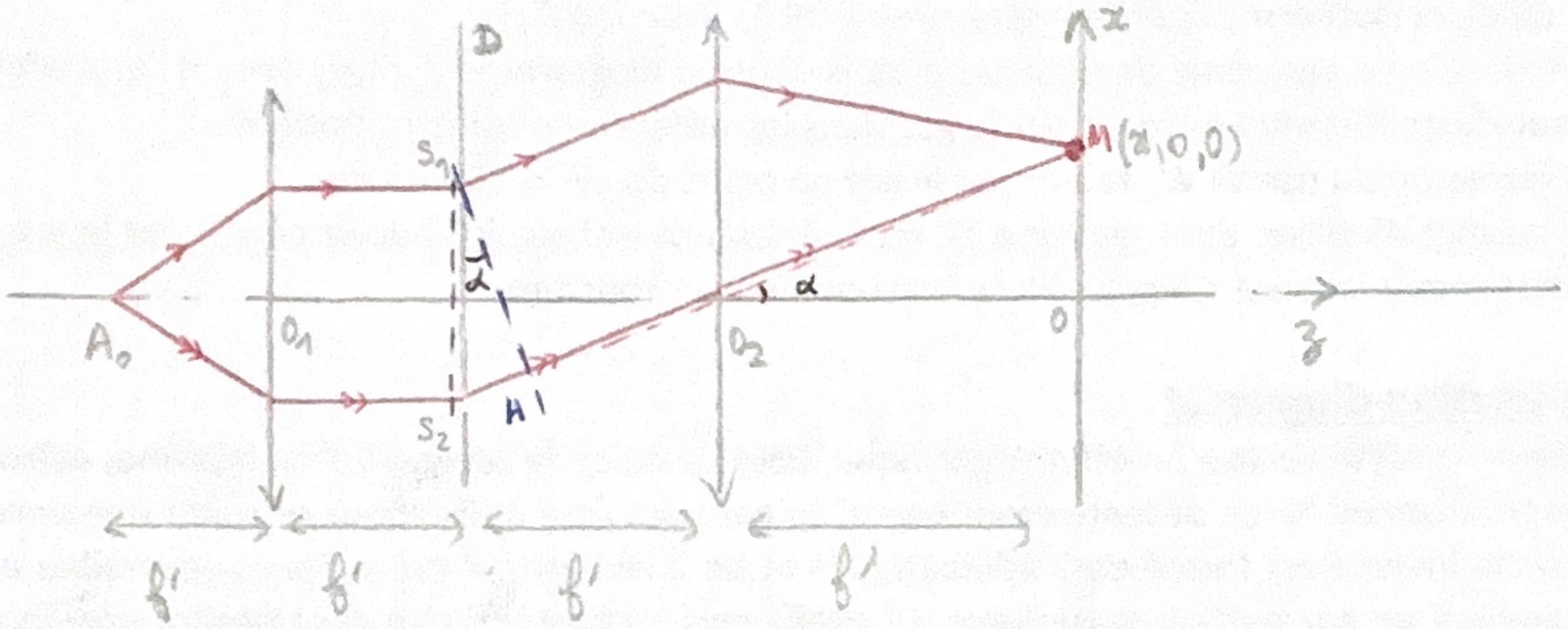
# Evolute de la fig. d'interférences

1).




$I = 2I_0(1+\cos(\Delta\varphi))$ $\quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot\delta$ $\quad \delta = (A_0M)_2 - (A_0M)_1$

$= \cancel{(A_0S_2)} + (S_2H) + \cancel{(HM)}$

$- \cancel{(A_0S_1)} + \cancel{(S_1M)}$

p.ê retour inverse lumière

Malus

prop surface d'onde

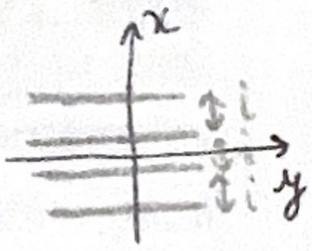
$\delta = S_2H \quad \sin\alpha = \frac{S_2H}{a} \simeq \alpha \simeq \tan\alpha = \frac{x}{f'}$

$= a\cdot\frac{x}{f'}$

$\Rightarrow \boxed{I = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot a\frac{x}{f'}\right)\right)}$

↳ franges d'interf. rectilignes $x = cste$

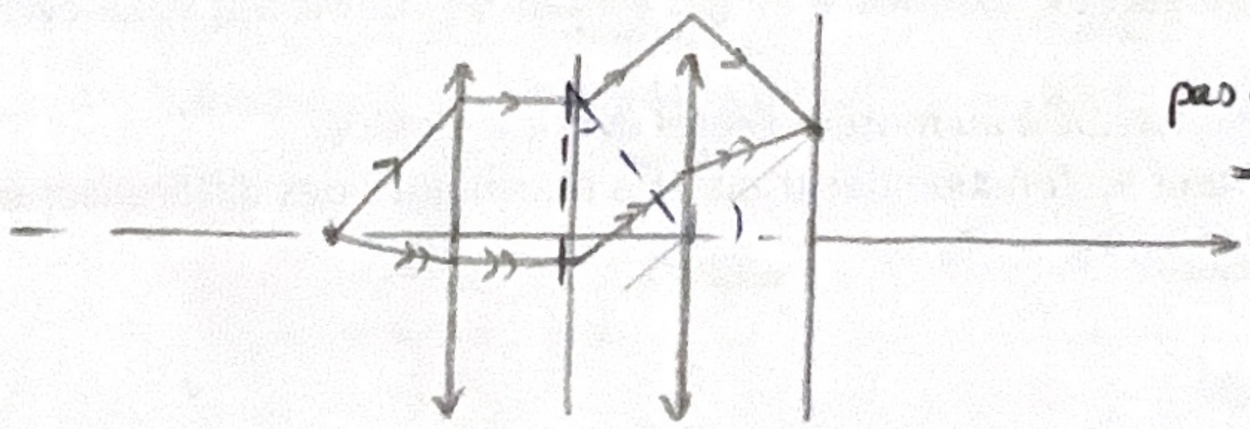
$\perp$ à $(S_1S_2)$




$i$ : $\quad \lambda_0 = a\cdot\frac{i}{f'} \Rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda_0 f'}{a}} = \frac{0{,}5.10^{-6}\times 1}{5.10^{-5}} = 10^{-7+5} = 10^{-2}m = \underline{1cm}$

2)-

①



pas de modif de $\delta$

⇒ pas de modif de la fig.

si translate des fentes suivant (Ox).

② rotate dans son plan ⇒ rotate fig. d'interf. franges $\perp$ à $(S_1S_2)$.

③ si a ↗ dilatate $\quad i$ ↘ ⇒ franges se resserrent (contracte)

3) déstr. $L_1 - (D)$ et $L_2 - (D)$. sans influence sur fig du moment que $\overline{A_0O_1} = f'$, $\overline{O_2A} = f'$

4). translate de $A_0$ → translate fig d'interférences (cf §B ch02). $\delta' = \delta + a\frac{x_0}{f'}$

si $x_0 > 0$ ⟶ vers les $x$ de $-x_0$ ↘

$A_0$ sur l'axe $p = 0$ en $x = 0$.

$A_0$ en $x_0 \neq 0$ $p' = 0 \Leftrightarrow \delta' = 0$

$\Leftrightarrow \frac{ax}{f'} + \frac{ax_0}{f'} = 0$

5). brouillage en s'éloignant de $x = 0$.

$i_i \neq$.

