

# Préparation aux oraux MP/MPI

## TD6 – Divers

---

### 1 **CCINP** : Mesure de la constante d'acidité d'un indicateur coloré

1 - À partir du spectre d'absorption de la forme acide notée HIn du bleu de bromothymol, on détermine la longueur d'onde correspondant à son maximum d'absorption  $\lambda_1 = 430 \text{ nm}$ . On détermine de même la longueur d'onde  $\lambda_2 = 620 \text{ nm}$  correspondant au maximum d'absorption de la forme basique  $\text{In}^-$ . Quelle est la couleur d'une solution contenant uniquement HIn ? d'une solution contenant uniquement  $\text{In}^-$  ?

2 - Quelle est la couleur d'une solution de BBT dans sa zone de virage ?

3 - Rappeler la loi de Beer-Lambert en précisant la signification des différents termes. Quelles sont les conditions de validité de cette loi ?

On mesure l'absorbance pour la longueur d'onde  $\lambda_1$  de trois solutions contenant du BBT à une même concentration totale  $c$  :

▷ en milieu fortement acide on mesure  $A_1 = 0,196$  ;

▷ en milieu fortement basique on mesure  $A_2 = 0,076$  ;

▷ pour une solution  $S$  à  $\text{pH} = 7,1$  on mesure  $A_S = 0,140$ .

4 - Montrer que le rapport des concentrations en forme acide et basique dans la solution  $S$  peut s'écrire

$$\frac{[\text{In}^-]_S}{[\text{HIn}]_S} = \frac{A_1 - A_S}{A_S - A_2}.$$

5 - En déduire la valeur du  $\text{p}K_a$  du couple HIn/ $\text{In}^-$ .

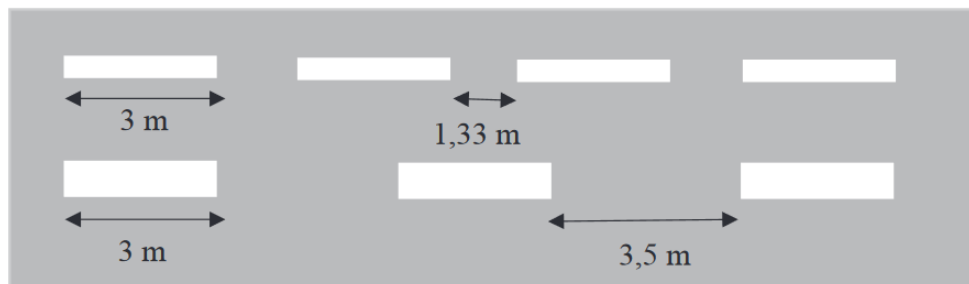
## 2 CCINP/CMT : Sortie de route

Les causes d'accidents sont nombreuses et variées. Afin d'incriminer ou non un éventuel excès de vitesse lors de la sortie de route liée à un dépassement incontrôlé et décrite sur la photographie (**figure 6**), on vous demande de déterminer l'expression littérale, puis numérique de la vitesse du véhicule en début de la phase de freinage. Toutes données pertinentes et nécessaires à la résolution de cette question pourront être introduites par le candidat.



**Figure 6 – Sortie de route**

Les éléments légaux de marquage au sol sont représentés sur la **figure 7**.



**Figure 7 – Législation de marquage au sol**

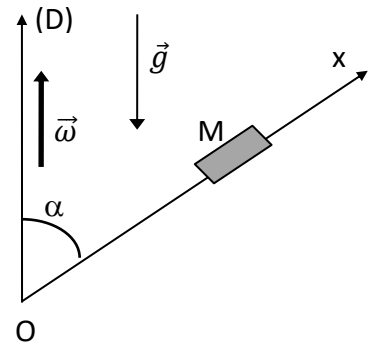
### 3 CCINP/CMT : Glissement sur un axe incliné en rotation

Soit (D) un axe vertical et (Ox) un axe matériel incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à (D) (cf figure ci-contre).

L'axe (Ox) est animé d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire  $\omega$  par rapport à (D).

Un mobile assimilé à un point matériel M de masse m coulisse sans frottement sur (Ox).

- 1) Déterminer la position d'équilibre relatif  $M_o$  de M.
- 2) M étant abandonné sans vitesse relativement à Ox à une distance  $a$  de  $M_o$ , donner l'expression de x en fonction du temps.



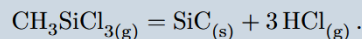
#### 4 CCINP : Formation de SiC par CVD

##### Document 1 :

La face optique des miroirs des instruments spatiaux peut être revêtue de SiC par dépôt chimique en phase vapeur (ou CVD pour l'anglais « chemical vapor deposition ») afin de masquer toute porosité résiduelle et obtenir ainsi une surface polissable parfaite.

Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est un procédé utilisé pour produire des matériaux solides de grande pureté et sous forme de couches minces. Dans ce procédé, un solide inerte servant de support est exposé à un ou plusieurs composés chimiques en phase gazeuse qui se décomposent à sa surface pour former le matériau désiré. Généralement, plusieurs réactions se produisent conjointement, les produits des réactions indésirables étant évacués par un flux gazeux traversant en continu la chambre réactionnelle.

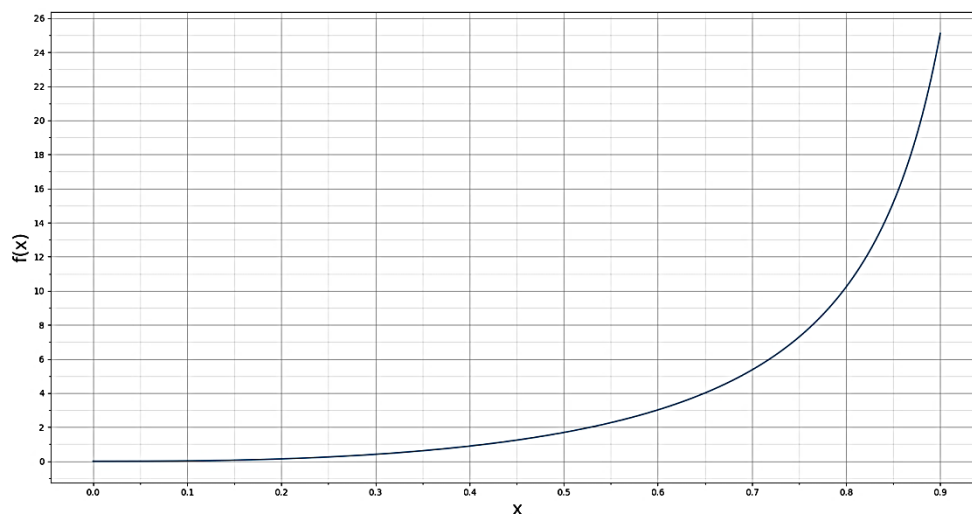
De nombreux composés chimiques sont utilisés pour produire des films minces de SiC. Parmi ceux-ci, le méthyl-trichlorosilane MTS  $\text{CH}_3\text{SiCl}_3$  est très souvent choisi. La réaction se déroule sur un solide en graphite, à température élevée et sous pression réduite. Elle se déroule dans un courant de dihydrogène et, d'un point de vue microscopique, en deux étapes : une décomposition du MTS en présence de dihydrogène pour former des produits intermédiaires gazeux suivie d'une réaction entre ceux-ci pour former le carbure de silicium solide. La transformation peut être modélisée par l'équation bilan globale



