



Vendredi 13/03/2026

ÉPREUVE SPÉCIFIQUE - FILIÈRE MPI

PHYSIQUE - CHIMIE

Durée : 4 heures

Les calculatrices sont autorisées

Problème 1 : Atténuer le changement climatique

Ce sujet aborde différentes solutions pour prévenir ou atténuer le changement climatique. La première partie s'intéresse à la possibilité d'installer, entre la Terre et le Soleil au voisinage du point de Lagrange L_1 , un écran atténuateur du rayonnement solaire. La seconde aborde un aspect particulier de la transition énergétique qu'on peut mettre en œuvre sur Terre pour réduire les émissions de gaz à effet de serre : la rénovation énergétique des bâtiments.

Les deux parties sont totalement indépendantes de même qu'un bon nombre de questions. Certaines données sont fournies en fin d'énoncé, d'autres relèvent de l'initiative du candidat.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

Cet énoncé est accompagné d'un document réponse à rendre avec la copie.

I Installer un écran solaire dans l'espace ?

Des études scientifiques ont montré que pour compenser l'augmentation de l'effet de serre qu'engendrerait un doublement de la concentration atmosphérique en dioxyde de carbone par rapport à l'ère préindustrielle, il faudrait réduire d'une fraction $\mu = 1,8\%$ la puissance du rayonnement solaire reçu par la Terre. Cette partie est consacrée à l'étude de la faisabilité technique et économique de la mise en place, au voisinage du point de Lagrange L_1 , d'un « écran » entre la Terre et le Soleil réalisant une telle réduction de puissance.

I.A – Préliminaires

Q 1. Soit T le centre de masse de la Terre et S le centre de masse du Soleil. On modélise l'écran atténuateur de puissance par une lentille mince géante d'axe optique (ST) et de centre optique Ω situé à une distance $l = 1,5 \times 10^9$ m du point T . Le rayon du diaphragme de la lentille est égal au rayon R_T de la Terre. À l'aide d'un modèle simple, dont vous préciserez les principales hypothèses, estimer numériquement la distance focale f' de cette lentille équivalente pour qu'elle réalise une diminution relative $\mu = 1,8\%$ de la puissance lumineuse reçue par la Terre.

Un *astre à répartition sphérique de masse* est un astre dont la masse volumique ρ ne dépend que de la distance r à son centre.

Q 2. Démontrer l'expression du champ gravitationnel $\vec{g}(r)$ puis du potentiel gravitationnel $V(r)$ engendrés par un astre à répartition sphérique de masse, de masse M et de rayon R , à une distance $r \geq R$ de son centre O . On prendra le potentiel nul à l'infini.

Q 3. On considère un point matériel P de masse m en orbite circulaire de rayon r autour de l'astre précédent. Exprimer la vitesse angulaire ω du mouvement de P en fonction de la constante gravitationnelle G , de la masse M de l'astre et de la distance r .

I.B – Les points de Lagrange

On considère le système formé par la Terre, de centre de masse T et de masse M_T , et le Soleil, de centre de masse S et de masse M_S . On note $D = ST$ la distance Terre-Soleil et $A \in [ST]$ le centre de masse du système (figure 1). On définit le référentiel de Copernic $(\mathcal{R}_c) = (A, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ supposé galiléen. Dans ce référentiel, la Terre et le Soleil sont en rotation autour de A à la vitesse angulaire ω calculée à la question 3 en prenant $r = D$ et $M = M_S + M_T$. On définit alors le référentiel $(\mathcal{R}) = (A, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ animé d'un mouvement de rotation uniforme à la vitesse angulaire ω autour de l'axe (Az) fixe dans $(\mathcal{R}_c)$.

On appelle points de Lagrange, les points d'équilibre gravitationnel dans le référentiel $(\mathcal{R})$ précédent. On démontre qu'il en existe cinq notés L_1 , L_2 , L_3 , L_4 et L_5 . Leurs positions sont fonction du rapport de masse

$$a = \frac{M_T}{M_S}.$$

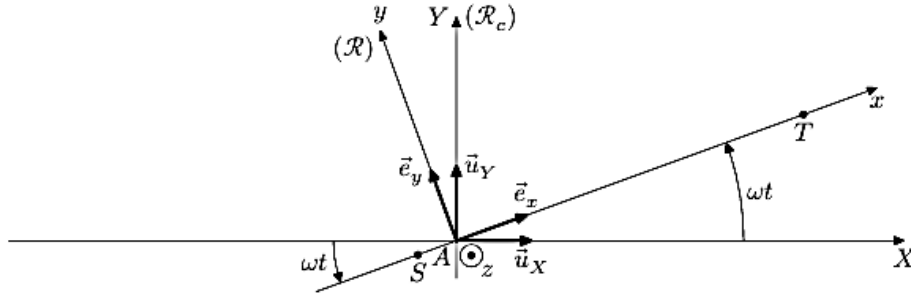


Figure 1 Référentiel d'étude — $T((1-a)D, 0, 0)$ est le centre de masse de la Terre, $S(-aD, 0, 0)$ est le centre de masse du Soleil, $A(0, 0, 0)$ est l'origine du système de coordonnées.

On peut réécrire les masses respectives du Soleil et de la Terre en fonction de M et a : $M_S = (1-a)M$ et $M_T = aM$.

Q 4. Soit $L(x, y, z)$ un point de Lagrange repéré par ses coordonnées dans $(\mathcal{R})$. Justifier qualitativement que l'on a nécessairement $z = 0$. En considérant uniquement l'influence gravitationnelle du système {Terre+Soleil}, montrer que les coordonnées (x, y, z) vérifient alors le système :

$$\begin{cases} -\frac{a(x - (1-a)D)}{\left((x - (1-a)D)^2 + y^2\right)^{3/2}} - \frac{(1-a)(x + aD)}{\left((x + aD)^2 + y^2\right)^{3/2}} + \frac{x}{D^3} = 0 \\ -\frac{ay}{\left((x - (1-a)D)^2 + y^2\right)^{3/2}} - \frac{(1-a)y}{\left((x + aD)^2 + y^2\right)^{3/2}} + \frac{y}{D^3} = 0 \end{cases} \quad (I.1)$$

Q 5. Sans résoudre entièrement le système précédent, montrer que les points de Lagrange sont symétriques par rapport à l'axe (Ax) .