superpose de 3 fig. d'interférences cf §C ch02

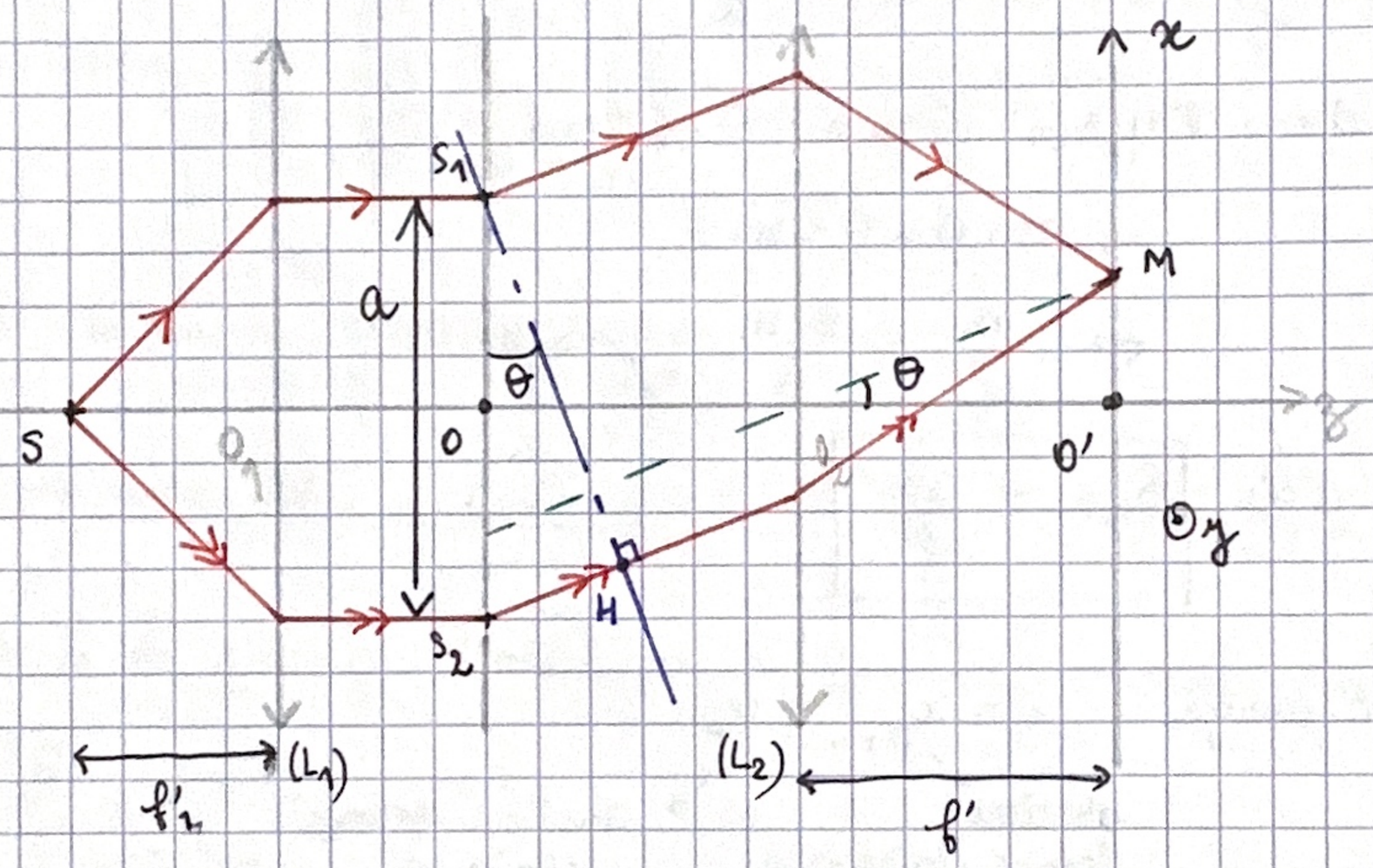
lumière blanche

2 "Lame de phase" ds le dispositif d'Young.

Source monochromatique
fente source selon (Oy)

fentes d'Young selon (Oy)

- Tracé de rayons dans l'appx de Gauss → rayons peu inclinés par / à l'a. θ ⇒ pb angles
" croisent $(L_1)/(L_2)$ près de $O_1/O_2$.




$S \xrightarrow{(L_1)} S'_\infty$
ds $PFO_1$

S sur l'axe optique
⇒ rayons émergeants de $(L_1)$ // à l'axe optique

On considère les 2 rayons qui passent par $S_1$ et $S_2$.

$M_\infty \xrightarrow{(L_2)} M$
ds $PFI_2$

objet dont l'image par $(L_2)$ est M.

direct° rayons incidents sur $(L_2)$ donnant $M_{0\infty}$
↳ déduire du rayon émergeant passant par $O_2$.

- Calcul de $\delta_{tot} = (SM)_2 - (SM)_1$

$= (SS_2) + (S_2M) - (SS_1) - (S_1M)$.

- $(SS_2) - (SS_1) = 0$ car plan des fentes d'Young = plan d'onde pour lumière incidente d'ap. th. de Malus

• p^e de retour inverse :

$$(MS_1) - (MH) = 0 \quad \text{car} \quad (S_1, \vec{S_1H}, \vec{u_y}) = \text{plan d'onde relatif à M}$$

↑ p^e de retour inverse. + th. de Malus

d'où $\boxed{\delta_{tot} = (S_2H) = S_2H}$ si pas de lame.

Géométrie : $\theta = \widehat{MO_2O'} = \widehat{HS_1S_2}$

$\tan\theta = \frac{x}{f'}$ $\sin\theta = \frac{S_2H}{a}$

dans l'app^x de Gauss $\theta \ll 1$ rad

$\Rightarrow \tan\theta \simeq \theta \simeq \sin\theta$

$\Leftrightarrow \frac{x}{f'} \simeq \frac{S_2H}{a} \Leftrightarrow S_2H = a\frac{x}{f'}$

d'où $\boxed{\delta_{tot} = \frac{ax}{f'}}$

• Interfrange $i = x_{p+1} - x_p$

$x_{p+1}$ : abscisse frange claire (p+1) ; $x_p$ : abscisse frange claire (p).

$\frac{ax_p}{f'} = p\lambda_0$ et $\frac{ax_{p+1}}{f'} = (p+1)\lambda_0$

d'où $\boxed{i = \frac{\lambda_0 f'}{a}}$

AN : $i = \frac{0,6.10^{-6} \times 1,0}{1.10^{-3}} = 0,6.10^{-3}\ m = 0,6\ mm$

Rq : pour ↑ l'interfrange → ① visible à l'œil nu ] ⇒ ↑ la distance focale image de $(L_2)$. sans modifier a

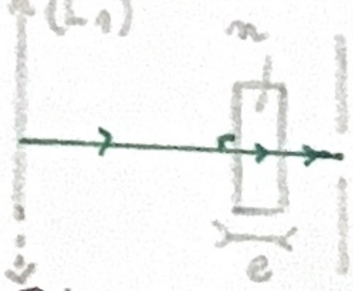
2)• En un point M de l'écran, on a une différence de marche $\delta'(M)$ qui peut s'écrire en fct de $\delta(M)$ :

↳ en l'absence de la lame

↳ en présence de la lame

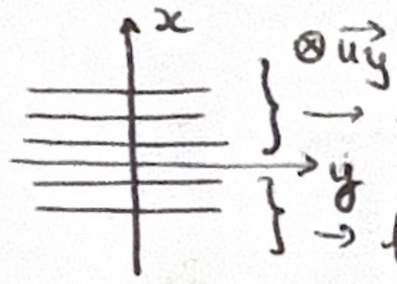
$$\delta'(M) = (SM)_2 - (SM)_1) = (SM)_2 - \underbrace{\left[(SM)_1 - 1\times e + n e\right]}_{\text{en présence de la lame, la lumière traverse une épaisseur e d'indice n à la place d'une épaisseur e d'air d'indice 1.}}$$

↳ c'est la seule ≠ avec l'abs. de lame




$\Leftrightarrow \delta'(M) = \underbrace{\delta(M)}_{=\frac{ax}{f'}} - (n-1).e$

En l'absence de lame




→ franges tq $x>0 \Rightarrow \delta>0$

→ franges tq $\delta<0$.

En présence de la lame $\delta'(0) = -\underbrace{(n-1)}_{>0}.e < 0$

Les franges ont donc défilé du bas vers le haut : translaté selon $+\vec{u_x}$.

• On s'intéresse à la frange d'ordre $p=0$. On note $x_0'$ son abscisse en p⁼ de la lame:

$\Leftrightarrow \frac{a x_0'}{f'} - (n-1)e = 0 \times \lambda_0$

$\Leftrightarrow \frac{a x_0'}{f'} = (n-1)e$

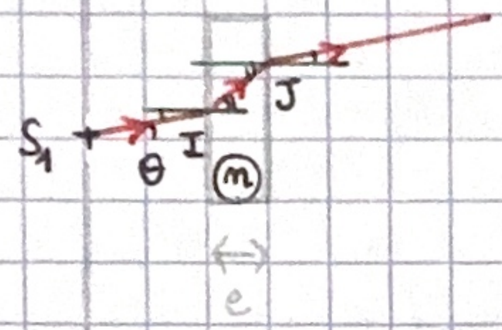
$\Leftrightarrow \boxed{x_0' = \frac{f'}{a}.(n-1).e}$ AN: $x_0' = \frac{1,0}{1.10^{-3}} \times (1,5-1) \times 9,01 . 10^{-3} = 5.10^{-3}$ m

$= 5$ mm

→ translaté de 5mm vers le haut de la fig. d'interférences

3). Rajout de la lame après $S_1$ :

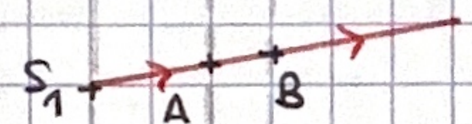
- détail rayon après $S_1$ :




- réfrac° en I et en J.
- au final rayon émergent // au rayon incident

$(\sin\theta = n \sin i_1 = \sin i_0')$

sans la lame




avec la lame $\delta_{tot}' = (SM)_2 - (SM)_1' = \delta_{tot} - (-AB + n\,IJ)$

dans les cote de Gauss $\theta \ll 1$ rad $\Rightarrow$ incidence quasi normale sur la lame

$\Rightarrow i_1 \simeq \theta$

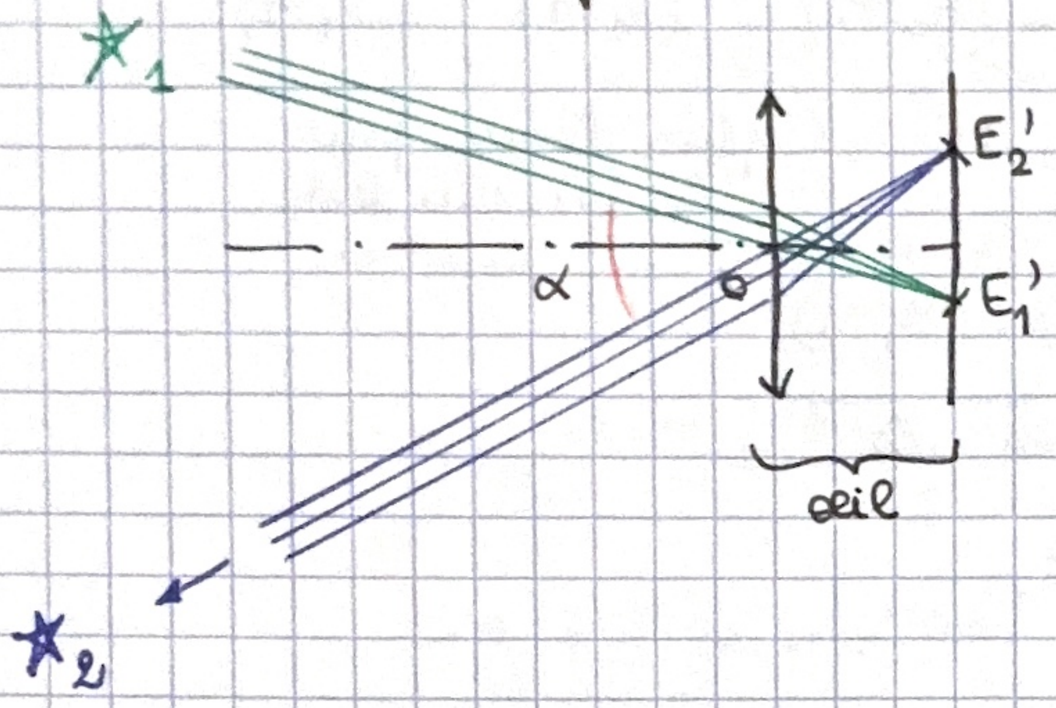
$\Rightarrow IJ \simeq AB \simeq e$

d'où $\boxed{\delta_{tot}' = \frac{ax}{f'} + e - ne = \frac{ax}{f'} + e(1-n).}$

# Principe de l'interférométrie stellaire.

TD optique
3/

$\alpha$ : écart angulaire entre les 2 ★




Rappel de limite de résolution angulaire de l'œil :
$E_1$ et $E_2$ discernables ssi $\alpha > 1'$ d'arc $\simeq \frac{1°}{60} \simeq 3.10^{-4}$ rad

