

TDT2 – Bilans pour un fluide en écoulement stationnaire & TDT3 – Machines thermiques

0 Exercices classiques vus en cours :

- ChT2 - D.2.c & E.2.c : Etude d'un compresseur ou d'une turbine
- ChT3 – A.2 : Impossibilité de réaliser un moteur monotherme
- ChT3 – A.4.a : Rendement ou efficacité de Carnot
- ChT3 – C.1 : Moteur basé sur le cycle de Beau de Rochas
- ChT3 – D.2 : Machine frigorifique avec changement d'état

Capacités exigibles
Premier et deuxième principes de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire, dans le seul cas d'un écoulement unidimensionnel dans la section d'entrée et la section de sortie. Établir les relations $\Delta h + \Delta e = w_u + q$ et $\Delta s = s_e + s_c$ et les utiliser pour étudier des machines thermiques réelles à l'aide du diagramme (P,h).

Données pour l'ensemble des exercices :

- ♦ Expressions de l'entropie d'un gaz parfait :

$$\begin{aligned}
 * S(T, V) &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 & * S(P, V) &= \frac{nR}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 \\
 * S(T, P) &= \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nR \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + S_0
 \end{aligned}$$

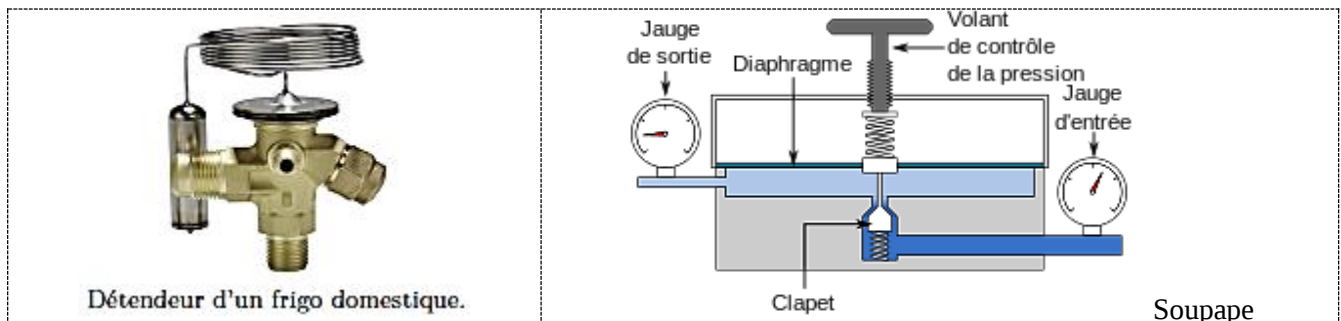
- ♦ Expressions de l'entropie d'une phase condensée idéale :

$$S(T) = C \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0$$

Rq : Ces expressions se démontrent avec une identité thermodynamique (cf TDT1).

1 Détendeur – Détente de Joule-Thomson

Un détendeur est un organe, sans partie mobile, visant à abaisser la pression d'un fluide en forçant son passage à travers un bouchon poreux, un tube capillaire, ou encore une soupape ajustable. La transformation subie par le fluide au sein du détendeur est appelée détente ou laminage.



- 1) On considère un fluide en écoulement stationnaire dans un détendeur calorifugé, où on peut négliger les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques. Montrer que la détente est isenthalpique.
- 2) On modélise le gaz subissant la détente par un gaz parfait. Déterminer l'expression de l'entropie créée massique en fonction de R , de la masse molaire du gaz M et des pressions P_e et P_s .

2 Tuyère (d'après CCINP MP 2018)

Un ensemble module lunaire et fusée est satellisé sur une orbite terrestre. La fusée permet de modifier la trajectoire en orbite de transfert puis, en orbite lunaire. C'est la propulsion des gaz éjectés qui est à l'origine de la « poussée » par la fusée.

Les moteurs des fusées éjectent des produits gazeux issus de la combustion d'un mélange combustible (ergols) à travers une tuyère (figure 3) de section variable $A(x)$ (figure 4).

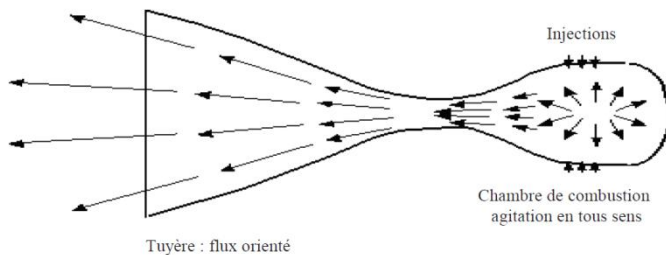


Figure 3 – Tuyère

Q1. L'écoulement du gaz schématisé en figure 4 est supposé unidirectionnel (variable notée x), stationnaire et isentropique. Définir les mots soulignés de la phrase précédente. Pourquoi, à votre avis, peut-on faire l'hypothèse du caractère isentropique ?