On étudie la réaction de formation du carbure de silicium à la température  $T_1 = 870 \text{ K}$ , pour laquelle sa constante d'équilibre vaut  $K^\circ(T_1) = 10$ . On considère une enceinte vide, thermostatée à la température  $T_1$ , dans laquelle on introduit une quantité  $n = 1,0 \text{ mol}$  de MTS. La pression  $P$  dans l'enceinte est maintenue constante à  $P = 1 \text{ bar}$ .

Le taux de décomposition  $\alpha$  du MTS est défini par le quotient de la quantité de MTS ayant réagi sur la quantité initiale de MTS introduite.

- 1) Déterminer l'équation dont la résolution donne la valeur de  $\alpha_{\text{éq}}$  à l'équilibre.
- 2) On donne la courbe représentative de la fonction  $f(x) = \frac{27x^3}{(1-x)(1+2x)^2}$ , en déduire la quantité de carbure de silicium solide ainsi formée dans ces conditions.



## 5 CCINP/CMT : Gravité artificielle



Dans le film « 2001 l'odyssée de l'espace » de Stanley Kubrick, un vaisseau spatial constitué d'un tore tourne autour de son axe avec une vitesse angulaire constante dans un référentiel galiléen. Alors qu'ils sont loin de toute planète, les astronautes vivent dans le tore comme sur Terre, ils sont soumis à une gravité artificielle.

1. Évaluer le rayon du vaisseau et sa vitesse angulaire de rotation pour que les astronautes subissent une gravité artificielle de valeur équivalente à celle existant sur Terre, à 10% près à l'échelle du corps de l'astronaute.
2. Expliquer alors pourquoi il peut être très fatigant de courir dans la station spatiale (on choisira des valeurs numériques pour illustrer le raisonnement). Le sens choisi pour faire le footing est-il important ?

## 6 [MP] CCINP : Dioxyde d'azote

On considère la transformation modélisée par l'équation bilan ci-dessous, qui est une des nombreuses transformations se déroulant dans les gaz d'échappement des moteurs à explosion. Toutes les espèces sont à l'état gazeux.



On souhaite étudier la cinétique de la transformation. Dans ce but, on réalise plusieurs expériences à différentes concentrations initiales et on mesure la vitesse initiale  $v_0$  de la réaction. Les résultats sont reportés figure 1.

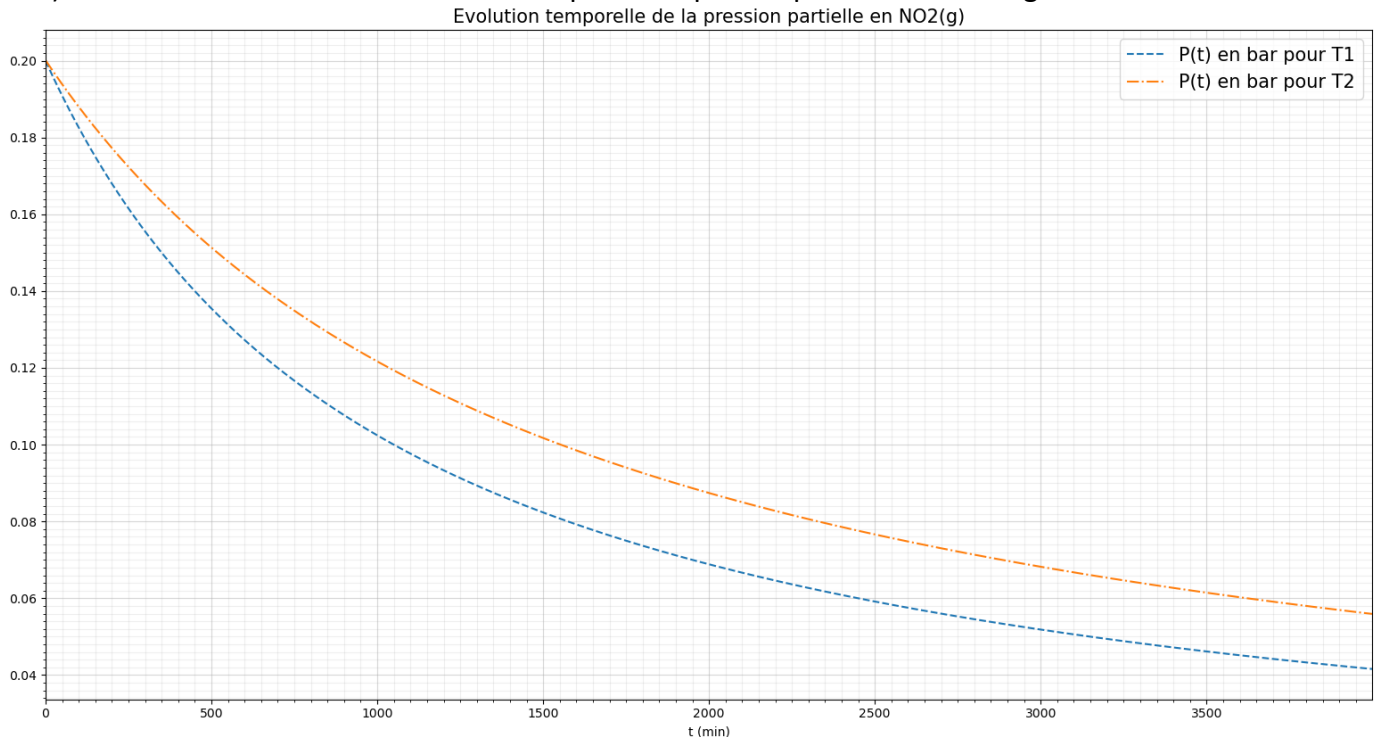
Expérience	$[\text{CO}]_0$ (mol · L <sup>-1</sup> )	$[\text{NO}_2]_0$ (mol · L <sup>-1</sup> )	$v_0$ (mol · L <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup> )
1	0,1	0,1	$0,5 \cdot 10^{-2}$
2	0,1	0,4	$8 \cdot 10^{-2}$
3	0,2	0,1	$0,5 \cdot 10^{-2}$

Figure 1 – Tableau récapitulatif des résultats des différentes expériences.