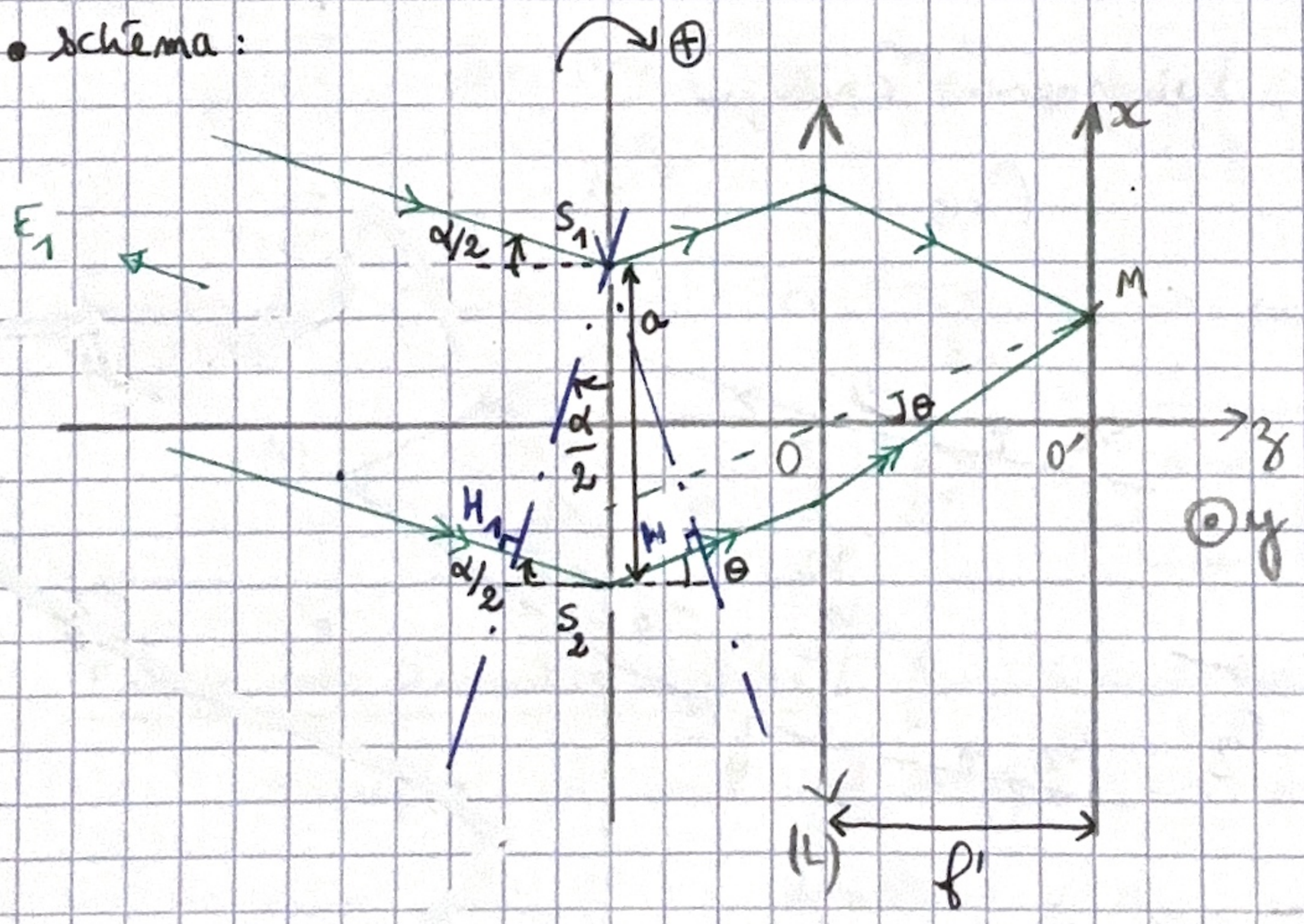
i.e $E_1'$ et $E_2'$ sur 2 | cônes / bâtonnets ≠.

1). [éclairement dû à chq étoile.
↳ D = intensité]

2 sources ponctuelles incohérentes. ⟶ rejoint la note de cohérence spatiale.

Etude pour 1 étoile :

- schéma :




3)

On considère les 2 rayons issus de $E_1$ et qui passent par $S_1$ ou $S_2$

$M_{0_\infty} \xrightarrow{(L)} M$
↑ objet dont l'image est M par (L).
ds PFI de (L)

• calcul de $\delta_{tot} = (E_1M)_2 - (E_1M)_1$

$= (E_1S_2) + (S_2M) - (E_1S_1) - (S_1M)$

$= \cancel{(E_1H_1)} + (H_1S_2) - \cancel{(E_1S_1)} + (S_2M) - (S_1M).$

car $(H_1, \vec{H_1S_1}, \vec{u_y}) =$ plan d'onde pour la lux. incidente

$= H_1S_2 + \underbrace{(S_2M) - (S_1M)}_{\text{idem ex 2}}$

$\simeq \underbrace{\frac{\alpha}{2} \cdot a}_{\downarrow \text{car}} + \frac{ax}{f'}$

triangle $S_1H_1S_2$ rectangle en $H$ : $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{H_1S_2}{a}$ et $\frac{\alpha}{2} \ll 1$ rad

$\Rightarrow H_1S_2 \simeq \frac{\alpha}{2} \cdot a$

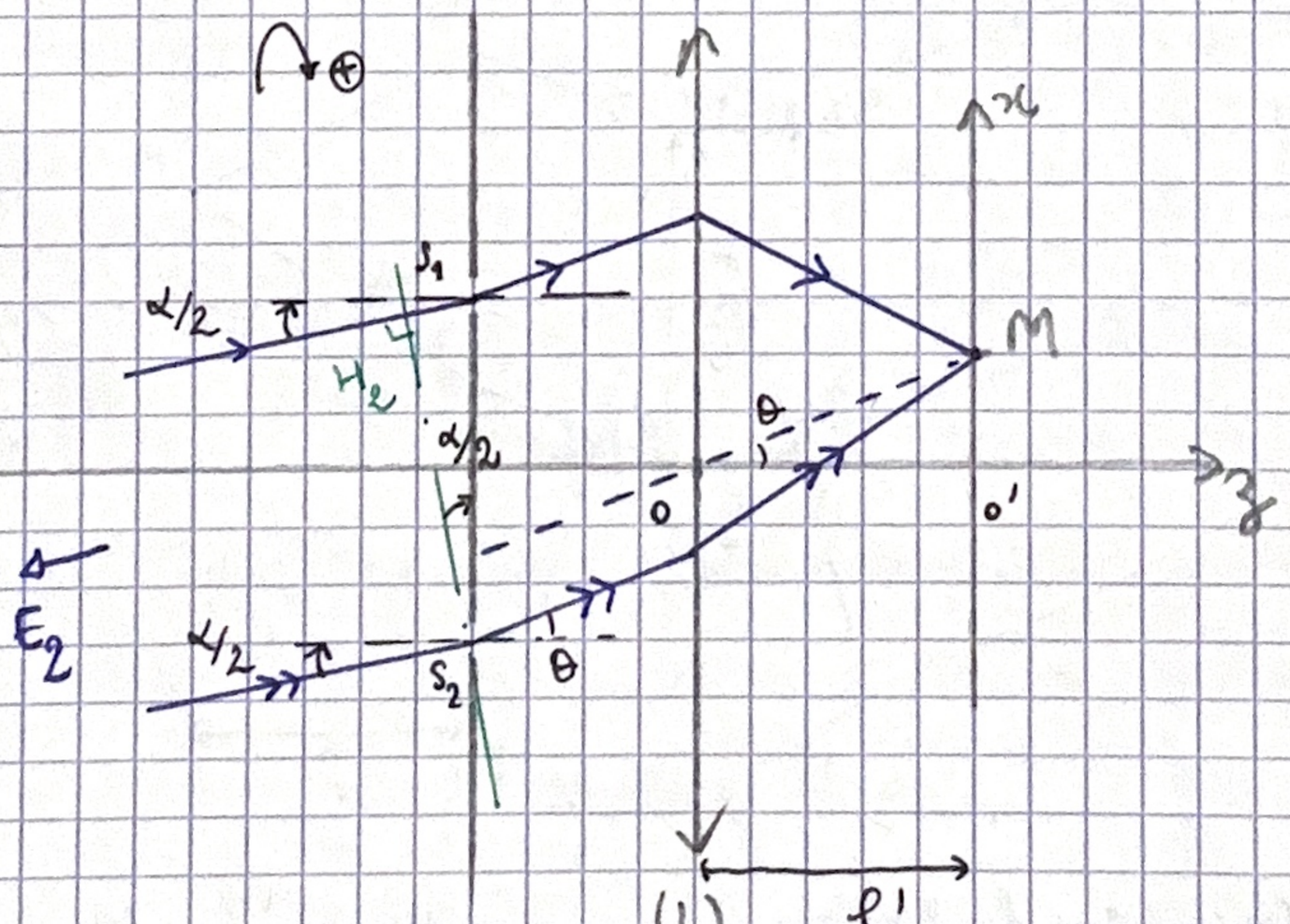
• Formule de Fresnel :

$$I_1(M) = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_0 + 2\sqrt{\mathcal{E}_0 \cdot \mathcal{E}_0} \cdot \cos(\Delta\varphi(M))$$

avec $\Delta\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \delta_{tot} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot a\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right)$

d'où $I_1(x) = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right)\right)\right)$

Pour l'étoile $E_2$, raisonnement analogue




Chemin optique ⊕ important en $E_2$ et $S_1$ qu'entre $E_2$ et $S_2$ ($\perp^t$ à $E_1$).