Les points de Lagrange L_1, L_2, L_3 appartiennent à la droite (ST) tandis que les points L_4 et L_5 sont excentrés. Le point L_3 est le point de Lagrange le plus éloigné de la Terre.

Q 6. Placer approximativement les points de Lagrange, en justifiant leurs positions, sur la carte d'énergie potentielle de la figure A du document réponse. Discuter brièvement de la stabilité de ces positions d'équilibre pour ce qui concerne les mouvements dans le plan $z = 0$.

I.C – Dynamique des flyers au voisinage de L_1

L'écran qu'on souhaite interposer entre la Terre et le Soleil est constitué d'un nuage de petits modules spatiaux, les *flyers*, de masse m et de taille environ 1 m. Dans cette partie, on s'intéresse au mouvement d'un flyer au voisinage du point de Lagrange L_1 .

I.C.1) Position de L_1

En exploitant les équations de la question 4 on montre que la distance ε du point de Lagrange L_1 à la Terre vérifie l'équation

$$\frac{1-a}{(D-\varepsilon)^2} - \frac{a}{\varepsilon^2} - \frac{1-a}{D^2} + \frac{\varepsilon}{D^3} = 0. \quad (I.2)$$

Q 7. Calculer numériquement le rapport $a = \frac{M_T}{M}$ où $M = M_S + M_T$. Que vaudrait ε si on avait $a = 0$? Commenter.

Q 8. Proposer une expression de la distance ε entre L_1 et la Terre en fonction de a et D en considérant que $\varepsilon \ll D$. Faire l'application numérique.

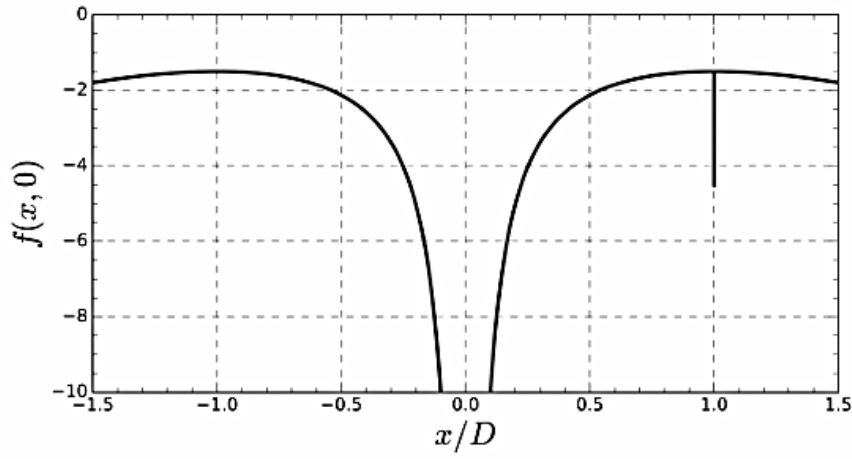
Q 9. Comparer la valeur calculée précédemment à la valeur que l'on peut déterminer graphiquement sur la figure 2.

I.C.2) Dynamique des flyers au voisinage de L_1

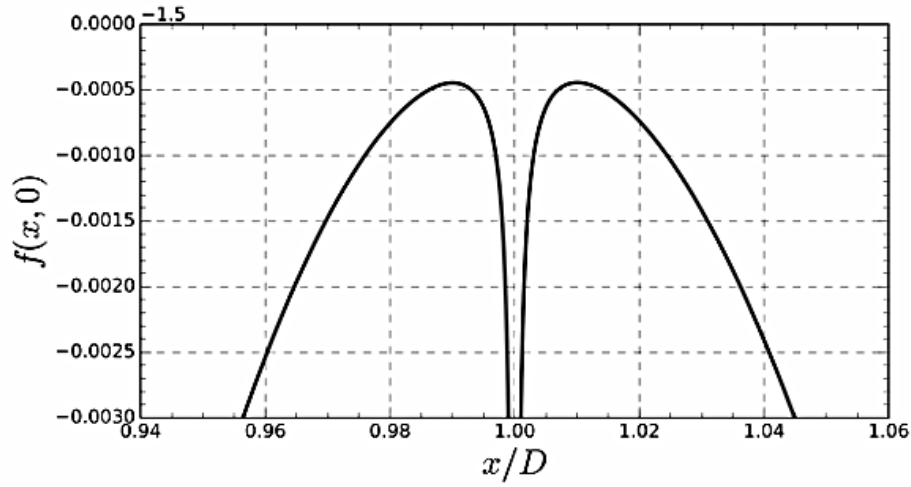
On considère un flyer de masse m , assimilé à un point matériel P . On note (α, β, γ) les coordonnées du flyer repérées par rapport au point de Lagrange L_1 dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ (figure 3). Le déplacement du flyer par rapport à L_1 est supposé petit devant ε .

On pose $u = \frac{\alpha}{D}$, $v = \frac{\beta}{D}$, $w = \frac{\gamma}{D}$, $\epsilon = \frac{\varepsilon}{D}$ et $\tau = \frac{\omega t}{2\pi}$. Ces grandeurs vérifient le système d'équations

$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{d\tau^2} = 4\pi \frac{dv}{d\tau} + 4\pi^2 \left(1 + \frac{2a}{\epsilon^3} + \frac{2(1-a)}{(1-\epsilon)^3}\right) u \\ \frac{d^2 v}{d\tau^2} = -4\pi \frac{du}{d\tau} + 4\pi^2 \left(1 - \frac{a}{\epsilon^3} - \frac{1-a}{(1-\epsilon)^3}\right) v \\ \frac{d^2 w}{d\tau^2} = -4\pi^2 \left(\frac{a}{\epsilon^3} + \frac{1-a}{(1-\epsilon)^3}\right) w \end{cases} \quad (I.3)$$



(a) $f(x, 0)$ en fonction de x/D



(b) zoom sur la courbe précédente au voisinage de la Terre

Figure 2 Énergie potentielle d'un flyer dans le référentiel d'étude le long de l'axe (Sx) : $f(x, 0) = \frac{E_p(x, y = 0)}{E_{p,0}}$, avec $E_{p,0} = \frac{GMm}{D}$

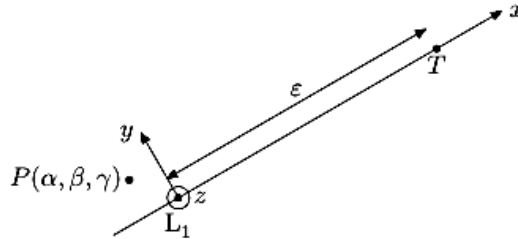


Figure 3 Déplacement d'un flyer au voisinage de L_1

Q 10. Sans chercher à établir le système, identifier l'origine physique de chacun des termes de la première équation du système (I.3).