- 1) En considérant que les ordres courants sont égaux aux ordres initiaux, déterminer les ordres partiels par rapport à chacun des réactifs.

On représente l'évolution temporelle de la pression partielle en dioxyde d'azote pour deux températures différentes :  $T_1 = 298 \text{ K}$  et  $T_2 = 268 \text{ K}$ . Dans les deux cas, la pression partielle initiale en dioxyde d'azote est la même.

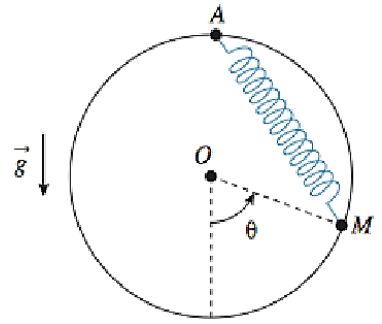
- 2) Déterminer les constantes de vitesse pour chaque température et l'énergie d'activation.



## 7 CCINP/CMT: Mouvement d'une perle

Une perle est assujettie à glisser sans frottement sur un cercle vertical de centre  $O$  et rayon  $R$ . Elle est reliée au point  $A$  par un ressort de constante de raideur  $k$  et de longueur au repos  $\ell_0$ .

- 1) Établir l'équation du mouvement de la perle.
- 2) Déterminer l'expression de la période des petites oscillations.



## 8 CCINP : Etude d'une pile

Une pile électrochimique est constituée de deux électrodes reliées par un pont électrolytique. Le premier compartiment contient une électrode de platine en équilibre avec une solution d'acide phosphorique de  $pH = 1,7$  et un mélange gazeux à 90% de dihydrogène et 10% de diazote sous une pression de 1 bar. Le second compartiment est constitué d'une lame de nickel plongeant dans une solution de sulfate de nickel,  $(Ni_{(aq)}^{2+}, SO_{4(aq)}^{2-})$ , avec une activité des ions nickel  $a(Ni_{(aq)}^{2+}) = 0,001$ . L'ensemble est à  $25^\circ C$ .

- 1- Calculer les potentiels respectifs des deux électrodes.
- 2- Ecrire l'équation globale de la réaction spontanée en précisant la fonction de chacune des électrodes lorsque la pile débite du courant.
- 3- Calculer la *f.e.m* de la pile.

*Données :* Acide phosphorique  $H_3PO_4$  :  $pK_{a1} = 2,2$  -  $pK_{a2} = 7,2$  -  $pK_{a3} = 12,4$ .  
 $E^\circ(Ni^{2+}/Ni) = -0,26 V$  ;  $(RT/\mathcal{F}).\ln(X) = 0,06.\log(X)$  à  $25^\circ C$ .  
Faraday :  $\mathcal{F} = 96500 C.mol^{-1}$  ; constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 J.mol^{-1}.K^{-1}$ .

### 9 CCINP/CMT: Equilibre sur un plateau tournant

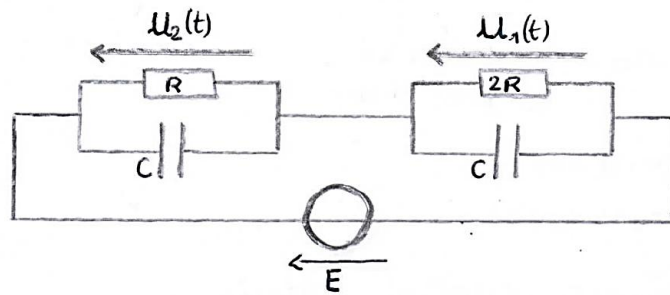
Sur un plateau horizontal tournant autour d'un axe fixe vertical à la vitesse angulaire constante  $\omega$ , on dépose un jeton à la distance  $r$  de l'axe de rotation.

▷ A quelle condition le jeton reste-t-il là où on l'a posé ?

### 10 CCINP/CMT: Circuit à deux condensateurs

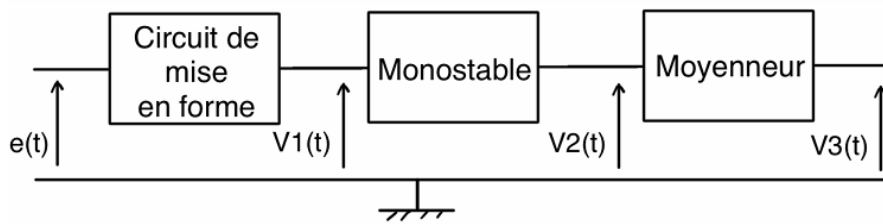
On étudie le circuit ci-dessous tel qu'à  $t = 0^-$ ,  $u_2(0) = 0$ .

- 1) Déterminer les expressions de  $u_1$  et  $u_2$  en régime permanent.
- 2) Déterminer l'expression de la durée nécessaire pour que le condensateur de gauche (tension à ses bornes égale à  $u_2(t)$ ) soit chargé à 99%.



## 11 [MPI] CCINP/CMT: Convertisseur fréquence-tension

On réalise un convertisseur fréquence-tension à l'aide du montage ci-dessous constitué de l'enchaînement de trois blocs :



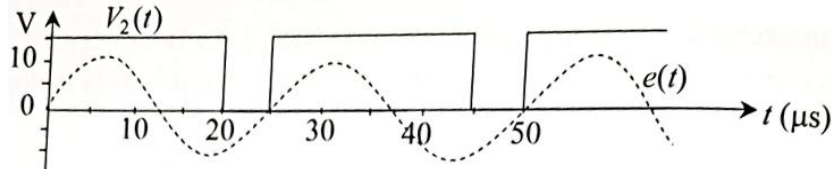
L'objectif est d'obtenir en sortie du moyenneur une tension  $V_3$  continue proportionnelle à la fréquence  $f_0$  de la tension d'entrée alternative  $e(t) = A \sin(2\pi f_0 t)$ .

Le 1<sup>er</sup> bloc est un circuit de mise en forme comportant notamment un amplificateur linéaire intégré suivi d'un conducteur ohmique et d'une diode. Il agit comme un comparateur simple :

$$\begin{cases} V_1(t) = +15\text{V (niveau haut)} & \text{si } e(t) > E_0 \\ V_1(t) = 0\text{V (niveau bas)} & \text{si } e(t) < E_0 \end{cases}$$

1) Représenter le chronogramme  $e(t)$  et  $V_1(t)$  dans le cas où l'on choisit  $E_0 = 0$ .

