

Préparation aux oraux MP/MPI

TD3 – Electromagnétisme & Ondes

1 Exercice « académique » **CMT** Bizouerne 2025 : Couche épaisse chargée

On munit l'espace d'un repère cartésien $(Oxyz)$.

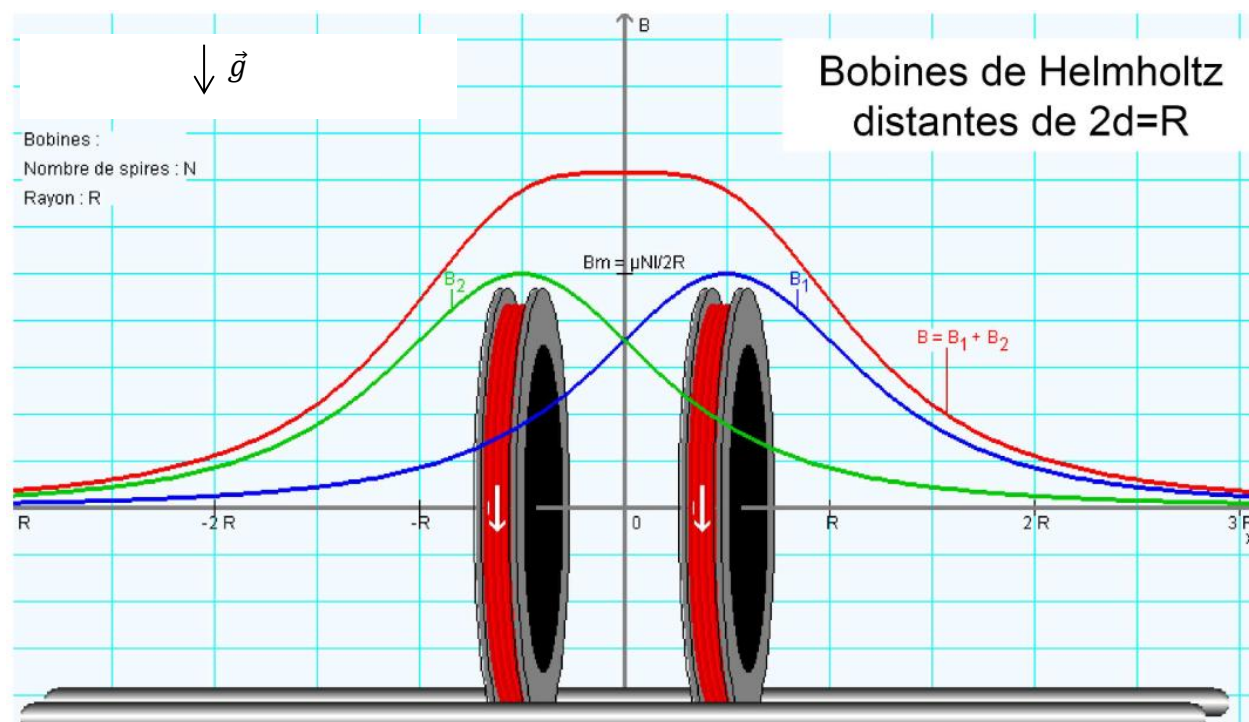
On considère deux plans infinis d'équations respectives $z = 0$ et $z = L$.

L'espace compris entre ces deux plans est rempli de particules chargées avec une densité volumique de charges ρ_0 . Le reste de l'espace est vide de charge.

☛ Déterminer le champ électrostatique en un point quelconque de l'espace.

2 Exercice « académique » **CCINP** Peyretailade 2025 : Aiguille dans bobines de Helmholtz

On considère 2 bobines identiques plates circulaires d'axe (Ox) , axe horizontal, de rayon $R = 6,5$ cm, ayant un nombre de spires $N = 10$, parcourues par le même courant $I = 100$ mA.



Dans un 1^{er} temps, on considère que la seule source de champ magnétique est la paire de bobines.