Q 11. Caractériser le mouvement du flyer dans la direction $(L_1 z)$. Commenter.

On souhaite résoudre numériquement le système d'équations (I.3). Pour cela, dans un premier temps, on définit les variables $u_p = \frac{du}{d\tau}$, $v_p = \frac{dv}{d\tau}$, $w_p = \frac{dw}{d\tau}$. On pose aussi, pour alléger les expressions, $A = 1 + \frac{2a}{\epsilon^3} + \frac{2(1-a)}{(1-\epsilon)^3}$, $B = 1 - \frac{a}{\epsilon^3} - \frac{1-a}{(1-\epsilon)^3}$ et $C = \frac{a}{\epsilon^3} + \frac{1-a}{(1-\epsilon)^3}$.

Q 12. Écrire le système d'équations différentielles du premier ordre vérifié par u , v , w , u_p , v_p , w_p .

Q 13. Présenter succinctement le principe d'une résolution numérique approchée de ce système d'équations différentielles s'appuyant sur une méthode analogue à la méthode d'Euler, pour un pas temporel constant h . On

précisera, en particulier, comment on obtient les valeurs des paramètres u, v, w, u_P, v_P, w_P à l'instant $t + h$, connaissant les valeurs de ces paramètres à l'instant t .

Q 14. Compléter la fonction Python ébauchée sur la figure B du document réponse.

Q 15. La résolution numérique du système d'équations permet d'obtenir le graphe présenté en figure 4. Commenter cette figure.

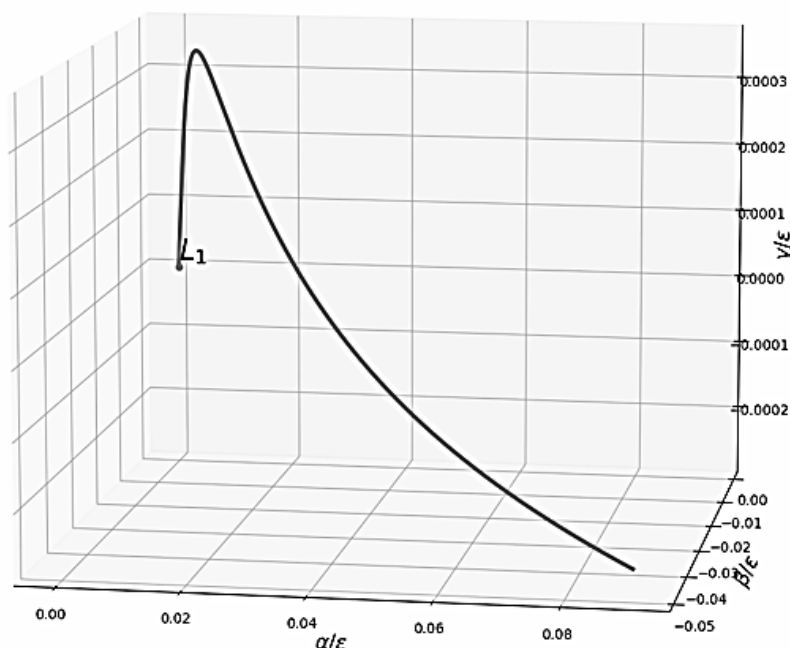


Figure 4 Mouvement d'un flyer au voisinage du point de Lagrange L_1 pour une vitesse initiale non nulle

Q 16. À partir de la figure 4, estimer numériquement la durée pendant laquelle un flyer reste au voisinage de L_1 .

I.C.3) Effet de la pression de radiation

La lumière du Soleil échange de la quantité de mouvement avec les flyers du nuage. Cet échange se traduit par l'existence d'une force $\vec{F}_p$ dite de « pression de radiation » subie par les flyers :

$$\vec{F}_p = \frac{2\mathcal{L}_S}{4\pi r^2 c} R A \vec{e}_x \quad (I.4)$$

où R est le coefficient de réflexion en énergie des flyers, $\mathcal{L}_S$ la luminosité du Soleil, r la distance du nuage de flyers au Soleil, c la célérité de la lumière dans le vide et A la surface du nuage de flyers.

Q 17. Comment est qualitativement modifiée la position d'équilibre du nuage de flyers par la pression de radiation ? Décrire qualitativement l'influence du coefficient de réflexion R sur le déplacement de cette position d'équilibre.

On admet que la pression de radiation peut également être mise à profit pour stabiliser la position d'équilibre du nuage.

Données

Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante de gravitation universelle	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{kg}^{-2}\cdot\text{m}^2$
Masse du Soleil	$M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$
Masse de la Terre	$M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$
Distance Terre-Soleil	$D = 1 \text{ u.a.} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$
Rayon de la Terre	$R_T = 6,37 \times 10^3 \text{ km}$
Rayon du Soleil	$R_S = 6,96 \times 10^5 \text{ km}$
Luminosité du Soleil	$\mathcal{L}_S = 3,828 \times 10^6 \text{ W}$

Problème 2 : Restitution et transport du son produit par une guitare électrique

Ce sujet s'intéresse à la restitution, au transport et au traitement numérique du son produit par une guitare électrique.

Il comporte quatre parties indépendantes.