$\Rightarrow \delta_{tot} \simeq -\frac{\alpha}{2}a + \frac{ax}{f'}$

$\Rightarrow I_2(x) = 2\mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(-\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right)\right)\right)$

2). • Ondes incohérentes

$\Rightarrow I(x) = I_1(x) + I_2(x)$

$\Leftrightarrow I(x) = 2\varepsilon_0\left(2 + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right)\right) + \cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(-\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right)\right)\right)$

contraste : $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

• $I_{max}$ ? $I_{min}$ ? → trigo $\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$.

$I(x) = 2\varepsilon_0\left(2 + 2\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{x}{f'}\right)\right)\cdot\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)\right)$

terme interférence 1 onde monochrom.

$I_{max} = 2\varepsilon_0\left(2 + 2\left|\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)\right|\right)$

$\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{x}{f'}\right)\right) = \pm 1$

$I_{min} = 2\varepsilon_0\left(2 - 2\left|\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right)\right|\right)$

$\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\cdot\frac{x}{f'}\right) = \pm 1$

$\Rightarrow C = \frac{4\varepsilon_0(1 + |\cos\ldots|) - 4\varepsilon_0(1 - |\cos\ldots|)}{4\varepsilon_0(1 + |\cos\ldots|) + 4\varepsilon_0(1 - |\cos\ldots|)}$

$\Leftrightarrow \boxed{C = \frac{8\varepsilon_0\left|\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\cdot\alpha/2\right)\right|}{8\varepsilon_0} = \left|\cos\left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda_0}\right)\right|}$ facteur de contraste

brouillage : $C = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi\alpha}{\lambda_0}\cdot a\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi\alpha}{\lambda_0}\cdot a = \frac{\pi}{2}\ [\pi]$

$\frac{\pi\alpha}{\lambda_0}\cdot a_p = \frac{\pi}{2} + p\pi \Leftrightarrow \boxed{a_p = \frac{\lambda_0}{2\alpha} + p\cdot\frac{\lambda_0}{\alpha}}$ (*)

Principe interférométrie stellaire : fentes d'Young telle que a varie

on repère un écart $a_p$ tel que $C = 0$, on augmente a jusqu'à brouillage → $a_{p+1}$

3) $a_{p+1} - a_p = \frac{\lambda_0}{\alpha}$ ou $a_{p+q} - a_p = q\cdot\frac{\lambda_0}{\alpha}$ ← mesure + précise.

⇒ connaissant $\lambda_0$, on peut en déduire $\alpha$ : écart angulaire entre les 2 ★

filtre avant les fentes d'Young de $\lambda = \lambda_0$ connue précisément.

ODG / AN sur un exemple :

- syst d'étoiles double à la limite de résolut° angulaire de l'œil

$$\alpha \simeq 3.10^{-4} \text{ rad}$$

- $\lambda_0 = 600$ nm ( filtre = orange)

$$a_{p+1} - a_p = \frac{\lambda_0}{\alpha} = \frac{600}{3.10^{-4}} \text{ nm} = 2.10^6 \text{ nm} = 2 \text{ mm}$$

→ mesurable exp$^{t}$ !!

Rq : Si on demande seulem$^{t}$ les écarts $a_p$ entre les fentes tels qu'il y a brouillage :

on peut utiliser :

(Ainsi raisonnement que p 14 du cours $|\Delta p| = \frac{1}{2}$)

$$I(x) = 2\mathcal{E}_0\left(2 + \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right)\right)}_{①} + \underbrace{\cos\left(\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(-\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right)\right)}_{②}\right)$$

brouillage ssi ( I est indépendant de x

ou) frange claire liée à $E_1$ superposée à frange sombre liée à $E_2$

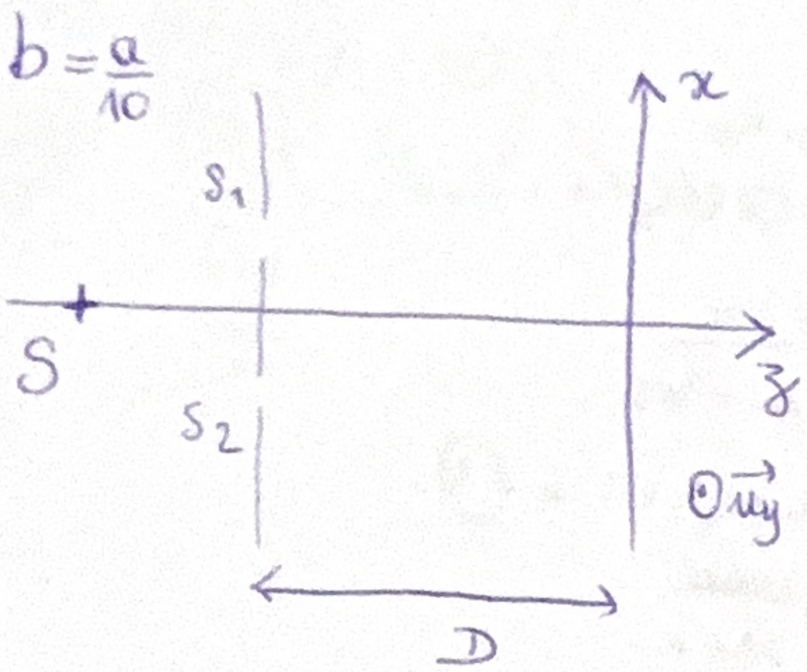
① = $\begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$ et ② = $\begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$ ssi ① et ② en opposit° de phase

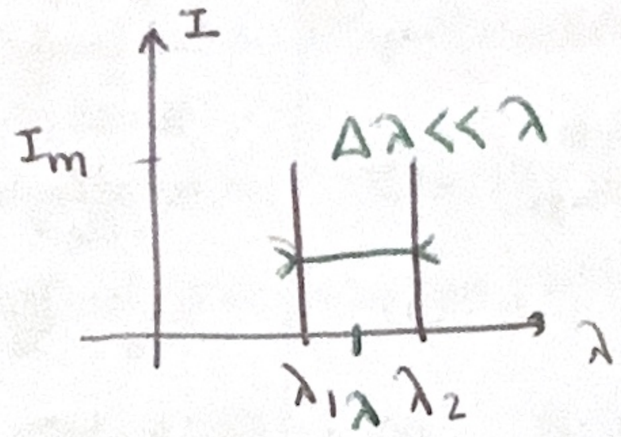
$$\frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right) - \frac{2\pi a}{\lambda_0}\left(-\frac{\alpha}{2} + \frac{x}{f'}\right) = \pi \ [2\pi]$$

$$\frac{2\pi a_p}{\lambda_0} \cdot \alpha = \pi + 2p\pi$$

$$a_p = \frac{\lambda_0}{2\alpha} + p\frac{\lambda_0}{\alpha}$$ idem (*) sans trigo.

5 **Fentes d'Young éclairées par un doublet spectral.**




1) . source monochromatique $\lambda_0$ $\quad \delta = \frac{ax}{D}$

$$\boxed{p = \frac{ax}{\lambda_0 D}}$$

$$\boxed{I = 2I_m\left(1 + \cos\left(2\pi \frac{ax}{\lambda_0 D}\right)\right)}$$

Interfrange : dist. entre 2 franges successives de même nature. $\quad \boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{a}}$

$i \nearrow$ avec $\lambda \rightarrow \boxed{i_2 > i_1}$ $\quad \lambda_2 > \lambda_1$

2) - Ondes 1 et 2 non synchrones → n'interfèrent pas

$$\underline{I(x) = I_1(x) + I_2(x)} = 2I_m\left(1 + \cos\left(2\pi \underbrace{\frac{ax}{\lambda_1 D}}_{A}\right)\right) + 2I_m\left(1 + \cos\left(\underbrace{\frac{2\pi ax}{\lambda_2 D}}_{B}\right)\right)$$

$$= 2I_m\left(2 + 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}\right)$$

$$= 4I_m\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{2}\frac{ax}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{2}\frac{ax}{D}\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right)$$

$$\simeq 4I_m\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{2}\frac{ax}{D} \cdot \frac{2\lambda}{\lambda^2}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi ax}{2D}\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)\right)\right)$$

$$\boxed{I(x) \simeq \underbrace{4I_m}_{I_{moy}}\left(1 + \cos\left(2\pi \frac{ax}{D} \cdot \frac{1}{\lambda}\right) \cdot \cos\left(\pi \frac{ax}{D}\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}\right)\right)}$$