1) Montrer que le champ en un point M de l'axe (Ox) peut s'écrire :

$$\vec{B}(M) = B(x)\vec{u}_x$$

On considère une aiguille aimantée de longueur $\ell = 2,0$ mm de moment magnétique \vec{m} .

On rappelle que l'aiguille subit une action magnétique de moment $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$

Le centre de l'aiguille est confondu avec O et l'aiguille appartient au plan horizontal (Oxy) .

L'aiguille est en rotation autour de l'axe (Oz) , axe vertical, et sa position est repérée par $\theta = (\vec{B}, \vec{m})$.

2) Que peut-on dire du champ dans lequel l'aiguille est plongée ?

3) Représenter l'aiguille lorsqu'elle est en position d'équilibre.

4) Déterminer la période T des oscillations de l'aiguille autour de sa position d'équilibre.

On tient maintenant compte du champ magnétique terrestre. Pour mesurer sa composante horizontale B_H , on oriente l'axe (Ox) des bobines dans la direction Est-Ouest.

5) Sachant qu'à l'équilibre, l'angle θ vaut $56,6^\circ$, déterminer la valeur de la composante horizontale B_H du champ magnétique terrestre.

3 Exercice « académique » CCINP Bizouerne 2025 : Onde électromagnétique dans un plasma

On considère un plasma ayant une densité volumique d'électrons n .

On s'intéresse à la propagation dans ce plasma d'une onde électromagnétique transverse telle que la représentation complexe du champ électrique est :

$$\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{\vec{E}}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

- 1) Déterminer la relation entre la représentation complexe du vecteur densité de courant volumique $\underline{\vec{j}}$ et le champ électrique complexe $\underline{\vec{E}}$.
- 2) Donner les équations de Maxwell dans le plasma.
- 3) Etablir la relation de dispersion, vous introduirez la pulsation caractéristique du plasma ω_p .
- 4) Donner l'ordre de grandeur de ω_p pour l'ionosphère terrestre.
- 5) Déterminer les expressions des vitesses de phase et de groupe. Tracer leur courbe en fonction de la pulsation ω . *Question posée à l'oral par l'examineur : que représentent respectivement les vitesses de phase et de groupe ?*

4 Exercice « académique » CCMP : Milieu conducteur

Soit un milieu métallique homogène et isotrope, de conductivité γ , délimité par le plan Oxy et occupant le demi-espace $z > 0$ (approximation d'une plaque métallique épaisse). Il est le siège d'un courant sinusoïdal de pulsation ω dont le vecteur densité de courant s'écrit :

$$\vec{j}(z, t) = j_0(z) e^{-i\omega t} \vec{u}_x.$$

1. Écrire les expressions du champ électrique \vec{E} et du champ magnétique \vec{B} .
2. Dans le cas de pulsations $\omega \ll \gamma/\epsilon_0$, établir l'équation différentielle satisfaite par $j_0(z)$.
3. En déduire l'expression de $\vec{j}(z, t)$ en posant $\delta = \sqrt{2/\mu_0\gamma\omega}$ dont on donnera la signification physique. Commenter l'expression obtenue. Exprimer la vitesse de phase et de groupe.
4. Calculer δ pour du cuivre ($\gamma = 6.0 \times 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$) et des fréquences de 50 Hz et de 1.0 MHz. L'approximation de la question 2 est-elle valable ?

5 Exercice « académique » CMT Peynon 2025 : Guide d'onde

On considère une onde électromagnétique dans le vide compris entre deux conducteurs plans placés en $y = 0$ et $y = a$.