Certaines questions, peu ou pas guidées, demandent de l'initiative de la part du candidat. Leur énoncé est repéré par une barre en marge. Il est alors demandé d'explicitier clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de ces questions.

I Microphone

Une guitare électrique se distingue d'une guitare classique par l'absence de caisse de résonance. Comme la vibration des cordes métalliques est très inefficacement transformée en onde acoustique, celle-ci est directement convertie en un signal électrique grâce à un transducteur électromagnétique : le micro. Apparus au début du XX^e siècle, les micros de guitares électriques ont la particularité de restituer la vibration des cordes sans entendre le son que ces dernières produisent.

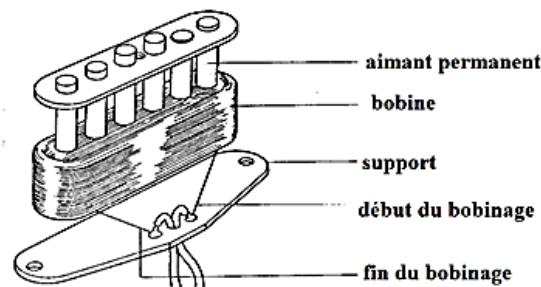
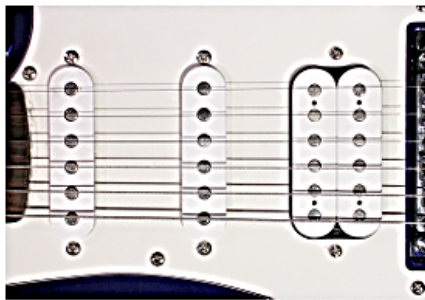


Figure 1

Un micro de guitare (figure 1) est constitué d'un ou de plusieurs aimants permanents entourés d'une bobine. Les aimants produisent un champ magnétique. Les cordes sont faites d'un matériau ferromagnétique. En vibrant, celles-ci modifient le champ magnétique créé par les aimants. Cette partie présente une modélisation du micro, qui, bien que rudimentaire, permet de capturer les principales caractéristiques d'un micro réel. On modélise le micro par l'association d'une bobine circulaire de rayon R , constituée de N spires et d'un aimant permanent. La bobine modélise le bobinage du micro tandis que l'aimant modélise la corde ferromagnétique en mouvement.

La spire est contenue dans le plan (O, Ox, Oy) d'un repère cartésien associé à la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Son axe de symétrie de révolution est confondu avec l'axe Oz . L'aimant est supposé ponctuel et peut se déplacer selon l'axe (Oz) (on parlera de mouvement vertical) ou selon l'axe (Oy) (on parlera de mouvement horizontal). Le moment magnétique de l'aimant est noté $\vec{M} = M\vec{e}_z$ (figure 2).

Q 1. Justifier qualitativement l'apparition d'une force électromotrice dans la bobine lorsqu'une corde vibre.

Q 2. Énoncer la loi de Faraday.

I.A – Mouvement vertical

On s'intéresse au mouvement vertical de l'aimant. Celui-ci est repéré par un point de coordonnées cartésiennes $(0, 0, z(t))$. En coordonnées sphériques, le champ magnétique créé par un moment magnétique $\vec{M} = M\vec{e}_z$ placé à l'origine du repère vaut

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M \cos \theta}{2\pi r^3} \vec{e}_r + \frac{\mu_0 M \sin \theta}{4\pi r^3} \vec{e}_\theta$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ est la perméabilité du vide.

Q 3. Donner la définition du flux de $\vec{B}$ à travers une spire de la bobine.

Q 4. On oriente la spire dans le sens direct (indiqué sur le schéma plus haut), et on rappelle que l'élément de surface infinitésimal $d\vec{S}$ à rayon constant en coordonnées sphériques s'écrit $d\vec{S} = r^2 \sin(\theta) d\theta d\phi$. Montrer que le flux du champ $\vec{B}$ à travers une spire vaut :

$$\phi = \frac{\mu_0 M}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} R^2.$$

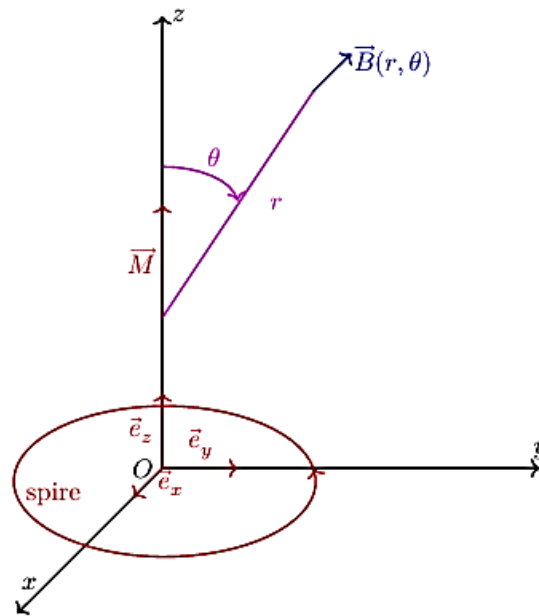


Figure 2

Q 5. En déduire l'expression de la force électromotrice, e , induite dans toute la bobine.

Q 6. On considère une vibration sinusoïdale de l'aimant autour de la position $\bar{z} = 5$ mm, d'amplitude $z_0 = 1$ mm et à la fréquence $f = 500$ Hz. Évaluer numériquement l'ordre de grandeur de e . On prendra $R = 1$ cm, $M = 1 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ et $N = 5000$.

Q 7. La réponse du micro est-elle linéaire ? Justifier à l'aide des valeurs numériques données à la question précédente.

I.B – Étude du mouvement horizontal

On s'intéresse dans cette partie au mouvement horizontal de l'aimant. On suppose qu'il se déplace uniquement selon l'axe (Oy) à l'altitude z constante et à l'abscisse $x = 0$ (figure 3).

