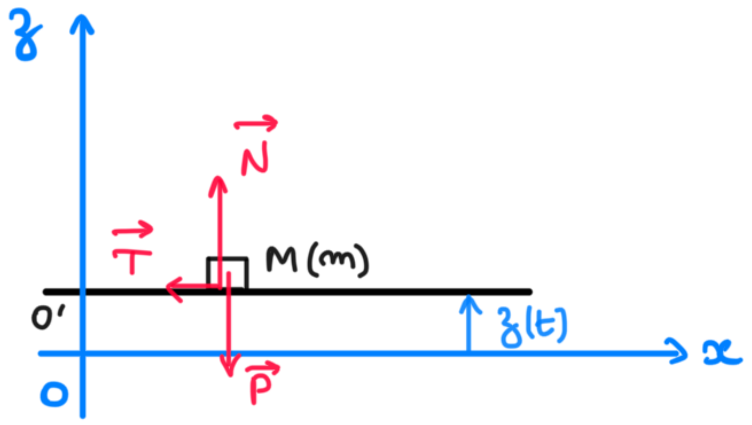
Contact et vibrat°



syst {M(m)} étudié dans R_p réf. lié au plateau non galiléen en translat° / à R_t terrestre galiléen.

Bdf : • $\vec{P} = -mg\,\vec{u_z}$

$\vec{N} = N\,\vec{u_z}$ N>0 si M en contact avec le plateau

$\vec{T} \perp \vec{u_z}$

• force d'inertie : $\vec{F_{ie}} = -m\vec{a_e}$

$$\vec{a_e} = \vec{a}_{O'/R_t} = \frac{d^2z}{dt^2}\vec{u_z} = +A\omega^2\cos(\omega t)\,\vec{u_z}$$

PFD : $m\,\vec{a}_{M/R_p} = \left(-mg + N - mA\omega^2\cos(\omega t)\right)\vec{u_z} + \vec{T}$

M reste en contact avec plateau : $\vec{a}_{M/R_p} \cdot \vec{u_z} = 0$

$\Rightarrow -mg + N - mA\omega^2\cos(\omega t) = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{N = m\left(A\omega^2\cos(\omega t) + g\right)}$

avec $\forall t,\ N(t) > 0 \Leftrightarrow A\omega^2\cos(\omega t) + g > 0$

en particulier pour $\cos(\omega t) = -1$

d'où la cdt° recherchée : $g > A\omega^2 \Leftrightarrow \boxed{A < \frac{g}{\omega^2}}$

Vérificat° : • cela est cohérent de devoir imposer une amplitude max pour que le contact ne soit pas rompu.

amplitude max d'autant ⊕ faible que la pulsat° des oscillat° est élevée.

• la relat° est bien homogène : $\begin{cases} [g] = [acc] = L.T^{-2} \\ [A\omega^2] = L.T^{-2} \end{cases}$

2) a) On cherche t_D instant où M décolle

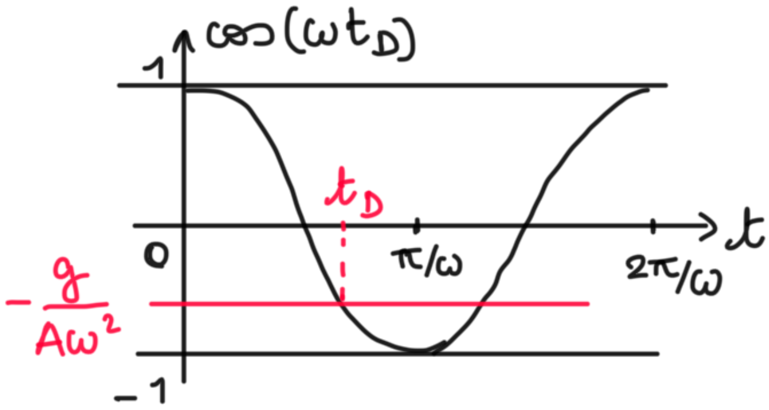
t_D tq $N(t_D) = 0$

$\Leftrightarrow \quad A\omega^2 \cos(\omega t_D) + g = 0$

$\Leftrightarrow \quad \cos(\omega t_D) = -\dfrac{g}{A\omega^2}$ avec $1 > \dfrac{g}{A\omega^2}$

$\Rightarrow -\dfrac{g}{A\omega^2} > -1$

$\Rightarrow t_D$ existe



On a $z_D = z(t_D) = A(1 - \cos(\omega t_D))$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{z_D = A\left(1 + \frac{g}{A\omega^2}\right)}$$

2)b) syst $\{M(m)\}$ étudié dans $\mathcal{R}_t$ galiléen

Bdf : $\vec{P}$ qui dérive de $E_{p_{pes}} = mgz$

TEM : $\Delta E_m = W_{nc} = 0$

on note t_2 l'instant où M atteint son alt. max

on a alors $E_m(t_D) = E_m(t_2)$

$$\Leftrightarrow \quad E_c(t_D) + E_p(t_D) = \underset{\overset{\shortparallel}{0}}{E_c(t_2)} + E_p(t_2)$$

avec. $E_c(t_D) = \dfrac{1}{2} m \underbrace{\dot{z}(t_D)^2}_{\text{vitesse du plateau}} = \dfrac{1}{2} m \left(A\omega \sin(\omega t_D)\right)^2$

[car M immobile ds $\mathcal{R}_p$ à t_D^-
et continuité de la vitesse.

or $\cos(\omega t_D) = -\dfrac{g}{A\omega^2} \Rightarrow \sin^2(\omega t_D) = 1 - \left(\dfrac{g}{A\omega^2}\right)^2$

d'où $E_c(t_D) = \dfrac{1}{2} m A^2\omega^2 \cdot \left(1 - \left(\dfrac{g}{A\omega^2}\right)^2\right)$

- $E_p(t_D) = mg\,z(t_D) = mgA\left(1 + \dfrac{g}{A\omega^2}\right)$
- $E_p(t_2) = mg\,z_{max}$

d'où $z_{max} = \frac{1}{2}\frac{A^2\omega^2}{g}\left(1-\left(\frac{g}{A\omega^2}\right)^2\right) + A\left(1+\frac{g}{A\omega^2}\right)$

$\Leftrightarrow z_{max} = \frac{1}{2}\left(\frac{A^2\omega^2}{g} - \frac{g}{\omega^2}\right) + A + \frac{g}{\omega^2}$

$$\Leftrightarrow \boxed{z_{max} = A\left(1+\frac{A\omega^2}{2g}\right) + \frac{g}{2\omega^2}}$$

Vérificat° :

- $\begin{cases} [z_{max}] = L \\ [A] = L \text{ et } \left[\frac{A\omega^2}{2g}\right] = 1 \\ \left[\frac{g}{2\omega^2}\right] = \frac{L.T^{-2}}{T^{-2}} = L \end{cases}$

- cohérent que z_{max} soit d'autant ⊕ élevé que l'amplitude A est élevée.