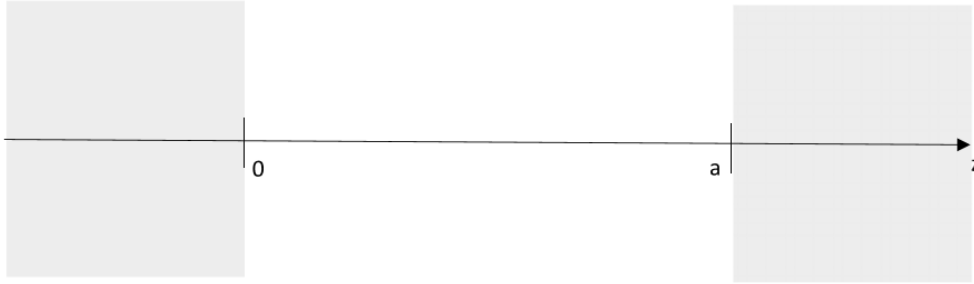
On pose $\vec{E} = E_0(y) \exp(i(\omega t - kz)) \vec{u}_x$.

On admet que $\vec{E}(y = 0) = \vec{0} = \vec{E}(y = a)$.

- 1) Déterminer $E_0(y)$ et la relation de dispersion.
- 2) Déterminer les vitesses de phase et de groupe.

6 CCS1 Galot 2023 : Cavité électromagnétique

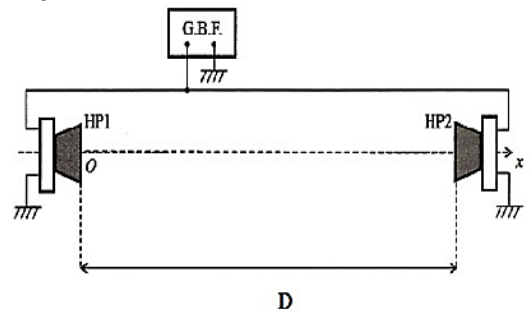
On considère un champ $\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{\pi z}{a}\right) \cos(kx - \omega t) \vec{u}_y$ se propageant dans un milieu tel que pour $0 < z < a$, le milieu est un milieu vide de charge et de courant. Ce milieu est délimité par des conducteurs parfaits en $z < 0$ et $z > a$.



- 1) Déterminer la relation de dispersion. A quelle condition l'onde peut-elle se propager ?
- 2) Exprimer la vitesse de phase et la vitesse de groupe.
- 3) Calculer le vecteur de Poynting moyen.
- 4) Déterminer la densité d'énergie électromagnétique moyenne.
- 5) Déterminer la vitesse de l'énergie électromagnétique.

7 Exercice « académique » CCINP Escot 2023 : Ondes acoustiques

On dispose de deux haut-parleurs, alimentés en parallèle par un générateur basses fréquences (GBF) de fréquence $f = 1280 \text{ Hz}$. On utilise les deux haut-parleurs, placés face à face à une distance D , le long de l'axe Ox . On place entre eux un microphone de taille négligeable relié à un oscilloscope. On note $P_1(x, t)$ le signal associé à l'onde issue du haut-parleur 1 et $P_2(x, t)$ le signal associé à l'onde issue du haut-parleur 2. Ces grandeurs sont additives.



- 1) Sachant que $P_1(0, t) = P_2(D, t) = P_0 \sin(\omega t)$, déterminer les expressions de $P_1(x, t)$ et de $P_2(x, t)$.
- 2) Déterminer le signal $P(x, t)$ en un point M d'abscisse $x \in [0, D]$.
- 3) Quelles sont les 2 familles de points dans un état vibratoire particulier que l'on peut distinguer ? Préciser leurs abscisses.
- 4) Sachant que la distance entre 2 points d'une même famille est $e = 13,5 \text{ cm}$ et que l'onde a pour fréquence $f = 1280 \text{ Hz}$, déterminer la célérité de l'onde sonore dans les conditions de l'expérience.
- 5) Les 2 haut-parleurs ont cette fois des fréquences différentes mais très proches. Qu'observe-t-on à l'oscilloscope ?

8 Résolution de problème CMT : Corde vibrante

On étudie une corde horizontale telle que :

- une des extrémités est excitée par un vibreur alimenté par un GBF. Le vibreur impose un mouvement vertical sinusoïdal ;
- l'autre extrémité est reliée, au travers d'une poulie, à une sphère de masse $m = 500 \text{ g}$.