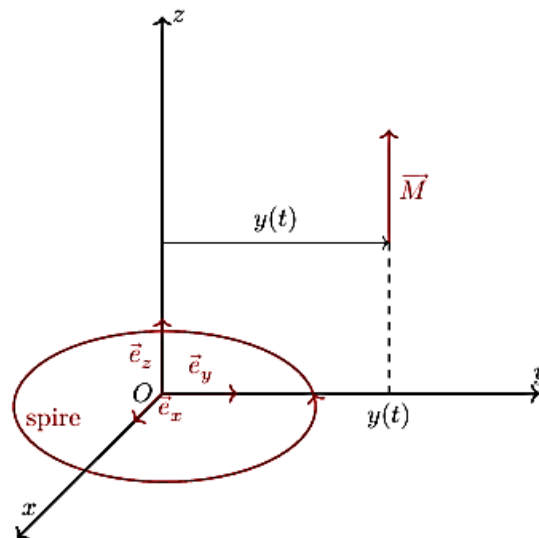


Figure 3

Soit P , un point du plan de la bobine (*i.e.* le plan $z = 0$). P est repéré par ses coordonnées polaires (r, θ) . On peut obtenir l'expression du champ magnétique en P , ce calcul est non demandé ici. On note $B_z(r, \theta, y)$ la composante du champ $\vec{B}$ selon $\vec{e}_z$, au point $P(r, \theta)$ lorsque l'aimant est à l'ordonnée y .

Q 8. Rappeler l'expression de l'élément de surface infinitésimal dS en coordonnées polaires.

Q 9. Exprimer, ϕ , le flux du vecteur $\vec{B}$ à travers une spire sous forme d'une intégrale double, on prendra soin d'explicitier les bornes d'intégration.

Q 10. Cette intégrale n'a pas d'expression explicite à l'aide des fonctions usuelles, on choisit de l'évaluer numériquement. Rappeler le principe de la méthode des rectangles.

Q 11. On dispose d'une fonction Python

```
B(r : float, theta : float, y : float) -> float
```

qui prend en argument les coordonnées r et θ d'un point M du plan de la spire, ainsi que l'ordonnée y de l'aimant, et qui renvoie la valeur de $B_z(r, \theta, y)$. Écrire une fonction

```
phi(y : float) -> float
```

qui prend en argument la position y de l'aimant et qui renvoie la valeur du flux de $\vec{B}$ à travers une spire.

Q 12. Écrire un script Python qui affiche à l'écran l'allure de ϕ en fonction de y , pour $-1 \text{ cm} \leq y \leq 1 \text{ cm}$.

Q 13. On obtient l'allure de la figure 4 pour ϕ en fonction de y . En déduire l'allure du spectre de $e(t)$ pour une vibration sinusoïdale de la corde à la fréquence $f = 200 \text{ Hz}$.

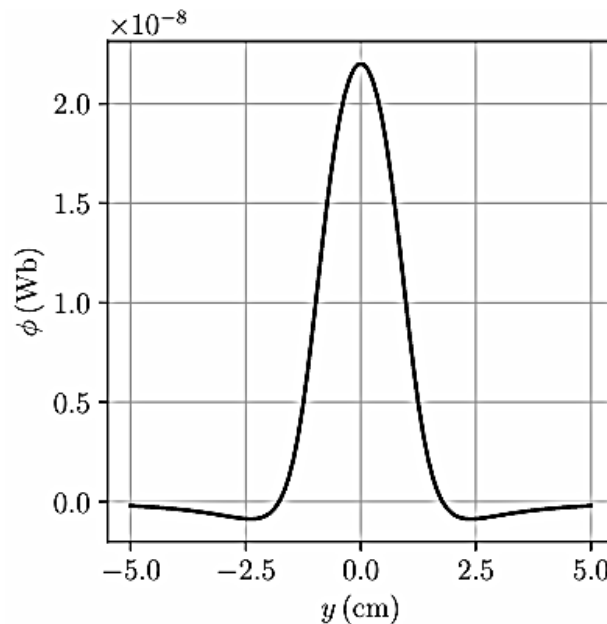


Figure 4

I.C – Positionnement du micro

Une guitare électrique est souvent munie de plusieurs micros. On peut les activer séparément grâce à un commutateur.

On pince une corde de longueur $L = 67 \text{ cm}$ d'une guitare de façon à produire une onde stationnaire, de vibration verticale, et de faible amplitude (environ $100 \mu\text{m}$). La figure 5 présente le spectre de la tension $e(t)$ fournie par un micro placé à 16 cm du point d'attache de la corde.

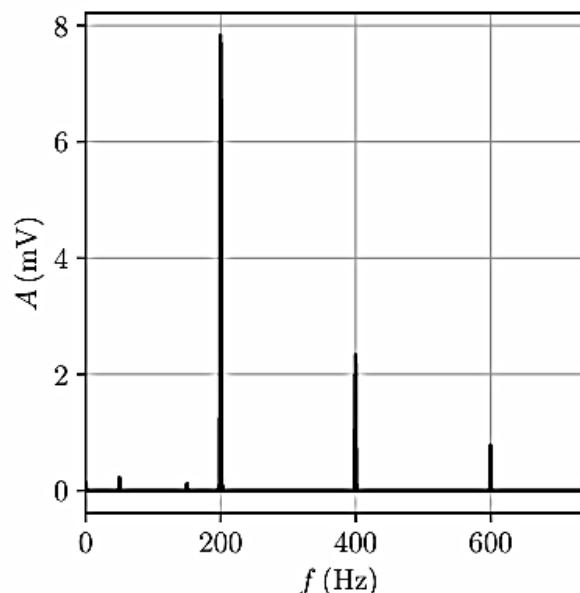


Figure 5

Q 14. Tracer, le plus précisément possible, l'allure du spectre de la tension $e(t)$ enregistrée par un micro placé à 4 cm de point d'attache, pour corde excitée de la même manière. Quel est l'influence de la position du micro sur le son restitué ?

II Aspect électrique

D'un point de vue électrique, le micro se modélise de la façon représentée à la figure 6.

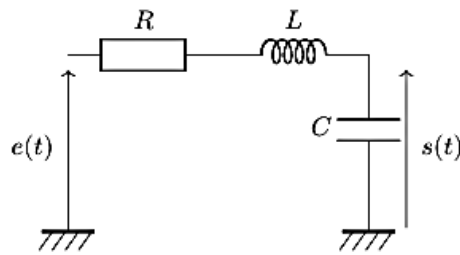


Figure 6

$e(t)$ est la force électromotrice induite par le mouvement de la corde. L désigne l'inductance propre du bobinage et R sa résistance. De plus, le grand nombre de spires présentes dans le bobinage provoque un effet capacitif représenté par le condensateur C .

