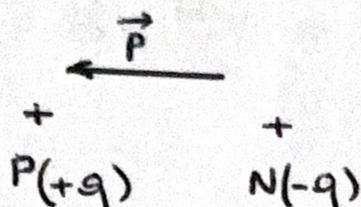


Ch EM8. Rayonnement dipolaire électrique et diffus.

A.1.a). Dipôle électrostatique et moment dipolaire (ChEM3).

$$\vec{p} = q \cdot \vec{NP}$$

$\underbrace{q}_{>0}$



A.1.c) 3 échelles de longueur et cadre de l'étude

- app. dipolaire : $r = OM \gg a$

- cadre de la méca classique (NR)

$$\hookrightarrow v \ll c$$

or pour une charge N telle que $\vec{aN} = a \cos(\omega t + \psi) \vec{u}$

$$\Rightarrow \vec{v} = -a\omega \sin(\omega t + \psi) \vec{u}$$

$$\Rightarrow v \approx a\omega = a k c$$

$$\Rightarrow a \cdot k \cdot c \ll c$$

$$\Rightarrow a \cdot \frac{2\pi}{\lambda} \ll 1$$

$$\Rightarrow a \ll \frac{\lambda}{2\pi}$$

en QG : $a \ll \lambda$.

↑
relat. de dispense de la vide.

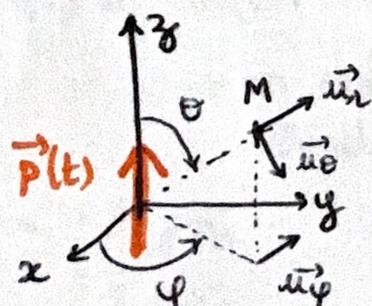
atome d'H $a \approx 53 \text{ pm}$ $\lambda \approx 400 \text{ nm}$ (visible ou proche UV)
 $\rightarrow a \ll \lambda$

- zone de rayonnement : $r \gg \lambda$

Bilan du cadre de l'étude : $a \ll \lambda \ll r$

A.2.b)

- analyse des symétries et invariances



• plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$: plan de sym. des charges / des courants

$$\Rightarrow \vec{E}(M) \in \text{à ce plan} \Rightarrow E_\varphi(M) = 0$$

$$\vec{B}(M) \perp \text{à ce plan} \Rightarrow \begin{cases} B_r(M) = 0 = B_\theta(M) \\ \vec{B}(M) // \vec{u}_\varphi \end{cases}$$

OK avec l'expresse §A.2.a).

• invariance de la diste de charges / de courants par rotation autour de (Oz)

\rightarrow les composantes de \vec{E} et \vec{B} ne dépendent pas de φ .

\rightarrow OK avec $E_\theta(r, \theta, \varphi)$ et $B_\varphi(r, \theta, \varphi)$ du §A.2.a).

- analyse dime.

$$i) \vec{E}(M, r) = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \cdot \ddot{p}(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\theta \rightarrow [\vec{E}] = \frac{[\mu_0]}{L} \cdot \frac{[\rho]}{T^2} = \frac{[\mu_0] \cdot [q]}{T^2} \quad (\blacksquare)$$

au choix: • th. de Gauss: $\oiint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0} \Rightarrow [\vec{E}] = \frac{[q]}{[\epsilon_0] \cdot L^2} = \frac{[q] \cdot [\mu_0] \cdot [c^2]}{L^2}$

$\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1.$

$$\Leftrightarrow [\vec{E}] = \frac{[q] \cdot [\mu_0]}{T^2} \quad (\blacksquare) \text{ idem!}$$

• champ créé par une charge ponctuelle q : $\vec{E}(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}_r$

$$\Leftrightarrow [\vec{E}] = \frac{[q]}{[\epsilon_0] L^2} = \dots \quad (\blacksquare) \text{ idem}$$

$$ii) \vec{B}(M, r) = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r c} \ddot{p}(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\varphi \rightarrow [\vec{B}] = \frac{[\mu_0]}{L [c]} \cdot \frac{[\rho]}{T^2} = \frac{[\mu_0] \cdot [q] \cdot [c]}{L \cdot T \cdot T^2} = \frac{[\mu_0] [q]}{L \cdot T} \quad (\neq)$$

au choix: • th. d'Ampère: $\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{enc} \Rightarrow [\vec{B}] = \frac{[\mu_0] [I]}{L}$

$$\Leftrightarrow [\vec{B}] = \frac{[\mu_0] \cdot [q]}{L \cdot T} \quad (\neq) \text{ idem.}$$