Dans cette configuration, la corde oscille selon le mode propre de rang 2. Ensuite la sphère est totalement immergée dans un récipient d'eau. Dans cette 2^e configuration, la corde oscille selon le mode propre de rang 5.

➡ Que vaut le rayon R de la sphère ?

Donnée : Célérité d'une onde le long d'une corde : $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, où T est la tension de la corde et μ sa masse linéique.

9 CCS2 : Ondes sismiques

Ondes dans un barreau unidimensionnel

Soit une onde longitudinale dans un barreau très long, de masse volumique ρ_0 uniforme au repos. On admet qu'au passage de l'onde longitudinale, la masse volumique dans le barreau s'écrit : $\rho(x, t) \simeq \rho_0$. La figure 1 définit les notations.

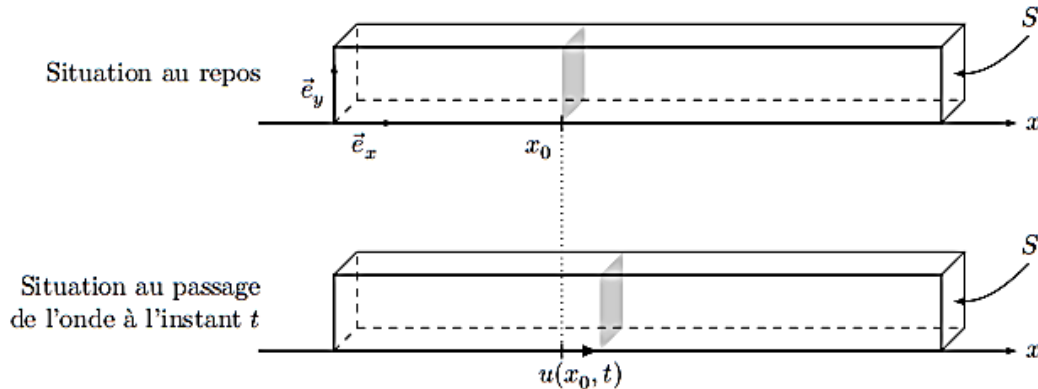


Figure 1 Déplacement longitudinal dans un barreau unidimensionnel

Les développements limités seront effectués à l'ordre 1.

- a. En une section située en x_0 à l'instant t , la partie $x < x_0$ exerce sur la partie $x > x_0$ la force

$$\vec{f}_L(x_0, t) = -(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x}(x_0, t) S \vec{e}_x$$

où λ et μ sont des constantes positives propres au matériau, appelées paramètres de Lamé. Montrer que $u(x, t)$ vérifie l'équation d'onde et donner l'expression de la célérité des ondes longitudinales (ou de compression), c_L .

- b. Un solide peut être le siège d'ondes transversales (ou de cisaillement). Localement, en une section située en x_0 à l'instant t , la partie $x < x_0$ exerce sur la partie $x > x_0$ la force

$$\vec{f}_T(x_0, t) = -\mu \frac{\partial v}{\partial x}(x_0, t) S \vec{e}_y$$

où v est le déplacement par rapport à l'équilibre du barreau selon \vec{e}_y . Par analogie avec la question précédente, donner sans démonstration l'expression de la célérité des ondes transversales (ou de cisaillement), c_T .

- c. En sismique, les ondes de compression et de cisaillement sont désignées respectivement par les lettres P et S , respectivement pour Première et Seconde. Pourquoi ?

Rai sismique

Un rai (ou rayon) sismique est aux ondes sismiques ce qu'un rayon lumineux est aux ondes électromagnétiques.

- Justifier qu'un rai sismique est perpendiculaire aux surfaces où l'amplitude de l'onde sismique prend une valeur constante. En vous basant sur l'optique, énoncer les lois de Descartes de la réfraction d'un rai sismique à l'interface plane entre deux milieux de vitesse de rai v_1 et v_2 .
- La vitesse des ondes change en fonction de la profondeur. Afin de comprendre comment cela affecte un rai sismique, on considère un rai traversant trois milieux 1, 2 et 3 de vitesses v_1, v_2 et v_3 respectivement. L'interface entre chaque milieu est sphérique, et le rai arrive sur le milieu 1 avec une incidence i_1 . Tracer la marche du rai incident (figure 2).