Q 15. Étudier le comportement asymptotique de ce circuit. En déduire le type de filtrage réalisé par le micro.

Q 16. Donner l'expression de la fonction de transfert du micro en régime sinusoïdal forcé $\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{e}$.

Q 17. Écrire la fonction de transfert sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$ et exprimer les paramètres H_0 , ω_0 et Q en fonction de R , L et C .

Q 18. Montrer que, si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$, il y a résonance à une pulsation ω_r à déterminer.

Q 19. Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude dans le cas $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Q 20. Expliquer comment tracer expérimentalement un diagramme de Bode.

Q 21. Dans le cas précis du micro de guitare, expliquer pourquoi il n'est pas possible de tracer expérimentalement le diagramme de Bode.

Q 22. Un potentiomètre de résistance r est traditionnellement ajouté en parallèle de la capacité C . Donner l'expression littérale du nouveau gain statique du circuit en présence de ce potentiomètre. Ce dernier est accessible pour le guitariste. Quelle est son utilité ?

On souhaite mesurer les paramètres R , L et C de deux micros différents : le micro **Fender Lace Sensor** et le micro **De Armond Dynasonic**. En l'absence de vibration de la corde, le micro est modélisé par le dipôle, d'impédance $\underline{Z}$, représenté à la figure 7 gauche.

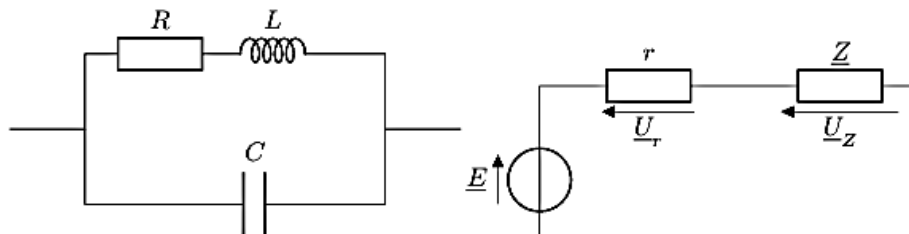


Figure 7

On réalise le montage de la figure 7 à droite, dans lequel e est une source de tension idéale, délivrant une tension sinusoïdale de la forme : $e(t) = E \cos(\omega t)$. r est un résistor de résistance $r = 10 \text{ k}\Omega$.

Q 23. Exprimer $\underline{Z}$, l'impédance du micro orienté en convention récepteur, en fonction de R , L , C et ω .

Q 24. Montrer que $\underline{Z} = r \frac{U_Z}{U_r}$.

Q 25. Le graphe de la figure 8 représente $\frac{|U_Z|}{|U_r|}$ en fonction de la pulsation ω pour les deux micros étudiés : trait plein pour le micro **Fender** et pointillés pour micro **Dynasonic**.

Montrer qu'en basses fréquences $\underline{Z} \simeq R$ et en déduire la valeur de R pour chaque micro.

Q 26. Les relevés expérimentaux mettent en évidence que pour des fréquences de l'ordre de 1 kHz, $\underline{Z}$ est dominée par R et L . Montrer que pour ces fréquences $L \simeq \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(r \frac{|U_Z|}{|U_r|}\right)^2 - R^2}$. En déduire la valeur de L pour chaque micro.

Q 27. $\underline{Z}$ peut s'écrire sous la forme $\underline{Z} = R \frac{1+jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}+j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$. Simplifier l'expression de $\underline{Z}$ dans l'hypothèse $Q \gg 1$ et ω proche de ω_0 . Expliquer comment évaluer C à partir des relevés expérimentaux. En déduire la valeur de C pour chaque micro.

Q 28. Justifier, à partir des mesures expérimentales, l'affirmation suivante : « Le micro Fender sonne plus aigu que le micro Dynasonic ».

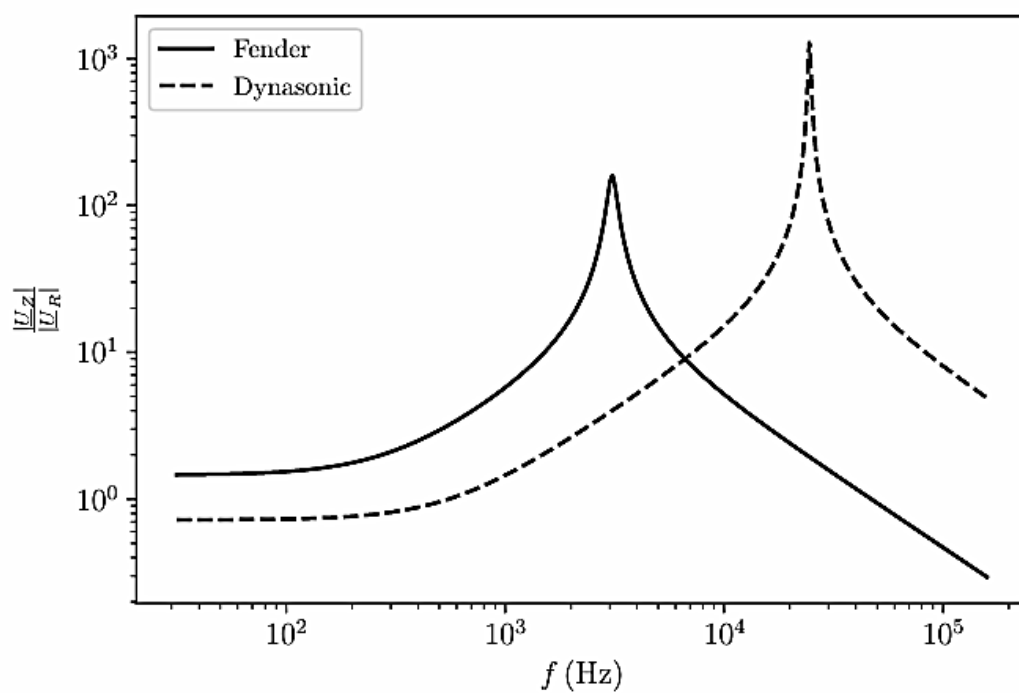


Figure 8

Problème 3 : Mélange de refroidissement antigel eau-glycol

Les données et les notations utilisées sont regroupées en fin d'énoncé.