Le 2<sup>e</sup> bloc correspond à un circuit logique monostable. Les signaux  $e(t)$  (en pointillés) et  $V_2(t)$  (en trait continu) sont représentés ci-après :



- 2) Définir ce qu'est un circuit monostable et indiquer si ce circuit est déclenché par un front montant ou descendant de  $V_1(t)$ .
- 3) Que vaut  $V_2$  dans l'état instable ?
- 4) Mesurer la durée  $\tau$  de l'état instable.

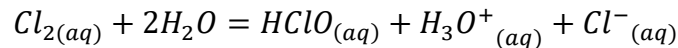
Le 3<sup>e</sup> bloc est un filtre moyenneur.

- 5) Proposer un circuit permettant de réaliser un moyenneur. Comment choisir sa fréquence de coupure ?
- 6) Cette condition étant vérifiée, donner la valeur de  $V_3$  en fonction de  $\tau$ ,  $f_0$  et d'une tension  $E$  que l'on définira.
- 7) Pour quelle plage de fréquences de la tension  $e(t)$  ce montage est-il adapté ?
- 8) Le montage testé sur un signal d'entrée  $e(t)$  de fréquence adaptée donne  $V_3 = 3\text{V}$ . Quelle est la fréquence de  $e(t)$  ?

## 12 CCINP : Formation d'acide hypochloreux

L'acide hypochloreux  $HClO$  est un acide faible dont  $pK_a = 7,5$ .

On peut préparer cet acide en dissolvant du dichlore dans l'eau selon la réaction :



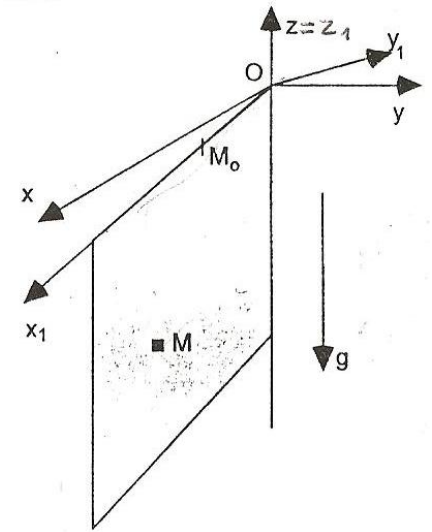
- 1) En calculant les nombres d'oxydation de l'élément Chlore dans  $Cl_2$ ,  $HClO$  et  $Cl^-$ , en déduire de quel type de réaction il s'agit. Calculer sa constante d'équilibre à 298 K.
- 2) Une solution ainsi préparée a un pH égal à 1,9. Calculer la quantité de matière de dichlore qu'on a dissoute dans un litre d'eau pour la préparer.
- 3) On réalise industriellement la réaction étudiée en milieu fortement basique pour obtenir un produit de consommation courante. Ecrire la réaction en présence d'un excès d'ions  $HO^-$ . Connaissez-vous le nom du produit formé et ses principales utilisations ?

**Données** : Potentiels standard à 298 K :

$$\begin{aligned}E^\circ(Cl_{2(aq)}/Cl^-_{(aq)}) &= 1,39 \text{ V} \\E^\circ(HClO_{(aq)}/Cl_{2(aq)}) &= 1,61 \text{ V} \\E^\circ(O_{2(aq)}/H_2O) &= 1,23 \text{ V}\end{aligned}$$

### 13 CCINP/CMT: Chute d'un point matériel entraîné par une plaque

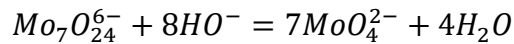
Dans le dispositif de la figure ci-contre, un point matériel M de masse m est entraîné dans sa chute par une plaque plane verticale  $Ox_1z_1$ , qui tourne autour d'un axe vertical  $Oz$ , avec une vitesse angulaire  $\Omega$  constante par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen. Le point M est lâché sans vitesse initiale par rapport à la plaque à l'instant  $t = 0$ , depuis un point  $M_0$ . Le point  $M_0$  est situé à l'horizontale du point O à la distance  $OM_0 = a$ . M est en permanence en contact avec la plaque et on néglige tout frottement.



- 1) Déterminer dans le référentiel lié à la plaque les coordonnées  $(x_1, z_1)$  de M en fonction du temps.
- 2) Exprimer la réaction de la plaque sur le point M.

### 14 [MP] CCINP : Suivi pH-métrique de la cinétique d'une réaction

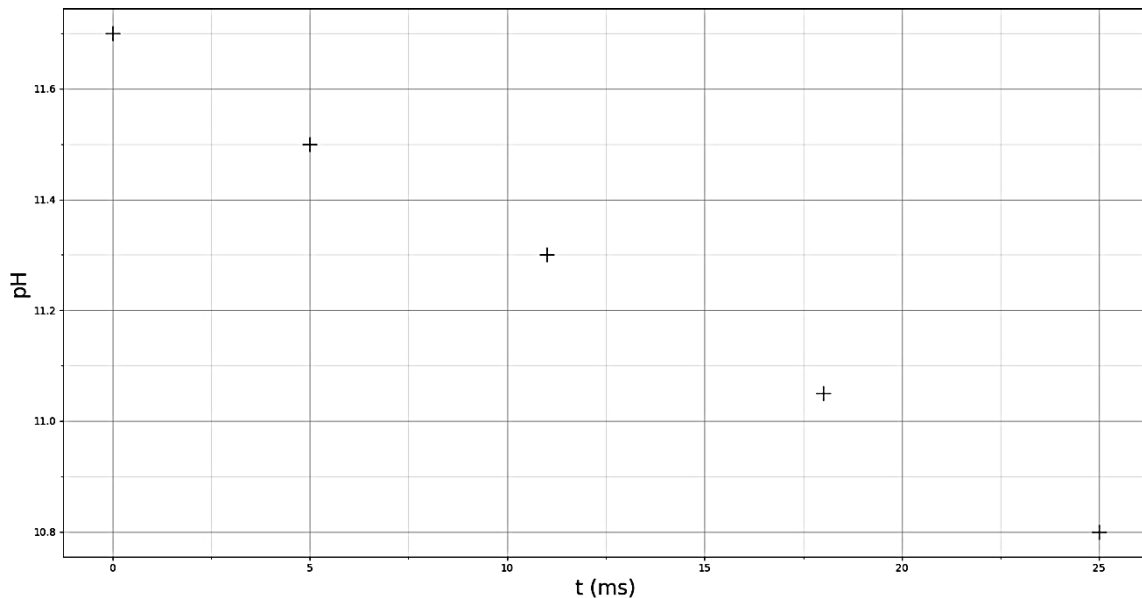
On étudie la réaction suivante :



Les quantités initiales de réactifs sont telles que l'ion polymolybdate  $Mo_7O_{24}^{6-}$  est en excès.