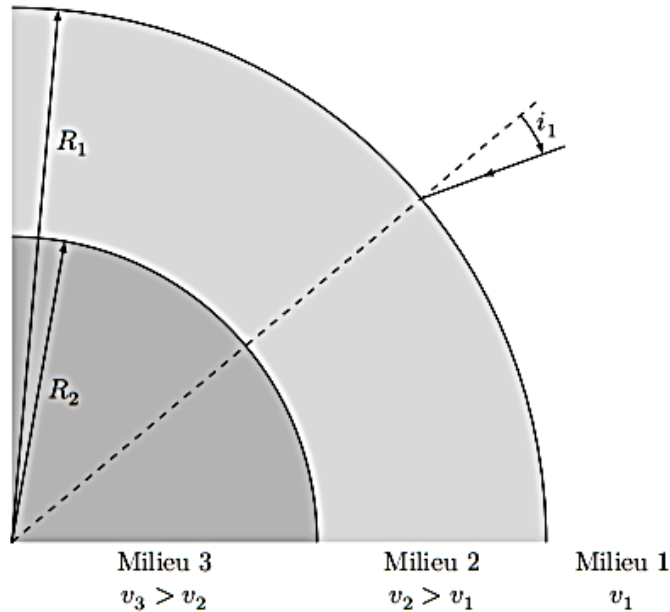


Figure 2

Montrer que la quantité $p = \frac{R_k \sin(i_k)}{v_k}$ est identique pour les deux interfaces ($k = \{1; 2\}$, i_2 est l'angle d'incidence à l'interface 2/3). p s'appelle *paramètre de rai*.

Étude documentaire

On justifiera les réponses en s'appuyant d'une part sur les résultats des questions précédentes, d'autre part sur les documents fournis.

On considère un séisme de foyer F . On appelle *épicentre* E le projeté de F sur la surface de la Terre. L'étude d'un séisme se fait notamment par deux outils.

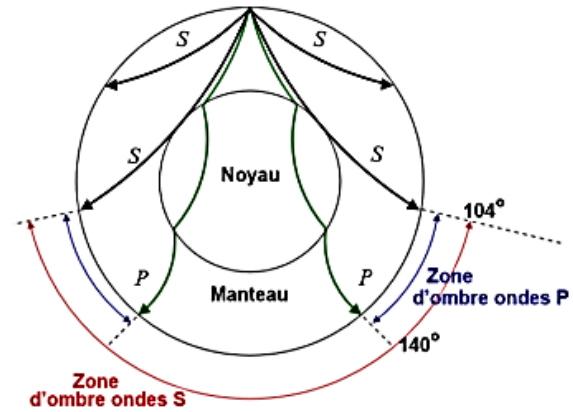
- L'hodochrone des ondes : il s'agit du graphe du temps T mis par l'onde pour arriver en un point M de la surface de la Terre en fonction de Δ , appelée distance épicentrale et définie dans le document 2.
- L'enregistrement, par une station de mesure, des ondes P et S en fonction du temps : c'est le sismogramme.

- Expliquer l'allure des rais sismiques présentés.
- Pourquoi une onde S ne se propage-t-elle pas dans le noyau ? Comment cela se traduit-il sur son hodochrone ?
- À partir des données fournies, déterminer la distance épicentrale du séisme étudié. Connait-on exactement l'emplacement de l'épicentre ?

Document 1 Modèle de la Terre à deux enveloppes

La Terre peut être modélisée en première approximation par un noyau liquide, de rayon approximatif 2900 km, entourée par un manteau solide. Dans le manteau, la vitesse des ondes P et S augmente en fonction de la profondeur. La vitesse des ondes P dans le noyau est plus faible que dans le manteau.