Tous les résultats numériques seront donnés avec un nombre de chiffres significatifs compatibles avec les données fournies.

Le glycol, (formule brute $C_2H_6O_2$), $HOCH_2CH_2OH$, ou éthylèneglycol ou éthane-1,2-diol est principalement utilisé pour fabriquer des polyesters et des mélanges de refroidissement antigel pour l'automobile. C'est à cette dernière utilisation que nous nous intéressons ici.

Le mélange de refroidissement antigel est constitué de glycol et d'eau.

II.B – Dosage d'un antigel

Une solution aqueuse S est obtenue en diluant 200 fois un antigel commercial permettant de protéger les radiateurs des automobiles jusqu'à -27°C . On se propose de doser la solution S ; on note c_3 la concentration molaire en glycol de la solution S et C la concentration molaire en glycol de l'antigel.

Le protocole est le suivant.

– Étape 1

- dans un erlenmeyer introduire un volume $V_1 = 10,0 \text{ mL}$ de dichromate de potassium, ($2K^+$, $Cr_2O_7^{2-}$), de concentration molaire $c_1 = 1,00 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, puis ajouter lentement en agitant et en refroidissant 5 mL d'acide sulfurique concentré ;
- ajouter un volume $V_3 = 10,0 \text{ mL}$ de solution S à doser ;
- porter le milieu réactionnel au bain-marie bouillant pendant 30 minutes (l'erlenmeyer est équipé d'un réfrigérant à air permettant de condenser les vapeurs éventuelles).

– Étape 2

- refroidir le mélange réactionnel à température ambiante, ajouter environ 50 mL d'eau en rinçant les parois de l'erlenmeyer puis en agitant et en refroidissant 3,5 mL d'acide phosphorique concentré ;
- ajouter alors quelques gouttes de diphénylaminésulfonate de baryum, indicateur de fin de réaction, doser par une solution d'ions fer(II), Fe^{2+} , de concentration molaire $c_2 = 2,50 \times 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ jusqu'au vert franc de la solution dans l'erlenmeyer.

II.B.1) Donner les demi-équations électroniques des différents couples rédox intervenant dans ce dosage.

II.B.2) Établir les équations des deux réactions (1) et (2) ayant lieu respectivement dans l'étape 1 et dans l'étape 2.

On admet par la suite que ces réactions sont totales.

II.B.3) Établir la relation à l'équivalence entre les quantités de matière de glycol, $n(\text{gly})$, d'ions dichromate, $n(Cr_2O_7^{2-})$ et d'ions fer(II), $n(Fe^{2+})$, introduits à l'équivalence.

II.B.4) Le volume de solution d'ions fer(II) versé à l'équivalence est $V_{eq} = 9,30 \text{ mL}$. En déduire la concentration molaire c_3 en glycol de la solution S puis celle, C , de l'antigel commercial.

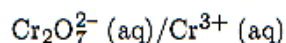
II.B.5) La masse volumique de l'antigel commercial est $\rho = 1,06 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$, déterminer la fraction molaire en glycol de l'antigel commercial.

Données

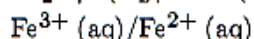
Masses molaires moléculaires

$$M(H_2O) = 18,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}, M(\text{glycol}) = 62,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

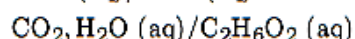
Potentieux standards à 25°C



$$E_1^\circ = 1,33 \text{ V}$$



$$E_2^\circ = 0,77 \text{ V}$$



$$E_3^\circ = -0,24 \text{ V}$$

$$\frac{RT}{F} \ln 10 = 0,059 \text{ V (à } T = 25^\circ\text{C)}$$

L'acide sulfurique sera considéré ici comme un diacide fort en solution aqueuse.

En solution aqueuse les ions $Cr_2O_7^{2-}(\text{aq})$ sont orangés et les ions $Cr^{3+}(\text{aq})$ sont verts.

Le diphénylamine sulfonate de baryum est un indicateur de fin de réaction utilisé en oxydoréduction : sa forme réduite est incolore et sa forme oxydée rouge-violacée, le potentiel standard du couple est 0,80 V.

NOM :