On suit la cinétique de cette réaction en mesurant le pH au cours du temps à  $T = 25^\circ C$ .

t (ms)	0	5	11	18	25
pH	11,7	11,5	11,3	11,05	10,8



- ➡ Dédurre de cette étude expérimentale que l'ordre partiel lié aux ions hydroxyde est égal à 1 et déterminer la constante de vitesse apparente.

## 15 [MP] CCINP : Obtention d'un ciment

Le ciment Portland (catégorie la plus utilisée) est élaboré par réaction, dans un four chauffé à 1700 K, d'un mélange de calcaire ( $\text{CaCO}_3$ ) et d'argile (constitué de silice  $\text{SiO}_2$  et d'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ).

1) Donner la formule de Lewis de l'ion carbonate  $\text{CO}_3^{2-}$ .

Lors de la réaction (\*) entre  $\text{SiO}_{2(s)}$  et  $\text{CaCO}_{3(s)}$ ,  $\text{CO}_{2(g)}$  et  $\text{Ca}_3\text{SiO}_{5(s)}$  sont créés.

2) Calculer l'enthalpie standard et l'entropie standard de réaction (\*). Commenter.

3) Déterminer la valeur du transfert thermique  $Q$  à fournir pour transformer une tonne de  $\text{CaCO}_3$  selon la réaction (\*) effectuée à 1700 K sous 1 bar.

4) Justifier la formule  $\Delta_r G^\circ(T) = 419 \cdot 10^3 - 453 \cdot T$ . Donner la température d'inversion  $T_i$  définie par l'équation  $\Delta_r G^\circ(T_i) = 0$  et justifier le choix des industriels.

### Données :

Numéros atomiques : **C : Z = 6 ; O : Z = 8 ; Ca : Z = 20**

Masses atomiques molaires : **H : 1 g.mol<sup>-1</sup> ; C : 12 g.mol<sup>-1</sup> ; O : 16 g.mol<sup>-1</sup> ; Ca : 40 g.mol<sup>-1</sup>**

Constituant	$\text{CO}_{2, \text{gaz}}$	$\text{CaCO}_{3, \text{solide}}$	$\text{SiO}_{2, \text{solide}}$	$\text{Ca}_3\text{SiO}_{5, \text{solide}}$
Enthalpie molaire de formation (kJ · mol <sup>-1</sup> )	- 393	- 1 206	- 910	- 2 930
Entropie standard molaire (J · mol <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> )	213,6	92,29	41,28	130,5

## 16 CCINP/CMT: Mouvement d'une tige

On considère une tige de longueur  $a$  et de masse  $m$  ayant une résistance électrique interne  $R$ .

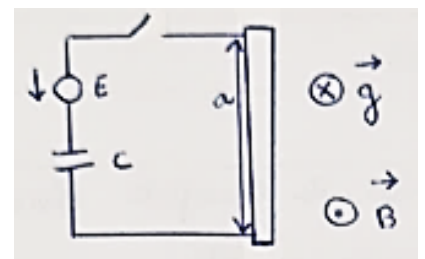
La tige est soumise au champ magnétique  $\vec{B}$ .

On ferme l'interrupteur.

1) Déterminer les équations mécanique et électrique.

2) Déterminer l'expression de  $i(t)$  sous la forme  $i(t) = i_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ . Identifier  $i_0$  et  $\tau$ . Déterminer l'expression de la vitesse de la tige sous la forme  $v(t) = v_0 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$ .

3) Déterminer l'énergie fournie par le générateur, notée  $\varepsilon$ , en fonction notamment de  $R$  et  $C$ .



## 17 [MP] CCINP : Etamage

Une canette ou une boîte de conserve est formée d'une tôle d'acier recouverte d'une fine couche d'étain permettant de la protéger contre la corrosion. La proportion de carbone dans l'acier étant minoritaire, on assimilera ses propriétés d'oxydoréduction à celles du fer métallique.

On étudie l'étamage par électrolyse d'un échantillon de fer de  $240\text{ cm}^2$ . L'électrolyte est une solution aqueuse contenant des ions  $\text{Sn}^{2+}$  à  $1\text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  et divers additifs inertes du point de vue de l'électrolyse permettant de maintenir son pH à une valeur voisine de 0. La pièce de fer étamée constitue l'une des électrodes de la cellule d'électrolyse, l'autre étant constituée d'étain  $\text{Sn}_{(s)}$ . L'électrolyse est réalisée sous une tension  $U = 3,0\text{ V}$  et un courant  $I = 1,0\text{ A}$ .

Données :

- ▷ Masse molaire  $M_{\text{Sn}} = 118\text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ;
- ▷ Le couple  $\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}$  est rapide sur le fer et sur l'étain ;
- ▷ La surtension cathodique du couple  $\text{H}^+/\text{H}_2$   $\eta_c = -0,40\text{ V}$  est la même sur le fer et sur l'étain ;
- ▷ Potentiels standard à  $25^\circ\text{C}$  :

Couple	$\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}$	$\text{Sn}^{2+}/\text{Sn}$	$\text{H}^+/\text{H}_2$	$\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$
$E^\circ$ (V)	-0,44	-0,14	0,00	1,23

- 1 - Identifier l'anode et la cathode. Schématiser le dispositif utilisé, en précisant le sens du courant et la polarité du générateur.
- 2 - Représenter les courbes intensité-potentiel pertinentes.
- 3 - À partir des courbes tracées, identifier les réactions électrochimiques anodique et cathodique. Un léger dégagement gazeux est observé au niveau de la pièce de fer : proposer une explication.
- 4 - Déterminer la masse  $m$  maximale d'étain déposée sur le fer pour une durée d'électrolyse  $\Delta t = 5\text{ min}$ .
- 5 - Calculer l'énergie consommée pendant cette même durée.

## 18 CCINP/CMT: Mesure d'impédance par détection synchrone

On cherche à identifier un dipôle inconnu d'impédance  $\underline{Z} = X + jY$ , à l'aide du montage représenté ci-dessous qui porte le nom de « montage de détection synchrone ».

