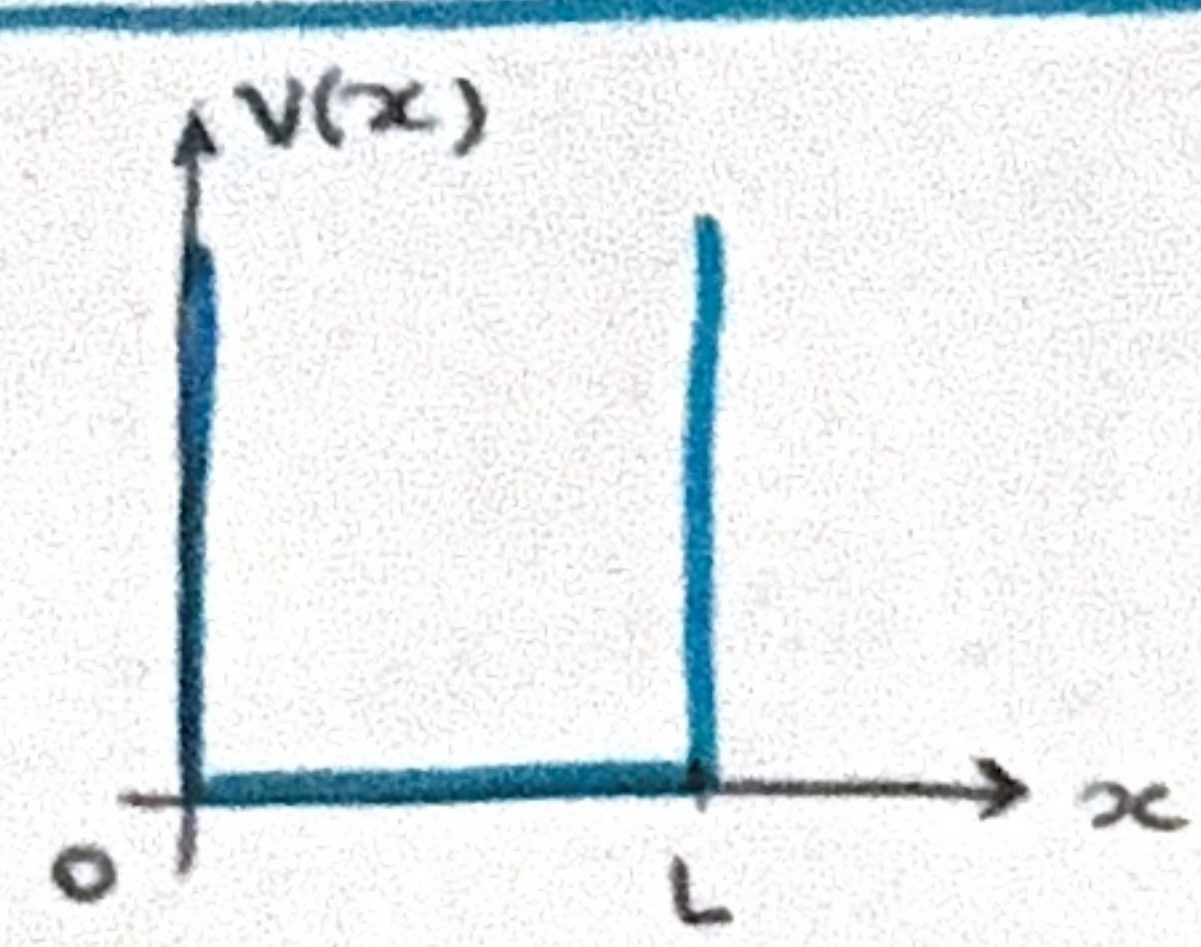


Diste de v. dans 1 GP unidimensionnel.



39). spectre énergétique d'un atome discret

$$m^* = \frac{M_{Hg}}{a_{Bo}} \approx \frac{2 \cdot 10^2}{6 \cdot 10^{23}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-21} = 3 \cdot 10^{-22} \text{ g} = 3 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$$

40). $-\frac{\hbar^2}{2m^*} \Delta \psi + V \cdot \psi = E \psi$ Eq. de Schrödinger indpt du tps pr état stationnaire

pour $x \in]0, L[$ $V(x)=0 \Rightarrow \Delta \psi + \underbrace{\frac{2m^*E}{\hbar^2}}_{k^2} \psi = 0.$

$\psi(x=0) = 0 = \psi(x=L)$ car $\psi(x=0^-) = 0 = \psi(x=L^+).$

41). $\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}$

$\psi(0) = A+B=0 \Rightarrow B = -A$

$\psi(L) = A e^{ikL} + B e^{-ikL} = A(e^{ikL} - e^{-ikL}) = A \cdot 2i \sin(kL) = 0 \Rightarrow \sin(kL) = 0$
 $\Rightarrow kL = n\pi, n \in \mathbb{N}^*$
 $\Rightarrow k_n = \frac{n\pi}{L}.$

$\frac{2m^*E_n}{\hbar^2} = k_n^2 = \frac{n^2\pi^2}{L^2} \Leftrightarrow E_n = \frac{n^2\pi^2}{L^2} \cdot \frac{\hbar^2}{2m^*}$