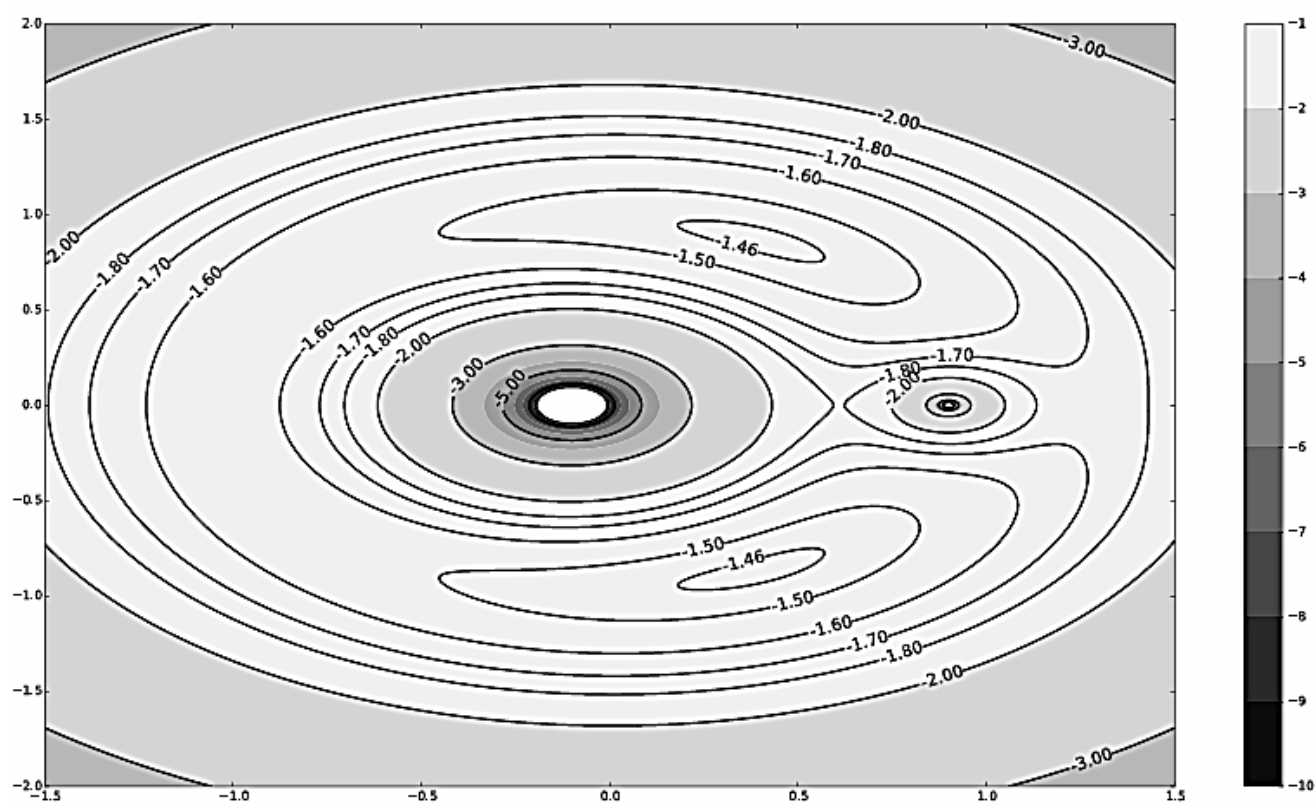
Problème 1 :**Question 6**

Figure A Courbes isoénergies potentielles dans le référentiel ($\mathcal{R}$) d'étude. Par souci de lisibilité, la carte est représentée pour $a = \frac{1}{10}$ ne correspondant pas au vrai rapport de masse $\frac{M_T}{M}$ du système {Terre+Soleil}

Question 14

Compléter les lignes de code dans les cadres prévus à cet effet. Dans la zone quadrillée, des lignes de code complètes sont attendues.

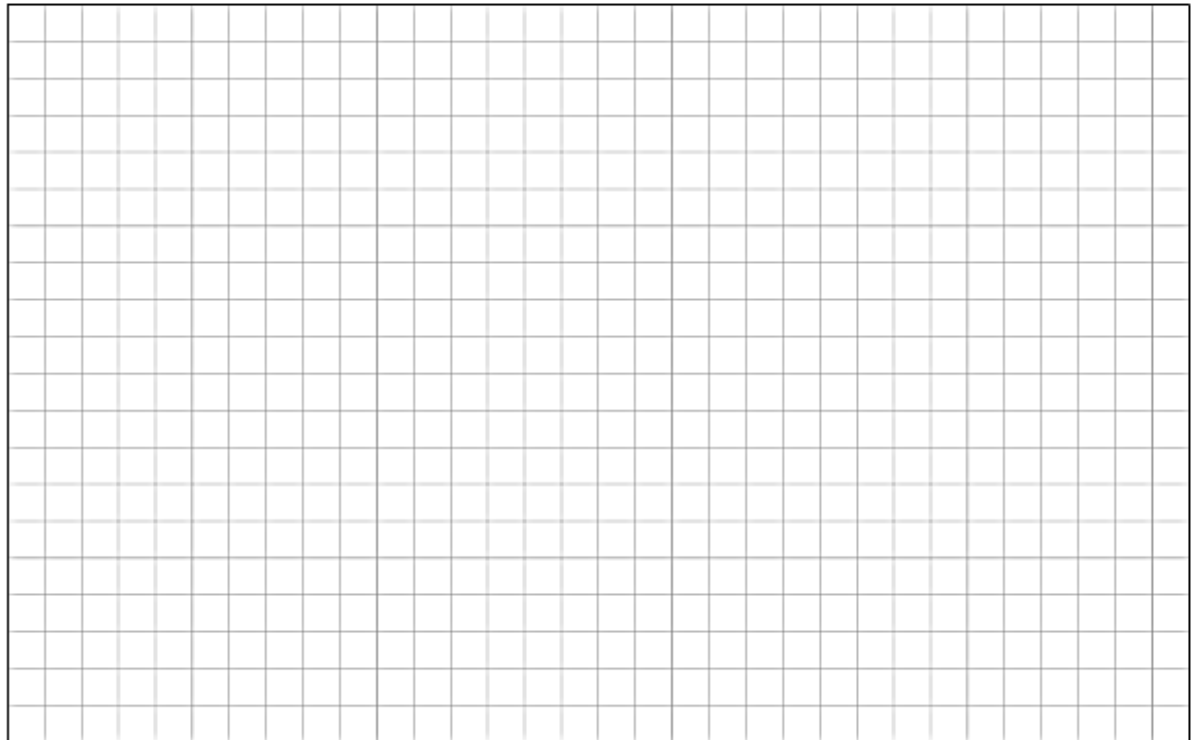
```
import numpy as np
# np.pi fournit la valeur du nombre pi=3.14151....

def resol(init, tau_f, N):
    """
    init : ndarray, vecteur contenant les valeurs initiales de u, v, w, up, vp, wp
    tau_f : float, on resout le probleme sur l'intervalle de temps [0, tau_f]
    N : int, nombre de points de calcul
    """
    global A, B, C # coefficients du système d'équations

    h =  # pas temporel

    tau = np.arange(0, tau_f, h)
    u = np.zeros(N); v = np.zeros(N); w = np.zeros(N) # vecteurs contenant N zéros
    up = np.zeros(N); vp = np.zeros(N); wp = np.zeros(N)

    u[0], v[0], w[0], up[0], vp[0], wp[0] = 
```



```
return tau, u, v, w, up, vp, wp
```

Figure B Fonction de résolution numérique du système d'équations (3)

• • • FIN • • •