Le bloc central est un multiplieur, dont l'impédance d'entrée est infinie et la tension de sortie est proportionnelle aux deux tensions d'entrée :  $V_3 = kV_1V_2$  avec  $k$  une constante connue. Les autres composants  $R_0$ ,  $R_1$  et  $C_1$  sont connus.

Le circuit est traversé par le courant  $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$ .

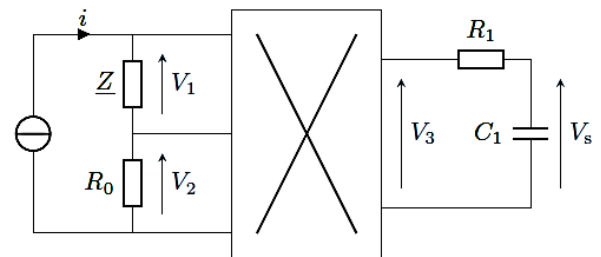


Figure 1 – Schéma du montage de détection synchrone

- 1) Quel type de filtre forme le bloc  $R_1, C_1$  ? Rappeler les deux grandes utilités de ce type de filtre.
- 2) Déterminer sa fonction de transfert.
- 3) Tracer son diagramme de Bode asymptotique.
- 4) Montrer que l'on peut trouver une condition sur  $R_1$  et  $C_1$  telle que  $V_s$  soit quasiment constante. En déduire comment déterminer  $X$ .
- 5) On remplace  $R_0$  par un condensateur  $C_0$ . Montrer que l'on peut trouver  $Y$ .

## 19 CCS1 : Neige artificielle

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant de fines gouttes d'eau liquide supposées sphériques de rayon  $R = 0,2 \text{ mm}$  d'eau liquide à  $T_i = 10 \text{ °C}$  dans l'air ambiant à la température  $T_e = -15 \text{ °C}$ .

À l'interface eau-air, le flux thermique  $d\phi$  à travers une surface  $dS$  dans le sens de la normale extérieure  $\vec{n}$  est donné par la loi

$$d\phi = h(T(t) - T_e) dS$$

1. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la température de la goutte  $T(t)$ .
2. Déterminer le temps  $t_0$  mis par la goutte d'eau liquide pour atteindre la température de surfusion  $T(t_0) = -5 \text{ °C}$ .
3. Lorsque la goutte a atteint la température de  $-5 \text{ °C}$ , il y a rupture de la surfusion : la température remonte brutalement à  $0 \text{ °C}$  et la goutte est partiellement solidifiée (phénomène également brutal). Moyennant des hypothèses que vous explicitez, calculer la fraction  $x$  de liquide restant à solidifier après la rupture de la surfusion.
4. Calculer le temps nécessaire à la solidification du reste de l'eau liquide.

### Données :

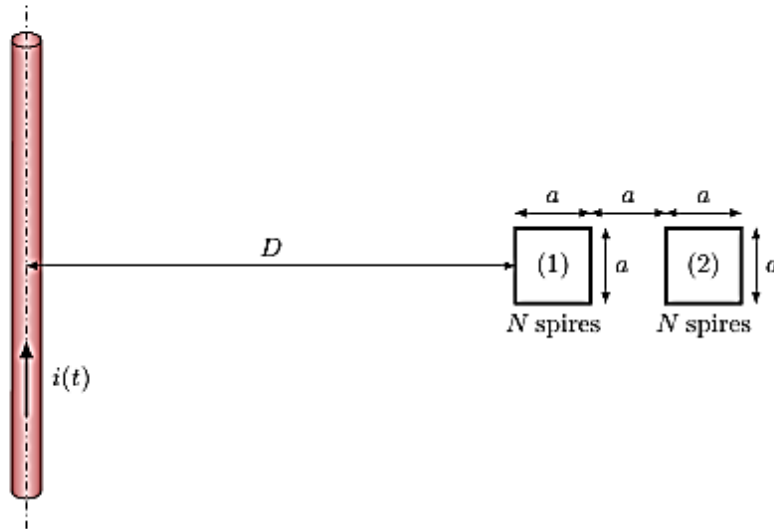
Coefficient conducto-convectif	$h = 65 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
Chaleur latente de changement de phase solide-liquide	$\ell_f = 333 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$
Capacité thermique massique de l'eau liquide	$c_\ell = 4,2 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
Capacité thermique massique de l'eau solide	$c_s = 2,1 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$

*Vous introduirez au cours de l'exercice toutes les grandeurs qui vous semblent pertinentes et vous proposerez, si besoin, des ordres de grandeur pour les applications numériques.*

## 20 CCS1 : Ampèremètre RMS à induction

Un câble est parcouru par un courant alternatif  $i(t)$  sinusoïdal de fréquence  $f = 50$  Hz. Un appareil de mesure contient 2 bobines (1) et (2), de même résistance  $R = 1 \Omega$  contenant chacune  $N = 100$  spires carrées de côté  $a = 2,0$  cm supposées quasiment confondues<sup>1</sup>.

Chacune de ces bobines, mise en court-circuit, est équipée d'un capteur ampèremétrique mesurant les intensités efficaces  $i_{1,eff}$  et  $i_{2,eff}$  des courants dans (1) et (2).



1. Expliquer pourquoi on observe des courants dans (1) et (2).
2. Les capteurs relèvent  $i_{1,eff} = 1,92$  mA et  $i_{2,eff} = 1,83$  mA et on suppose que  $D \gg a$ . En déduire l'intensité efficace  $i_{eff}$  du courant dans le câble.
3. Discuter les hypothèses de travail.
4. Quel est l'avantage de ce dispositif par rapport à un ampèremètre branché directement sur le câble ? par rapport à une pince ampèremétrique (petite bobine torique munie d'un ampèremètre, qu'on place autour du câble) ?

## 21 **CCS1** : Hypothèse de Mayer

Le physicien allemand Robert Von Mayer a proposé en 1842, une idée originale pour expliquer l'origine de l'énergie produite par le soleil. Il suppose que des météorites, telles que la comète de Halley, s'effondrent régulièrement sur le soleil et lui communiquent leur énergie cinétique.

On a constaté récemment qu'il y avait effectivement des chutes régulières de météorites sur le soleil avec un rythme approximatif de une par an.

À partir des données ci-dessous, étudier si l'hypothèse de Robert Von Mayer est plausible.

Quelle est l'explication actuellement retenue pour l'origine de l'énergie solaire ?