3) ↓

$\boxed{\text{période spatiale} = \frac{\lambda D}{a}}$ → interférences

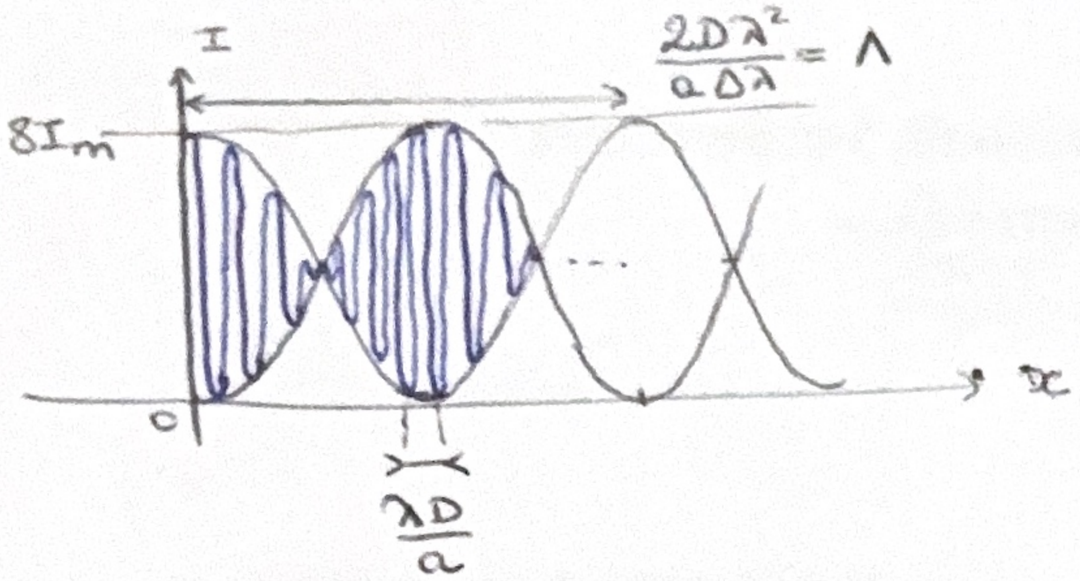
↳ $\boxed{\text{période spatiale} = \frac{2D\lambda^2}{a\Delta\lambda}}$

$\gg \frac{2D\lambda}{a}$

$\lambda \gg \Delta\lambda$.

facteur de contraste.

qui dépend de x.




pour une zone de l'écran centrée sur x
de largeur $\Delta x$ tq $\frac{\lambda D}{a} < \Delta x \ll \frac{2D\lambda^2}{a\Delta\lambda} = \Lambda$

on a $I_{max} = 4 I_m \left(1 + \left|\cos\left(2\pi \frac{x}{\Lambda}\right)\right|\right)$

$I_{min} = 4 I_m \left(1 - \left|\cos\left(2\pi \frac{x}{\Lambda}\right)\right|\right)$

$\Rightarrow C = \left|\cos\left(2\pi \frac{x}{\Lambda}\right)\right|$
↳ contraste qui dépend de x.

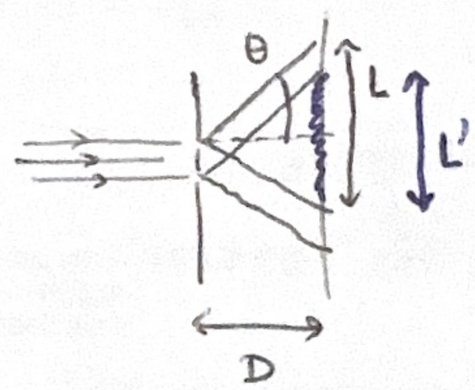
4). tache centrale de diff°

$\sin\theta \simeq \frac{\lambda}{a/10}$

$\tan\theta = \frac{L/2}{D}$

$\Big\} \; L \simeq \frac{\lambda \cdot 2D}{a/10}$

avec $\theta \ll 1$ rad




et largeur champ d'interférences
$L' \simeq L$ car $a \ll D$
$\Rightarrow a \ll L$

$\Rightarrow L' \simeq \frac{20\,\lambda D}{a} = 20 \times i$ ← interfrange → 20 franges visibles dans la tache centrale de diff°.

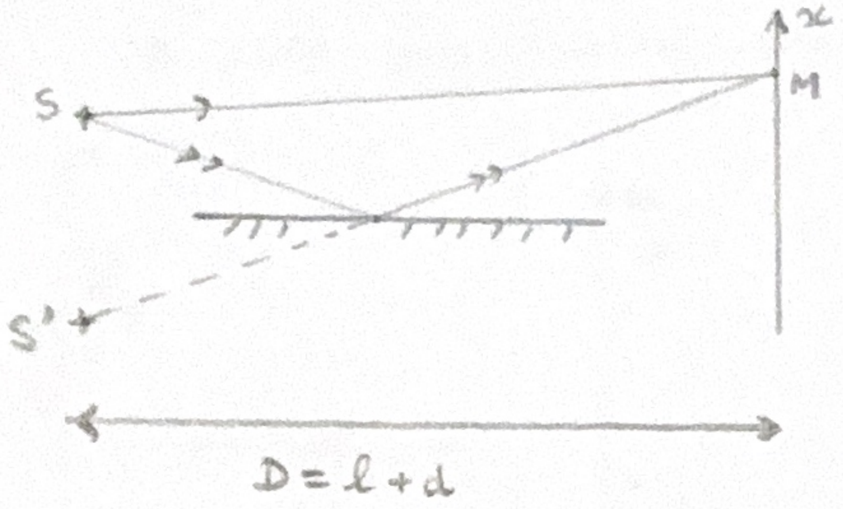
1ère annulat° du contraste en $x_{min}$ tq $2\pi \frac{x_{min}}{\Lambda} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow x_{min} = \frac{\Lambda}{4} = \frac{2D\lambda^2}{4a\Delta\lambda}$

avec $i = \frac{\lambda D}{a}$ $\quad x_{min} = \frac{i}{2} \cdot \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = i \cdot \frac{578}{2 \times 2} \simeq 145 \cdot i \gg \frac{L'}{2}$

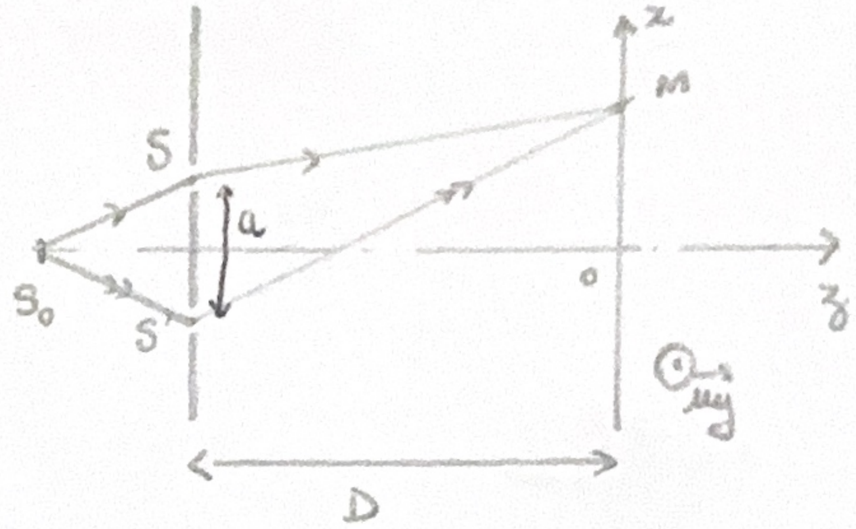
$\Rightarrow$ dans la tache centrale de diffract°, on ne voit pas de variat° impte du contraste.

## 6 Miroir de Lloyd

1)



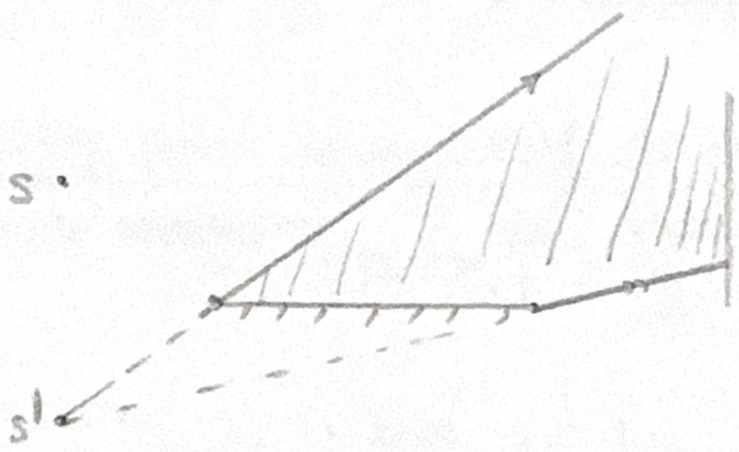

Equivalent à




$SS' = 2 . \frac{a}{2}$

→ interférences par ÷ du front d'onde.

2)




champ d'interférences
déduit des rayons réfléchis sur les bords du miroir.

Champ d'interférences
= volume → interférences non localisées

3). idem trous d'Young à distance D finie de l'écran avec $D \gg a, |x|, |y|$

pour calculer la ≠ ce de marche géométrique.

$M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$ $S \begin{pmatrix} a/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}$ $S' \begin{pmatrix} -a/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}$ avec $D = l + d$.