• champ créé par un solénoïde ∞ : $\vec{B} = \mu_0 n i \vec{u}_z$

$$\Leftrightarrow [\vec{B}] = [\mu_0] \cdot \frac{1}{L} \cdot [I] = \dots \quad (\neq) \text{ idem.}$$

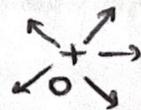
NB: d'ap. les expens du §A.2.a) : $[\vec{B}] = \frac{[\vec{E}]}{[c]}$ OK avec relat de structure dans le vide pour une EPM.

- structure locale d'onde plane.

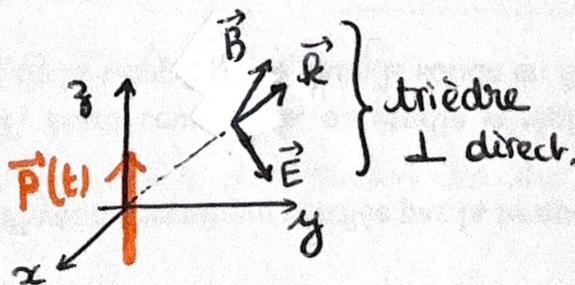
$$i) \vec{E}(M, r) \propto \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\theta \quad \text{et} \quad \vec{B}(M, r) \propto \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\varphi$$

$$\rightarrow \text{on pose } \vec{k} = k \vec{u}_r$$

l'onde se propage radialement depuis 0



$$ii) \text{ on a } \begin{cases} \vec{k} // \vec{u}_r \\ \vec{E} // \vec{u}_\theta \\ \vec{B} // \vec{u}_\varphi \end{cases}$$



$$iii) \text{ on calcule } \vec{u}_r \wedge \vec{E} = \vec{u}_r \wedge \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \ddot{p}(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\theta = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} \ddot{p}(t - \frac{r}{c}) \vec{u}_\varphi = c \vec{B}(M, r)$$

→ relat de structure d'onde plane locale

A.3.a) Vecteur de Poynting

$$\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\mu_0 \sin^2 \theta}{\mu_0 (4\pi r)^2 c} \cdot \dot{p}^2 \left(t - \frac{r}{c}\right) \underbrace{\vec{e}_\theta \wedge \vec{e}_\varphi}_{\vec{u}_r} = \frac{\mu_0 \sin^2 \theta \omega^4}{16\pi^2 r^2 c} \rho_0^2 \cos^2(\omega t - kr + \varphi) \vec{u}_r$$

$$\Rightarrow \langle \vec{\pi} \rangle = \frac{\mu_0 \sin^2 \theta \omega^4}{16\pi^2 r^2 c} \rho_0^2 \cdot \frac{1}{2} \vec{u}_r$$

$$\text{a) } \langle \vec{\pi} \rangle = \frac{\mu_0 \sin^2 \theta \rho_0^2 \omega^4}{32\pi^2 r^2 c} \vec{u}_r$$

A.3.b) Anisotropie du ray[†]:

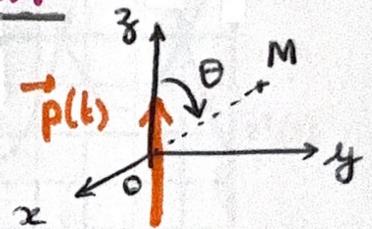
$$\| \langle \vec{\pi} \rangle \| \propto \sin^2 \theta \Rightarrow \| \langle \vec{\pi} \rangle \| = 0 \text{ pour } \theta = 0 \text{ ou } \pi \text{ rad}$$

$$\text{max pour } \theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

ME plan (Oxy):

$$\vec{OM} \perp \vec{p}$$

ME (Oz): $\vec{OM} // \vec{p}$



indicatrice de rayonnement:

on considère des points M tq $r = OM = \text{cste}$.