Du fait de la présence du noyau, il existe des zones à la surface de la Terre qui ne reçoivent pas les ondes issues d'un point donné. Ce sont des zones d'ombre sismiques.



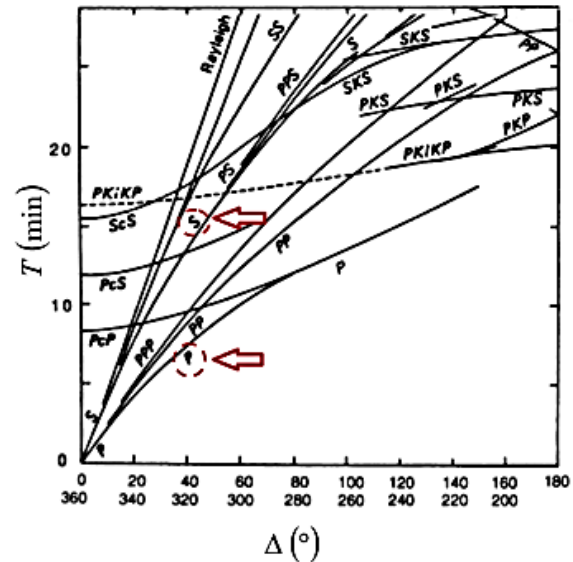
Document 2 Hodochrone

La figure ci-contre représente l'hodochrone des différentes ondes sismiques dans l'ensemble {Manteau + Noyau}.

L'abscisse du graphe est l'angle $\Delta = \widehat{EOM}$ avec : E épicentre du séisme, O le centre de la Terre, M point d'observation.

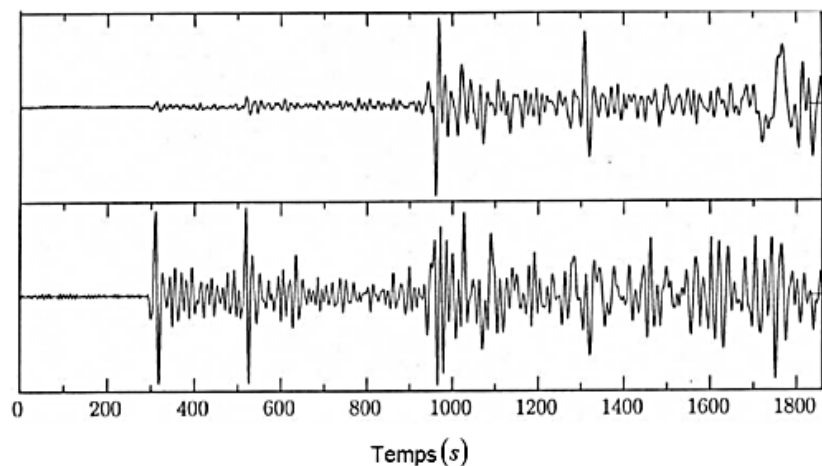
L'ordonnée est le temps T correspondant à Δ , pour un type d'onde donné.

On exploitera *uniquement* les hodochrones des ondes P et S (voir flèches).



Document 3 Sismogrammes

La figure ci-contre est un enregistrement de l'amplitude des ondes P et S en fonction du temps. Cet enregistrement a été réalisé par un sismographe situé à la surface de la Terre.