$\delta(M) = (S'M) + \frac{\lambda_0}{2} - (SM)$

↳ déphasage de $\pi$ dû à la réfl° $\Delta\varphi_{sup} = \pi \Rightarrow \delta_{sup} = \frac{\lambda_0}{2}$

$\delta(m) = S'M - SM + \frac{\lambda_0}{2}$ avec $SM = \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$

$S'M = \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$

$$\delta(M) \simeq \frac{ax}{D} + \frac{\lambda_0}{2}$$

$DL_2$ en $\frac{x}{D}, \frac{y}{D}, \frac{a}{D}$

$$\Rightarrow p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda_0} = \frac{ax}{\lambda_0 D} + \frac{1}{2}$$

Ondes cohérentes entre elles ⇒ formule de Fresnel: $I(M) = 2I_0\left(1 + \cos\left(2\pi\left(\frac{ax}{\lambda_0 D} + \frac{1}{2}\right)\right)\right)$

avec $I_1 = I_0 = I_2$

Frange tq $I = cste \Rightarrow x = cste \Rightarrow$ franges rectilignes $\parallel (Oy)$ $\perp (SS')$

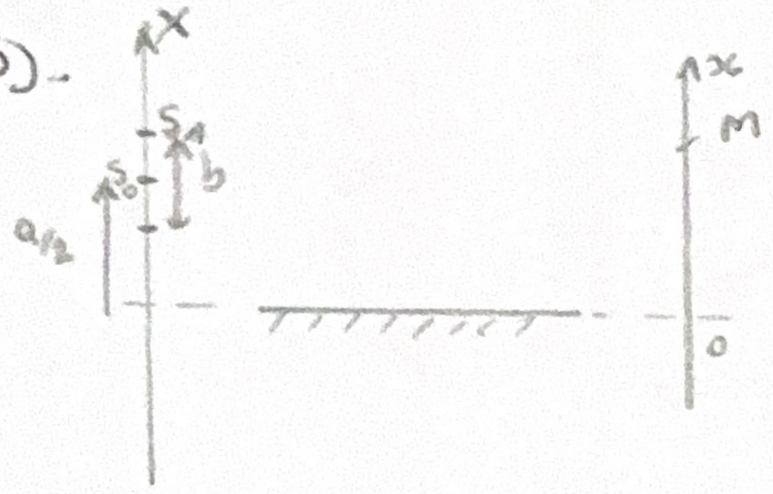
Interfrange $i$ tq $1 = \frac{a\,i}{\lambda_0 D} \Leftrightarrow i = \frac{\lambda_0 D}{a} = \frac{\lambda_0 (l+d)}{a}$

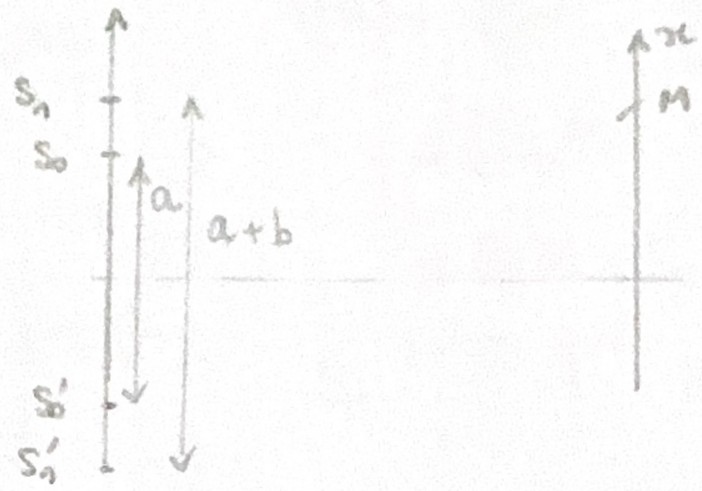
4) pour $S_Y \begin{pmatrix} a/2 \\ Y \\ -D \end{pmatrix}$ $S'_Y \begin{pmatrix} a/2 \\ Y \\ -D \end{pmatrix}$ ⇒ $\delta(M)$ indpt de Y

Les figures d'interférences dues à S et à $S_Y$ sont identiques ⇒ pas de dégradat° de la visibilité des franges

avec une fente allongée ds la direct° ⊥ au plan de la fig. 8.17, on a une fig. d'interférences lumineux et contrastée.

5)-




$\delta_0(M) = \frac{\lambda_0}{2} + \frac{ax}{D}$ par analogie $\delta_1(M) = \frac{\lambda_0}{2} + \frac{(a+b)}{D} \cdot x$

critère semi-quantitatif de non brouillage des interférences: $|\Delta p| < \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow |p_1 - p_0| < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left| \frac{\delta_1(M)}{\lambda_0} - \frac{\delta_0(M)}{\lambda_0} \right| < \frac{1}{2}$

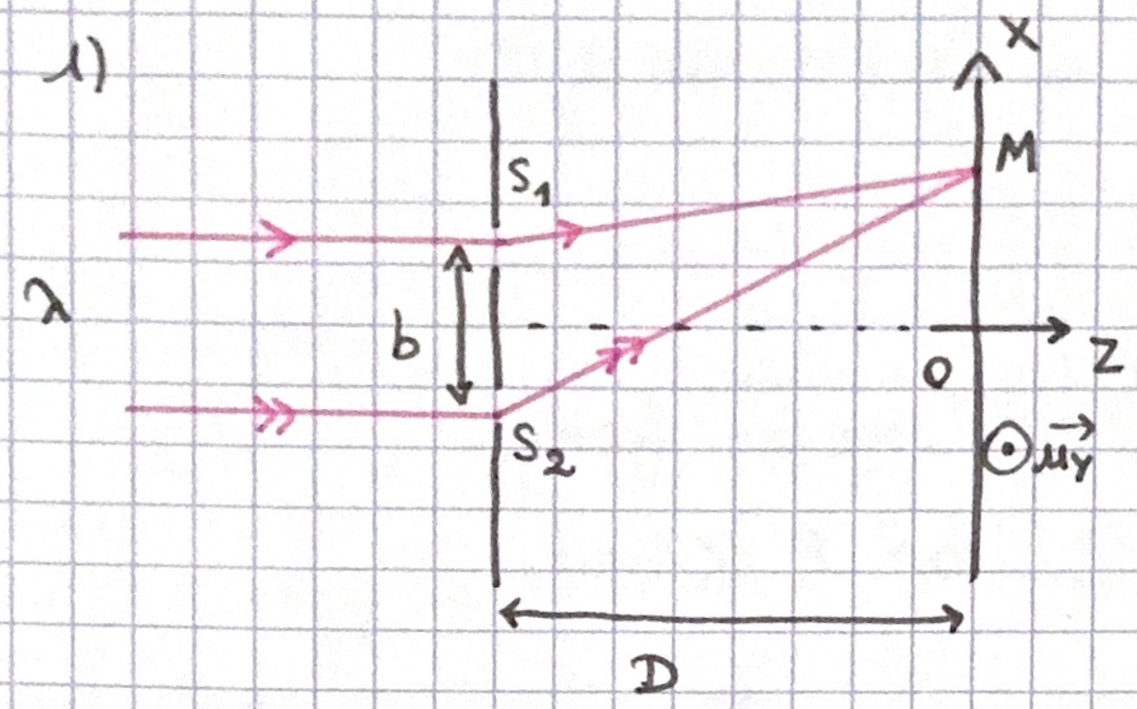
$\Leftrightarrow \left| \frac{bx}{D\lambda_0} \right| < \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow |x| < \frac{D\lambda_0}{2b} = \frac{ai/\lambda_0 \cdot \lambda_0}{2b}$

$\Leftrightarrow \boxed{|x| < \frac{ai}{2b}}$

2 **Observat° de franges d'interférences**

1) 1)




$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$$
$$= (S_2M) - (S_1M) \quad \text{(} n_{air} \simeq 1 \text{)}$$
$$= S_2M - S_1M$$

$S_1\begin{pmatrix} b/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}$ $S_2\begin{pmatrix} -b/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}$ $M\begin{pmatrix} X \\ Y \\ 0 \end{pmatrix}$

$$S_1M = \sqrt{\left(X - \frac{b}{2}\right)^2 + Y^2 + D^2}$$
$$= D\sqrt{1 + \left(\frac{Y}{D}\right)^2 + \frac{(X - b/2)^2}{D^2}}$$

car $D \gg Y, X, b$

$$\simeq D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{Y}{D}\right)^2 + \frac{1}{2}\,\frac{X^2 + b^2/4 - Xb}{D^2}\right)$$

De même $S_2M \simeq D\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{Y}{D}\right)^2 + \frac{1}{2}\,\frac{X^2 + b^2/4 + Xb}{D^2}\right)$

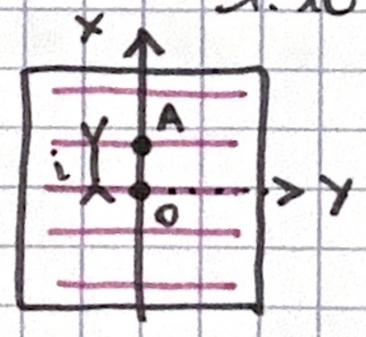
$$\Rightarrow \boxed{\delta(M) \simeq D\left(\frac{1}{2}\,\frac{Xb}{D^2} + \frac{1}{2}\,\frac{Xb}{D^2}\right) = \frac{Xb}{D}}$$

D'une frange de même nature à une autre $\Delta\delta = \lambda$ et $\Delta x = i$

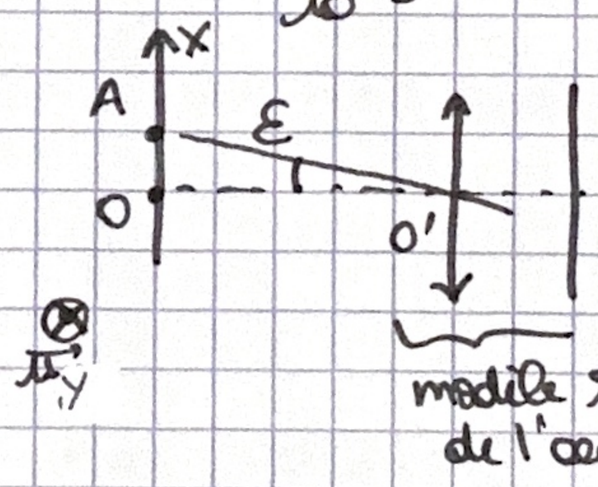
d'où $\lambda = \frac{ib}{D} \Leftrightarrow \boxed{i = \frac{D\lambda}{b}}$

AN: $i = \frac{10.10^{-2} \times 500.10^{-9}}{1.10^{-3}} = \frac{5.10^{-8}}{10^{-3}} = 5.10^{-5}\,m = 50\,\mu m.$

Écran:




2)




limite de résol° angulaire de l'œil
$\varepsilon_{min}$ = 1' d'arc
= $3.10^{-4}$ rad.