$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* L^2} = \frac{10 \times 1 \cdot 10^{-68}}{2 \times 3 \cdot 10^{-25} \times (91)^2} = \frac{10}{6} \cdot 10^{-68+25+2}$
 $= 0.17 \cdot 10^{-40} \text{ J} = 1.7 \cdot 10^{-41} \text{ J}.$

42). $E_{n_1} = k_B T_{\text{gaz}} = n_1^2 \cdot E_1 \Leftrightarrow n_1 = \sqrt{\frac{k_B T_{\text{gaz}}}{E_1}} = \sqrt{\frac{1.38 \cdot 10^{-23} \times 10^3}{1.7 \cdot 10^{-41}}} \approx \sqrt{10^{-20+41}}$

$n_1 = \sqrt{10 \cdot 10^{20}} \approx 3 \cdot 10^{10} \Rightarrow E_1 \ll k_B T_{\text{gaz}}.$

$\frac{E_{n_1+1} - E_{n_1}}{E_{n_1}} = \frac{(n_1+1)^2 E_1 - n_1^2 E_1}{n_1^2 E_1} = \frac{n_1^2 + 1 + 2n_1 - n_1^2}{n_1^2} \approx \frac{2n_1}{n_1^2} \approx \frac{2}{n_1} = \frac{2}{3} \cdot 10^{-10} \ll 1.$
 $\approx 7 \cdot 10^{-11}$

l'écart relatif est très faible $\Rightarrow$ continuum d'énergie
 $\rightarrow$ app. classique.

43). $E = n^2 E_1 \Leftrightarrow n = \sqrt{\frac{E}{E_1}}$

$\rightarrow$ ou bien $dn = n(E+dE) - n(E) \approx \frac{dn}{dE} dE$
 44). $E = n^2 E_1$ à l'ordre 1 en dE.

$E + dE = (n + dn)^2 E_1 = n^2 E_1 + 2n \cdot dn E_1 + \underbrace{dn^2 E_1}_{\text{à l'ordre 1 en } dn} \approx E + 2n \cdot dn \cdot E_1 \Leftrightarrow dn = \frac{dE}{2n E_1}$

ainsi $\rho(E) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{E \cdot E_1}}$

$dn = \frac{dE}{2 \cdot E_1 \sqrt{\frac{E}{E_1}}} = \frac{dE}{2 \sqrt{E E_1}}$

45). $P_E = A \cdot e^{-E/k_B T_{\text{gaz}}}$ avec A une cste.

$$46). dP(E) = f(E) \cdot dn(E) = A e^{-\beta E} \cdot \frac{dE}{2\sqrt{E_1 E}} \Rightarrow f(E) = A \cdot \frac{e^{-\beta E}}{2\sqrt{E_1 E}}$$

$$47) \int_{E=0}^{\infty} dP(E) = 1 \quad \text{cste de normalisation}$$

$$1 = \int_{E=0}^{\infty} A e^{-\beta E} \cdot \frac{dE}{2\sqrt{E_1 E}} = \frac{A}{2\sqrt{E_1}} \int_{E=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{E}} \cdot e^{-\beta E} \cdot dE.$$

$$\begin{aligned} dx &= \beta dE \\ \sqrt{x} &= \sqrt{\beta} \cdot \sqrt{E} \end{aligned}$$

$$\int_{x=0}^{\infty} \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{x}} \cdot e^{-x} \cdot \frac{dx}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \cdot \sqrt{\pi}$$

$$\Rightarrow A = 2\sqrt{E_1} \cdot \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\pi}}$$

$$\Rightarrow f(E) = \frac{2\sqrt{E_1 \beta}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{e^{-\beta E}}{2\sqrt{E_1 E}} = \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\pi E}} \cdot e^{-\beta E}$$

$$48). \langle E \rangle = \int_0^{\infty} E \cdot f(E) \cdot dE = \int_0^{\infty} E \cdot \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\pi E}} e^{-\beta E} \cdot dE = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \sqrt{\beta E} \cdot e^{-\beta E} \cdot dE$$

$$\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} \cdot \frac{dx}{\beta} = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\Rightarrow \langle E \rangle = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{1}{2} k_B T_{\text{gaz}}$$

th. d'équipartition de l'énergie : dans l'approx. ℓ^0 , pour un syst. à l'éq. thermique à T_{gaz}

chq ddl quadratique apporte une contribution $\frac{1}{2} k_B T$ à l'énergie moyenne d'une particule. Ici 1 seul ddl quad. car pb unidimensionnel.

$$\text{Pour les particules confinées dans le puits : } \langle e \rangle = \langle e_c \rangle = \frac{1}{2} m^* u^2 = \frac{1}{2} k_B T_{\text{gaz}} \Rightarrow u = \sqrt{\frac{k_B T_{\text{gaz}}}{m^*}}$$

$$\text{AN : } u \approx \sqrt{\frac{1,4 \cdot 10^{-23} \times 10^3}{3 \cdot 10^{-25}}} = \sqrt{\frac{15}{3} 10^{-20+24}} \approx 2 \cdot 10^2 \text{ m.s}^{-1}$$