### Données

Période de la comète de Halley :  $T_H = 76,09$  ans

Masse de la comète de Halley :  $m_H = 7 \times 10^{14}$  kg

Rayon du soleil :  $R_S = 696 \times 10^3$  km

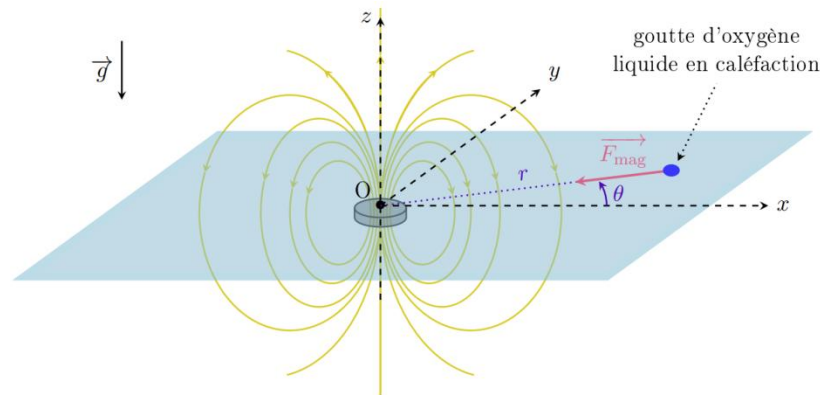
Demi-grand axe de la trajectoire de la Terre :  $a_T = 150 \times 10^6$  km

Flux moyen d'énergie solaire à la surface de la Terre :  $\varphi_S = 1400 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

## 22 CCS2 : Trajectoire d'une goutte de dioxygène liquide dans un champ magnétique

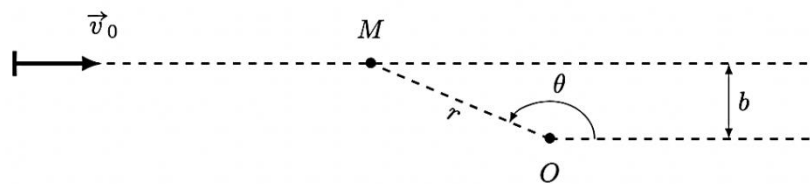
On cherche à simuler le mouvement d'une goutte de dioxygène liquide en caléfaction dans le champ magnétique produit par un petit aimant permanent de forme cylindrique.

L'étude s'appuie sur le travail de thèse réalisé par Keyvan Piroird (*Dynamiques spéciales de gouttes non-mouillantes, Ecole Polytechnique, 2011*).



La goutte de dioxygène liquide étudiée peut glisser sans frottement sur une plaque horizontal en verre, confondue avec le plan  $Oxy$  grâce à l'effet Leidenfrost\*. Sous cette plaque, à proximité du point  $O$ , se trouve un petit aimant cylindrique. Initialement, la goutte se trouve à grande distance de l'aimant ; on lui communique une vitesse initiale  $\vec{v}_0$ , avec un paramètre d'impact  $b$ .

\* *Lorsqu'une goutte est posée sur une plaque dont la température est très élevée par rapport à la température d'ébullition du liquide au lieu de bouillir violemment et de se vaporiser, la goutte prend une forme très arrondie et devient ultra-mobile. La goutte peut rester ainsi pendant un temps de l'ordre de la minute. Ceci s'explique par la formation d'un film de vapeur entre la goutte et le solide.*



Keyvan Piroird a observé expérimentalement les trajectoires ci-dessous.

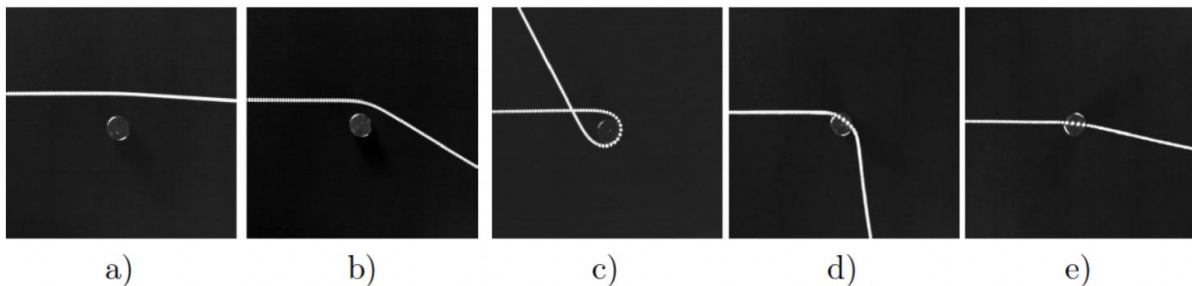


FIGURE 1: Exemples de trajectoires observées par le dessus, obtenues par chronophotographie. L'aimant au centre de l'image a un rayon de 5 mm. La vitesse initiale de la goutte est la même pour toutes les images et vaut  $v_0 = 25 \text{ cm.s}^{-1}$ . Le paramètre d'impact  $b$ , lui, varie et vaut successivement 15 mm, 11 mm, 9 mm, 5 mm et 1 mm.

Dans le plan  $Oxy$ , le mouvement de la goutte est gouverné par la force magnétique  $\vec{F}_{mag}$  exercée par l'aimant ; cette force est une force centrale de centre  $O$ , qui dérive de l'énergie potentielle :

$$E_p(r) = -\frac{e_0 V}{q + \left(\frac{r}{r_0}\right)^6}$$

Avec  $V$  le volume de la goutte et  $e_0$ ,  $q$  et  $r_0$  des paramètres déterminés de façon empirique préalablement à l'expérience avec  $r_0$  une distance caractéristique.

## Notations et valeurs numériques adoptées pour les constantes du problème

$\rho_l = 1141 \text{ kg.m}^{-3}$	masse volumique de l'oxygène liquide
$a = 0,5 \text{ mm}$	rayon de la goutte
$e_0 = 9,409 \text{ J.m}^{-3}$	
$q = 0,084$	
$r_0 = 8,45 \text{ mm}$	

- 1) Déterminer la dimension des paramètres  $e_0$  et  $q$ .
- 2) Montrer qu'au cours du mouvement, il y a conservation de l'énergie mécanique  $E_m$  et du moment cinétique  $L$  de la goutte de dioxygène par rapport à l'axe  $(Oz)$ .
- 3) Pour étudier le mouvement, on introduit l'énergie potentielle effective. Montrer que :

$$E_{p,eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} + E_p(r)$$

- 4) À l'aide du script PYTHON fourni, pour  $v_0 = 25 \text{ cm.s}^{-1}$  et  $b$  variant entre 1 et 15 mm, visualiser l'énergie potentielle effective pour  $r$  allant jusqu'à 50 mm ainsi que l'énergie mécanique de la goutte. Justifier que la goutte est dans un état de diffusion quelle que soit la valeur de  $b$ .
- 5) Comment varie la distance minimale d'approche  $r_{min}$  avec  $b$ . Commenter.
- 6) Montrer que le mouvement est régi par le système d'équations différentielles :