Pour espérer que ε soit > $\varepsilon_{min}$, il faut minimiser la dist. OO'

⇒ on place l'écran au PP de l'œil

Ⓓ pour un œil emmétrope adulte : OO' = 25cm.

d'où $\tan\varepsilon = \frac{i}{OO'} = \frac{50.10^{-6}}{25.10^{-2}} = 2.10^{-4} \ll 1 \Rightarrow \boxed{\varepsilon \simeq 2.10^{-4}\,rad < \varepsilon_{min}}$

3).

⇒ franges non visibles à l'œil nu.

2).

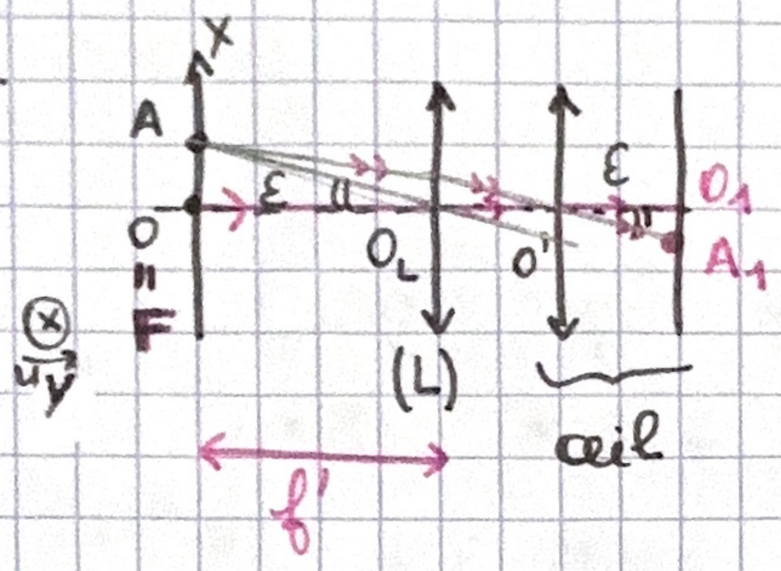



image de l'écran par (L) à l'∞

⇒ Écran ds Pfo de (L).

il faut que $\varepsilon > \varepsilon_{min}$ pour que l'obs. voie les franges

$$\tan\varepsilon = \frac{OA}{f'} = \frac{i}{f'} \simeq \varepsilon \quad \text{car } \varepsilon \ll 1 \text{ rad.}$$

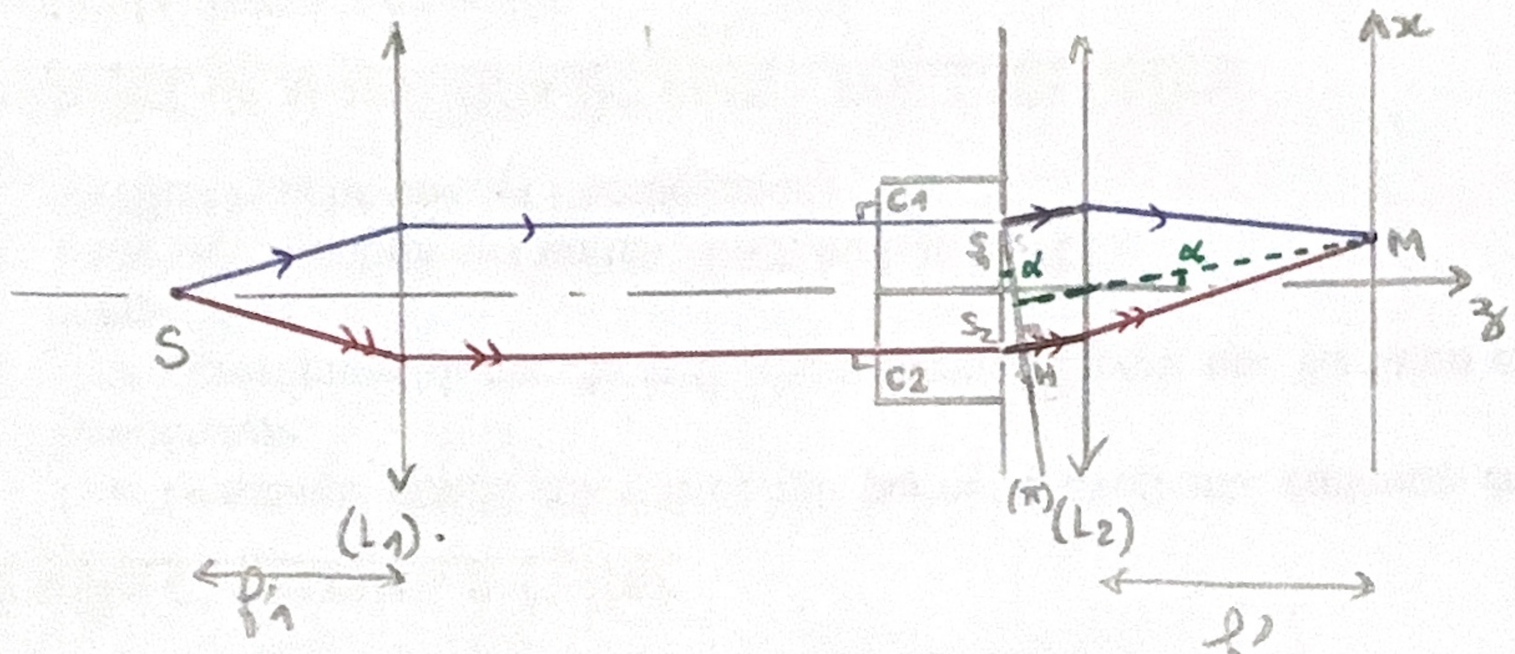
$$\Leftrightarrow f' \simeq \frac{i}{\varepsilon} \qquad \varepsilon > \varepsilon_{min} \Leftrightarrow \boxed{f' < \frac{i}{\varepsilon_{min}} = f'_{max}}$$

AN: $f'_{max} = \frac{50.10^{-6}}{3.10^{-4}} \simeq 16.10^{-2}\ m = 16\ cm$

$\boxed{f' < 16\ cm.}$

# Mesure de l'indice d'un gaz

1).




$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1$

$= \cancel{(SS_2)} + (S_2M) - \cancel{(SS_1)} - (S_1M)$

lorsque les 2 cuves sont remplies avec le m gaz ds les m cdts (P,T).
$S_1$ et $S_2 \in$ au m plan d'onde relatif à S d'ap. le Th. de Malus

Selon le pe de retour inverse de la lumière et le Th. de Malus,

$(MS_1) = (MH)$ car $S_1$ et $H \in$ au m plan d'onde relatif à M.

$\Rightarrow (S_1M) = (HM)$

$\Rightarrow \delta(M) = (S_2H) + \cancel{(HM)} - \cancel{(S_1M)} = 1.S_2H.$

de ⊕ $\sin\alpha = \frac{S_2H}{a}$ et $\tan\alpha = \frac{x}{f'_2}$

et ds les cdts de Gauss $\alpha K \ll 1 \Rightarrow S_2H \simeq a \times \alpha \simeq a \times \frac{x}{f'_2}$

d'où $\boxed{\delta(M) = a\frac{x}{f'_2}}$

2). on vide $C_2 \Rightarrow n_2(t) \downarrow \Rightarrow (SM)_2 \downarrow$

la frange d'ordre $p=0$ était initialement en $x=0$ (là où $\delta = 0$).

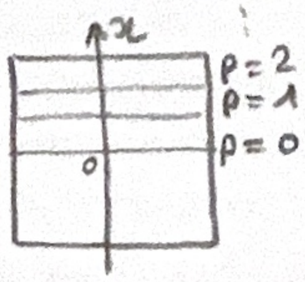
et on avait initialement les franges d'ordre $p \gtrless 0$ en $x \gtrless 0$ (là où $\delta \gtrless 0$).

lorsque l'on vide $C_2$, en 0, on aura $\delta(0) = (SO)_2 - (SO)_1 < 0$

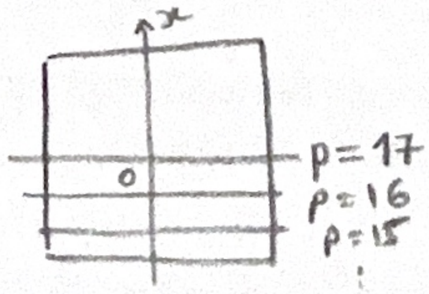
→ frange d'ordre $p < 0$

i.e que les franges défilent du bas vers le haut.