Rapports

CCINP

- Les propriétés de symétrie et invariance sont en général bien appliquées.
- En revanche, les propriétés de parité (ou d'imparité) du champ électrostatique ou magnétostatique ne sont que très rarement établies alors qu'elles peuvent être utiles pour la suite du raisonnement.
- Attention à ne pas confondre les notions de flux et de circulation.
- Exceptés pour les problèmes à une dimension en coordonnées cartésiennes, les examinateurs engagent les candidats à toujours préférer un calcul des champs via les formes intégrales des équations de Maxwell (Gauss, Ampère, Faraday...) plutôt que par l'utilisation des équations de Maxwell (locales) et des formulaires fournis (en coordonnées cylindriques, sphériques).
- L'écriture des équations de Maxwell fait parfois apparaître une grande créativité qui va être sévèrement sanctionnée et marquer un point d'arrêt complet dans l'oral jusqu'à leur élucidation complète.
- Il faut savoir, en justifiant, identifier une onde : plane, progressive, progressive amortie, stationnaire, stationnaire évanescence, monochromatique (= sinusoïdale = harmonique). Savoir aussi quel type de vecteur d'onde (réel, complexe, imaginaire pur) correspond à quel type d'onde (progressive, progressive amortie, stationnaire évanescence).
- La planéité ou non de l'onde progressive n'est pas comprise le plus souvent et les candidats tombent dans le piège en appliquant une relation de structure non appropriée entre E et B. L'étude de la nature de l'onde (TE, TM, TEM) pose également problème.
- Attention à ne pas confondre l'énergie électromagnétique avec la densité volumique d'énergie électromagnétique.
- Vecteur de Poynting et valeur moyenne : attention à l'usage de la notation complexe.

CCS

L'analyse des propriétés de symétrie et d'invariance (dans cet ordre) de la distribution de charge (ou de courant) et les conséquences pour le champ électrostatique est un préalable à toute étude.

Le choix d'une surface de Gauss fermée (ou d'un contour d'Ampère), bien que souvent classique, doit être motivé.

La relation de structure n'est valable que pour l'onde plane progressive pour laquelle il convient de ne pas confondre la direction de polarisation avec la direction de propagation. Bien que dans le cadre de l'étude des OPPH, il est souvent commode de mener les calculs en complexe, une attention particulière doit être portée sur les grandeurs énergétiques : une grandeur énergétique est toujours réelle. Ainsi, lorsqu'on demande d'évaluer le vecteur de Poynting instantané, il est impératif de repasser en réel.

Le jury regrette le manque de sens physique relatif au cadre du modèle de la charge élastiquement liée et attire l'attention sur la nécessité de connaître et savoir justifier l'approximation dipolaire.

CMT

La statique des champs fait aussi appel à une utilisation de schémas qui doivent être clairs et bien construits (choix de bases directes). Les symétries et invariances doivent être expliquées clairement mais sans perdre un temps précieux.

L'étude des ondes électromagnétiques dans le vide est en général correctement maîtrisée, mais de nombreuses confusions sont faites entre l'étude des ondes dans le métal et dans le plasma. Les exercices sur les dipôles électriques et magnétiques sont rarement bien traités.

CCMP MP

Si les candidats ont très majoritairement le réflexe d'examiner les symétries et les invariances pour déterminer la topographie d'un champ électrique ou magnétique, les plans de symétrie ou d'antisymétrie des courants sont parfois mal identifiés, entraînant des erreurs et une perte de temps dans les calculs de champs qui suivent.

Dans les calculs de flux de champs, en particulier pour l'utilisation de la loi de Faraday, on relève de fréquents oublis d'orientation, et un manque de rigueur dans les notations : par exemple, dans la loi de Faraday, on ne met pas de «rond» sur l'intégrale du flux de \vec{B} , qui concerne une surface -ouverte- s'appuyant sur un contour fermé orienté, mais on en met un sur celle traduisant la circulation du champ électrique exprimant la fem résultante sur le contour fermé envisagé. A toutes fins utiles, il est rappelé que la surface envisagée n'est pas toujours plane -même si le contour l'est- et que $\vec{B} \cdot d\vec{S}$ n'y est pas toujours uniforme.

Trop de candidats démarrent les exercices sur l'induction sans discussion physique, ce qui les pénalise généralement pour leur démarche ultérieure et ne leur permet pas de vérifier la pertinence de leurs résultats. Attention, la conformité du signe d'une expression (composante d'une force de Laplace par exemple) avec la loi de Lenz ne garantit pas l'exactitude de la démarche : plus modestement, on peut affirmer que le nombre d'erreurs de signe est pair...mais pas forcément nul.