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt}(t) = \frac{L}{mr^2(t)} \\ \frac{d^2r}{dt^2}(t) = -\frac{1}{m} \frac{dE_{p,eff}}{dr}(r(t)) \end{cases}$$

En vue de l'intégration numérique, on va vectoriser le système différentiel précédent. Le vecteur inconnu, noté  $X$  par la suite, est défini par :

$$X(t) = \begin{pmatrix} \theta(t) \\ r(t) \\ \dot{r}(t) \end{pmatrix}$$

et les équations du mouvement se traduisent par le système différentiel d'ordre 1 suivant :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \theta \\ r \\ \dot{r} \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} -\frac{bv_0}{r^2(t)} \\ \dot{r}(t) \\ \frac{b^2v_0^2}{r^3(t)} - \frac{6e_0V}{mr_0} \frac{(r(t)/r_0)^5}{[q + (r(t)/r_0)^6]^2} \end{pmatrix}$$

Il reste à déterminer les conditions initiales vérifiées par  $\theta(t)$ ,  $r(t)$  et  $\dot{r}(t)$ . Numériquement, on ne peut pas faire tendre  $r(t=0)$  vers l'infini, on fixe  $r(t=0) = 100.r_0$

- 7) Justifier le choix de  $r(t=0)$  et déterminer les expressions de  $\theta(t=0)$  et de  $\dot{r}(t=0)$ .
- 8) A l'aide du script PYTHON, résoudre numériquement les équations du mouvement et à partir des solutions  $\theta(t)$  et  $r(t)$ , tracer les trajectoires en coordonnées cartésiennes dans le plan  $Oxy$ .

**Il sera accordé une grande importance aux qualités d'exposition.**

**Le candidat est invité, dès le début de son passage au tableau, à présenter le sujet préparé de manière ordonnée et argumentée.**

## 23 CCS2 : Champ électromagnétique dans un milieu conducteur et à l'interface vide/conducteur

Un conducteur de conductivité électrique  $\gamma$  réelle occupe le demi espace  $x > 0$ . On se place dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS).

### 1. Propagation d'une onde dans le conducteur

- Rappeler la loi d'Ohm locale ainsi que les équations de Maxwell dans l'ARQS.
- Établir l'équation différentielle dont est solution le champ électrique,  $\vec{E}(x, t)$ , dans le conducteur. La mettre sous la forme

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} \quad (1)$$

avec  $D$  à exprimer. Commenter l'équation obtenue.

- Soit une onde plane progressive harmonique (OPPH) se propageant dans le conducteur selon les  $x$  croissants, de représentation complexe :  $\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 e^{i(kx - \omega t)}$ . Établir la relation de dispersion de cette OPPH. On exprimera  $k^2$  en fonction des données.
- Montrer que  $\vec{E}(x, t) = \vec{E}_0 e^{x/\delta} e^{i(x/\delta - \omega t)}$  ; avec  $\delta$ , à exprimer en fonction des données. Caractériser la forme d'onde obtenue et donner la signification physique de  $\delta$ , ainsi que son ordre de grandeur à 50 Hz pour le cuivre.
- Application

Un fil de Litz permet de transporter des signaux à haute fréquence. À partir des résultats précédents, expliquer la constitution du fil de Litz présenté **figure 1**.

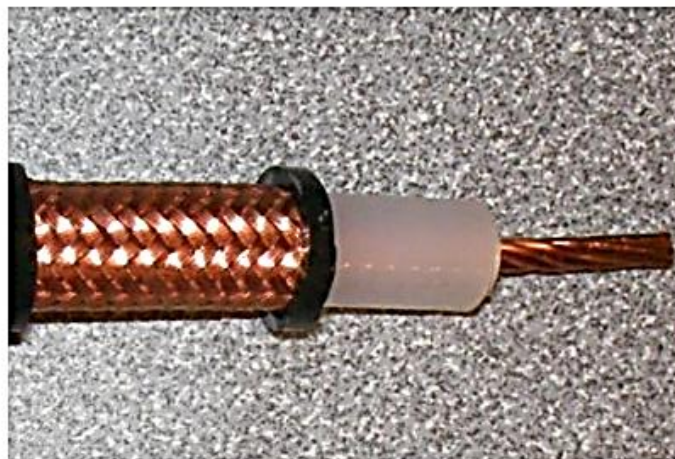


Figure 1

### 2. Interface vide / conducteur

Le demi espace  $x < 0$  est le vide.

*Donnée*

- le champ électrique est continu en  $x = 0$  ;
- le champ magnétique est continu en  $x = 0$  ;
- la réflexion / transmission ne modifie pas l'état de polarisation de l'OPPH.

- a. Une OPPH de pulsation  $\omega$ , polarisée rectilignement selon  $\vec{u}_y$ , tombe en incidence normale sur le conducteur. Déterminer l'expression des coefficients de réflexion  $\underline{r}$  et de transmission  $\underline{t}$  en amplitude de l'onde. On fera intervenir le rapport  $\omega\delta/c$  dans les expressions de  $\underline{r}$  et  $\underline{t}$ .

Commenter physiquement les résultats obtenus. Examiner le cas  $\gamma \rightarrow \infty$ .

- b. Étude informatique

On donne un code en langage Python permettant de tracer l'animation des ondes incidente, réfléchie, leur somme, ainsi que l'onde transmise. Il vous est demandé de modifier le programme afin d'illustrer le rôle des paramètres physiques pertinents rencontrés dans cette étude.

***Il sera accordé une grande importance aux qualités d'exposition.  
Le candidat est invité, dès le début de son passage au tableau, à présenter le sujet préparé de manière ordonnée et argumentée.***

## 24 CCMP : Optique géométrique et électrostatique

### Question de cours (15 min de préparation et 10 min de présentation) :

Lentilles minces

Notions et contenus	Capacités exigibles
Lentilles minces dans l'approximation de Gauss.	<p>Définir les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.</p> <p>Construire l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle.</p> <p>Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton.</p> <p>Établir et utiliser la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.</p>

### Exercice : Cercle uniformément chargé

On dispose d'un cercle de rayon  $a$  chargé de charge linéique  $\lambda$  supposée uniforme sauf sur un arc de ce cercle d'angle  $2\alpha$  qui n'est pas chargé.

- Déterminer le champ électrique au centre du cercle.
- Que vaut-il quand  $\alpha \ll 1$  ? Ce résultat était-il prévisible ?
- Déterminer le champ électrique au milieu de l'arc de cercle non chargé.