3). $t=0$




$t_f$




$\forall M,\ p(t_f) = p(t=0) + 17$

$\Leftrightarrow \delta(t_f) = \delta(t=0) + 17.\lambda_0$

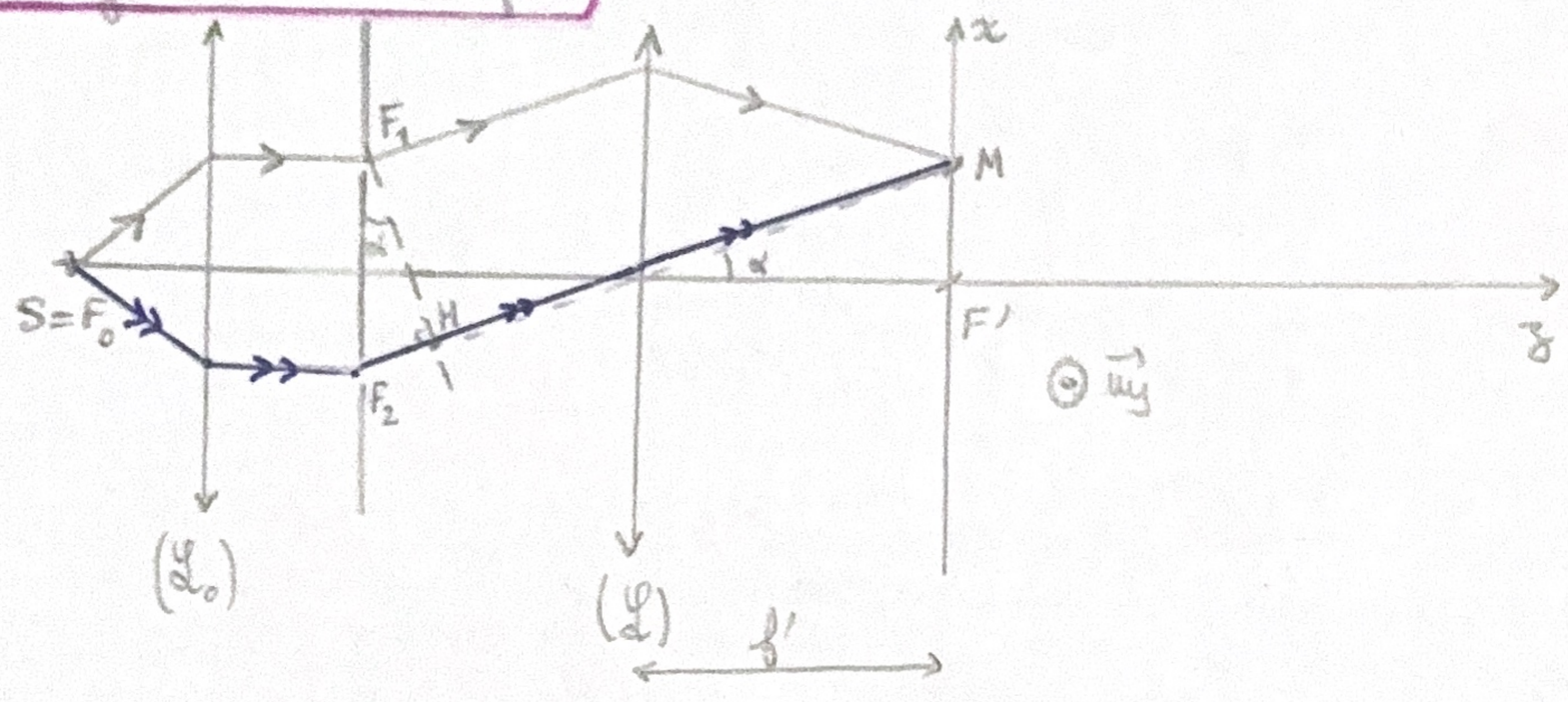
or $\delta(t_f) = \delta(t=0) - n_a \times l + n_g \times l$

$\Leftrightarrow (n_g - n_a)l = 17.\lambda_0$

$\Leftrightarrow \boxed{n_g - n_a = 17.\frac{\lambda_0}{l} = 1{,}0.10^{-4}}$

# Frange achromatique

1)




$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = \cancel{(SF_2)} + (F_2M) - \cancel{(SF_1)} + (F_1M))$

car $F_2$ et $F_1 \in$ au $\hat{m}$ plan d'onde issu de S

$= (F_2H) + \cancel{(HM)} - (F_1M)$ } d'ap. th. de Malus

car H et $F_1 \in$ au $\hat{m}$ plan d'onde relatif à M.

+ p$^{t}$ de retour inverse de la lum

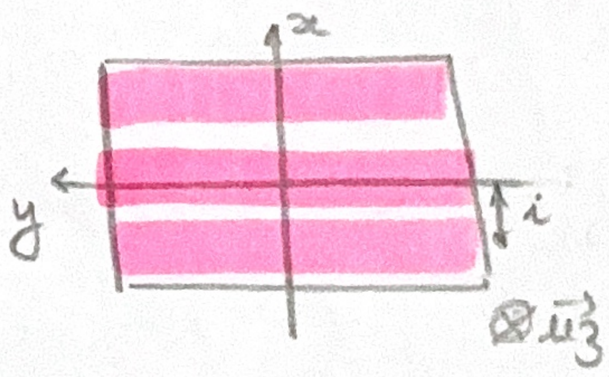
(≈) $\delta(M) = F_2H = a \sin\alpha \simeq a\alpha \simeq a \tan\alpha = a\frac{x}{f'}$

→ <u>franges rectilignes $x$=cste</u> $\perp (F_1F_2)$

les ondes qui se superposent en M sont cohérentes entre elles (issues du $\hat{m}$ pt source monochromatique).

→ formule de Fresnel $I(M) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M)\right)\right)$

$$\boxed{I(x) = 2I_0\left(1+\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot\frac{a}{f'}\cdot x\right)\right)} \rightarrow \boxed{i = \frac{\lambda_0 f'}{a}}$$




AN: $i = \frac{600.10^{-9} \times 50.10^{-2}}{1.10^{-3}} = 300.10^{-6} = 3.10^{-4}\,m = 0{,}3\,mm$

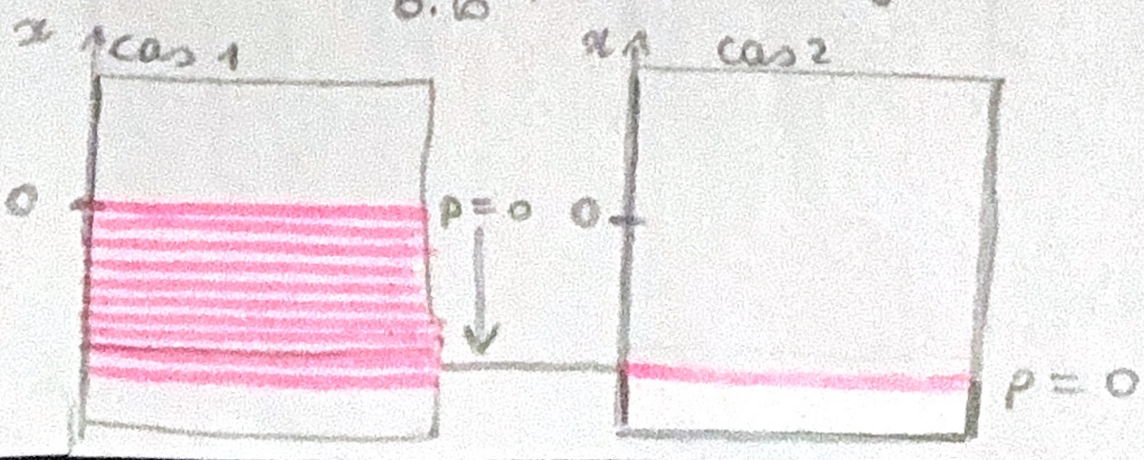
2) $\boxed{\delta'(M) = (SM)_2' - (SM)_1 = \delta(M) - e + ne = \frac{ax}{f'} + e(n-1)}$

<u>frange d'ordre p=0</u> cas 1) $\delta = 0 \Leftrightarrow x_0 = 0$ frange d'ordre p=0 au centre de l'écran

cas 2) $\delta' = 0 \hookrightarrow x_0' = \frac{f'}{a}e(1-n) < 0$ <u>frange d'ordre p=0 décalée vers le bas de l'écran</u>

on a $\boxed{N = \frac{|x_0'|}{i} = \frac{\cancel{f'}e}{\cancel{a}}\frac{(n-1)}{\lambda_0\cancel{f'}}a = \frac{e}{\lambda_0}(n-1)}$

AN: $N = \frac{1.10^{-5}}{6.10^{-7}}(1{,}5-1) = \frac{1}{6}.10^2 \times 0{,}5 \simeq 0{,}167 \times 0{,}5.10^2 \simeq 0{,}083.10^2 \simeq 8{,}3$ interf.




$x_0' = -8{,}3\,i$

3) frange achromatique $\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \lambda}(\lambda_0) = 0$ pour $\lambda_0 = 600nm$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} . \delta$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \left( \frac{ax}{f'} + e(n-1) \right) = \frac{2\pi a x}{f'} \cdot \frac{1}{\lambda} + 2\pi e \, \frac{A + \frac{B}{\lambda^2} - 1}{\lambda}$$

$$= \frac{2\pi a x}{f'} \cdot \frac{1}{\lambda} + 2\pi e \, \frac{A-1}{\lambda} + \frac{2\pi e B}{\lambda^3}$$

$$\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \lambda} = -\left( \frac{2\pi a x}{f'} + 2\pi e (A-1) \right) \cdot \frac{1}{\lambda^2} - \frac{6\pi e B}{\lambda^4}$$

$$\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \lambda}(\lambda_0) = 0 \Leftrightarrow -\left( \frac{2\pi a x_a}{f'} + 2\pi e (A-1) \right) \cdot \frac{1}{\lambda_0^2} - \frac{6\pi e B}{\lambda_0^4} = 0$$

$$\Leftrightarrow + \left( \frac{2\pi a x_a}{f'} + 2\pi e (A-1) \right) \lambda_0^2 + 6\pi e B = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\pi a x_a}{f'} + 2\pi e (A-1) = -\frac{6\pi e B}{\lambda_0^2}$$

$$\Leftrightarrow x_a = \frac{f'}{2\pi a} \left( -\frac{6\pi e B}{\lambda_0^2} - 2\pi e (A-1) \right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_a = -\frac{f' e}{a} \left( \frac{3B}{\lambda_0^2} + A - 1 \right)}$$

AN : $x_a = -\frac{50.10^{-2} \times 1.10^{-5}}{1.10^{-3}} \left( \frac{3 \times 0,004}{(0,6)^2} + 1,489 - 1 \right)$

$$x_a = -2,6.10^{-3} m = -8,7.i$$

$$\Rightarrow |x_0' - x_a| = (8,7 - 8,3) i = 0,4.i$$

4) (erreur sur $x_0'$) $= 0,4 i$ et $e = \frac{x_0' a}{f'(n-1)}$ $\Delta e = \frac{a}{f'(n-1)} \cdot \Delta x_0' = 4,8.10^{-7} m$

$= 0,48 \mu m$

$$\frac{\Delta e}{e} = 4,8\%$$