$$R(\theta, \varphi) = \frac{\| \langle \vec{\pi} \rangle(\theta, \varphi) \|}{\| \langle \vec{\pi} \rangle_{\text{max}} \|} = \frac{\mu_0 \sin^2 \theta \rho_0^2 \omega^4 \cdot 32\pi^2 r^2 c}{32\pi^2 r^2 c \cdot \mu_0 \cdot 1 \cdot \rho_0^2 \omega^4} = \sin^2 \theta$$

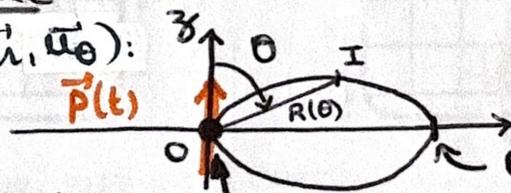
indpt de φ

fig. de droite

→ on trace à φ fixé donc dans le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$:

courbe polaire:

$R(\theta)$ → angle entre (Oz) et (OM)
↳ distance OI



$\theta = \frac{\pi}{2} \quad R(\frac{\pi}{2}) = 1$: p^{te} surfacique rayonnée max. $\vec{OM} \perp \vec{p}$.

$\theta = 0 \quad R(0) = 0$

p^{te} surfacique rayonnée nulle $\vec{OM} // \vec{p}$

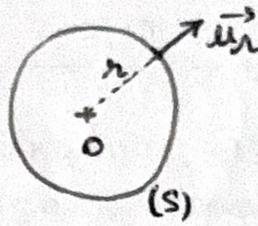
le lobe de gauche correspond à $\varphi' = \varphi + \pi$

la fig. de gauche s'obtient par rotation de la fig. de droite autour de (Oz) puisque $R(\theta, \varphi)$ indpt de φ .

Rq: l'indicatrice de rayonnement est aussi la surface décrite par l'extrémité du vecteur $\vec{\pi}$.

A.3. c). Puissance moyenne

$$\langle P \rangle = \iint_{(S)} \langle \vec{\pi} \rangle \cdot d\vec{S}$$



$$\Leftrightarrow \langle P \rangle = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \underbrace{\frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 c}}_{\text{uniforme sur (S)}} \cdot \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \cdot \underbrace{u_r \cdot dS u_r}_{\cancel{d\theta} \times \cancel{r} \sin \theta d\varphi}$$

$$\Leftrightarrow \langle P \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 c} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^2 \theta \cdot \sin \theta d\theta \cdot \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi$$

$$\Leftrightarrow \langle P \rangle = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 c} \cdot \frac{4}{3} \cdot 2\pi$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\langle P \rangle \stackrel{(*)}{=} \frac{\mu_0 p_0^2 \cdot \omega^4}{12\pi c}} \quad \text{ou} \quad \boxed{\langle P \rangle = \frac{\mu_0}{\pi c} \cdot \frac{\langle \ddot{p}^2 \rangle}{6}}$$

$$= \frac{\mu_0 p_0^2}{12\pi c} \cdot \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^4$$

avec $\vec{p} = -q \vec{ON}$
 $\Rightarrow \ddot{\vec{p}} = -q \frac{d^2 \vec{ON}}{dt^2} = -q \cdot \vec{acc}$

$$\Rightarrow \boxed{\langle P \rangle = \frac{\mu_0}{6\pi c} \cdot q^2 \langle \vec{acc}^2 \rangle}$$

↓
formule de Larmor

(*) : $\langle P \rangle$ indpt de r : conserve de l'énergie
 \leftrightarrow décroissance de $\|\vec{E}\|$ et $\|\vec{B}\|$ en $\frac{1}{r}$.

$$\langle P \rangle \begin{cases} \propto \omega^4 \\ \propto \frac{1}{\lambda^4} \end{cases} \rightarrow \text{lien avec bleu du ciel}$$

Rq: $\int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \int_0^{\pi} \sin^2 \theta \cdot \sin \theta d\theta = \int_0^{\pi} (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta + \int_0^{\pi} (-\sin \theta) \cos^2 \theta d\theta$
 $= [-\cos \theta]_0^{\pi} + \left[\frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_0^{\pi} = (-(-1) - (-1)) + \left(\frac{(-1)^3 - 1^3}{3} \right) = 2 - \frac{2}{3}$
 $\Rightarrow \int_0^{\pi} \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3}$