Si les candidats savent majoritairement exprimer les champs \vec{E} et \vec{B} d'une onde plane progressive monochromatique -OPPM- (ou harmonique -OPPH-) dans le vide, une part importante a des difficultés à définir clairement le caractère plan et le caractère progressif d'une onde. Certains confondent l'axe de polarisation et la direction de propagation d'une onde électromagnétique.

Les relations de structure et de dispersion valables pour une OPPM dans le vide sont parfois utilisées sans précautions pour d'autres ondes, entraînant des résultats non pertinents et l'aide de l'examinateur pour une reprise correcte des démarches, ce qui pénalise le candidat.

Pour beaucoup de candidats, les vitesses de phase et de groupe se limitent à deux expressions mathématiques, la signification physique restant très floue. En particulier, la possibilité pour la vitesse de phase de dépasser celle de la lumière dans le vide a du mal à être justifiée clairement.

Les bilans d'énergie électromagnétique et les différents termes qu'ils comportent ne sont pas toujours correctement assimilés. En particulier, la signification et la dimension physiques du vecteur de Poynting posent des difficultés à une partie des candidats.

CCMP MPI

Électromagnétisme : On observe souvent des confusions entre lignes de champ et équipotentielles. Le théorème de Gauss est connu, mais pas toujours bien appliqué (surfaces de Gauss inadaptées à la géométrie du problème). Nous rappelons que les systèmes modélisés par une sphère, un cylindre infini ou un plan infini doivent être maîtrisés à la perfection. De même, l'établissement des expressions du champ et du potentiel créés par un doublet de charges dans l'approximation dipolaire fait partie des capacités exigibles.

La loi de Lenz, même si elle est connue, est souvent mal interprétée. La cause des phénomènes d'induction est la variation du *flux* de champ magnétique et non pas, par exemple, la présence d'un champ \vec{B} constant qui traverse un circuit en mouvement, certains candidats prédisant alors un « champ magnétique induit » opposé au champ extérieur.

L'idéalisation d'une onde en OPPM est utilisée de façon mécanique par certains candidats dans des cas où elle n'est pas justifiée, par exemple si l'exercice requiert une onde sphérique. Dans quelques cas, la relation de structure est exploitée à tort pour des ondes qui ne sont pas planes progressives monochromatiques.

ENS

- il ne suffit pas de connaître les théorèmes et résultats du cours, encore faut-il pouvoir énoncer et comprendre les hypothèses d'application de ceux-ci ; un exemple flagrant rencontré cette année est le théorème d'Ampère ;
- il est essentiel d'étudier les symétries d'un système avant de proposer une résolution de l'exercice ;

X

Les candidats sont invités à utiliser la formulation locale de l'électromagnétisme (équations de Maxwell) pour résoudre des exercices portant sur les conducteurs en régime variable. L'interaction d'un dipôle magnétique avec un champ magnétique n'est pas gérée correctement par beaucoup de candidats : la formule est rappelée par les interrogateurs, c'est aux candidats de l'exploiter convenablement.

Les candidats doivent connaître l'expression des opérateurs vectoriels en coordonnées cartésiennes, l'opérateur Laplacien Vectoriel apparaît comme particulièrement ignoré.

Trop de candidats ne connaissent pas l'expression de l'équation d'onde à trois dimensions. L'obtention de l'équation d'onde à partir d'un raisonnement sur une portion infinitésimale pour des cas au programme (exemple : corde vibrante) doit être rapide.

La notion d'atténuation, et sa relation avec la partie complexe du vecteur d'onde, est trop souvent ignorée.

Les notions de dispersion et de vitesse de groupe font partie du programme, mais un nombre important de candidats ne les connaissent pas correctement.

Beaucoup de candidats confondent la propagation d'une onde mécanique et le déplacement du milieu matériel qui la supporte : même attachée à une de ses extrémités, une corde peut être le support d'une onde progressive.

Si tous les élèves de MP n'ont pas suivi la spécialité Physique en terminale, il serait souhaitable qu'ils connaissent tous l'effet Doppler, au moins en termes de culture scientifique.