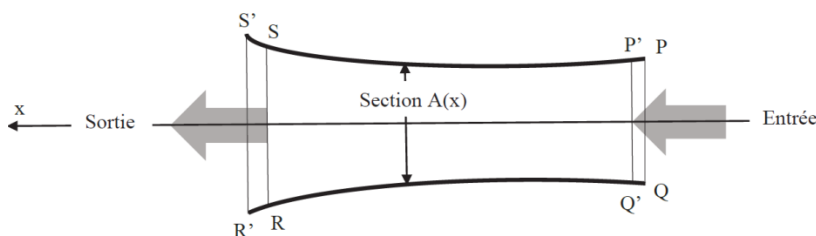


Figure 4 – Écoulement du gaz

Q2. Rappeler la loi de Laplace, caractéristique d'une évolution isentropique, liant la pression P et le volume V d'une masse de gaz parfait caractérisé par un coefficient γ . La traduire par une relation entre la température et la pression.

Q3. Exprimer l'enthalpie H d'une quantité n de gaz parfait en fonction de n , R , T et γ à une constante additive près.

L'écoulement adiabatique dans la tuyère est schématisé sur la **figure 4**. Dans les questions **Q4**, **Q5** et **Q6**, on note avec un indice e toute grandeur caractéristique de l'écoulement en entrée et avec un indice s toute grandeur caractéristique de l'écoulement en sortie. Le débit massique à travers une section est noté D_m . On note avec une lettre minuscule les grandeurs massiques : par exemple si V représente un volume alors v représente un volume massique, v_e et v_s représentent respectivement le volume massique en entrée et le volume massique en sortie. La vitesse de l'écoulement en x est notée $c(x)$.

Q4. Exprimer le travail infinitésimal des forces de pression, entre les instants t et $t + dt$, reçu par le système fermé suivi dans son mouvement du volume $PQRS$ (occupé à t) au volume $P'Q'R'S'$ (occupé à $t + dt$) en fonction de D_m , dt , des pressions P_e et P_s , des volumes massiques v_e et v_s .

Q5. Appliquer le premier principe au même système fermé pour établir $h_e + \frac{1}{2}c_e^2 = h_s + \frac{1}{2}c_s^2$. Quelle relation peut-on écrire entre $A(x)$, $c(x)$, $v(x)$ et D_m ?

Q6. On assimile le gaz en écoulement à un gaz parfait de masse molaire M . En négligeant l'énergie cinétique massique d'entrée dans la tuyère, exprimer l'énergie cinétique massique en sortie de celle-ci, en

fonction des pressions P_e et P_s , de la vitesse du son $C = \sqrt{\frac{R\gamma T_e}{M}}$ en entrée de la tuyère et de γ . Évaluer

numériquement le rapport $\frac{c_s}{C}$ pour une diminution de pression de 80 bars à 1 bar en prenant la valeur du coefficient $\gamma = 1,4$.

3 Echangeur thermique simple flux

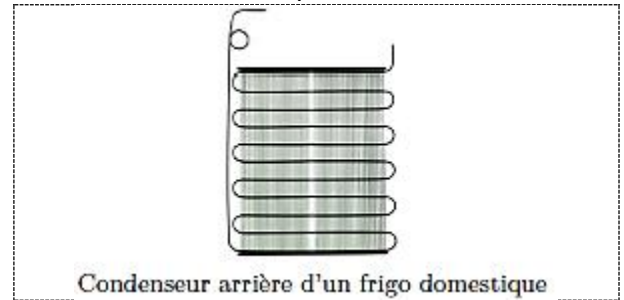
Un échangeur thermique est un dispositif, sans partie mobile, assurant un transfert thermique entre deux fluides sans les mélanger.

Dans un échangeur simple flux, un seul écoulement est forcé, l'autre étant assuré par convection naturelle.

Les échangeurs thermiques sont souvent désignés en fonction de leur finalité :

Condenseur = échangeur thermique visant à liquéfier une vapeur ;

Évaporateur = échangeur thermique visant à vaporiser un liquide.



On considère un fluide en écoulement stationnaire dans un échangeur simple flux où on peut négliger les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques du fluide.

Le fluide extérieur est modélisé par un thermostat.

- 1) Via un bilan d'énergie massique, exprimer le transfert thermique massique reçu par le fluide.
- 2) Préciser le signe du transfert thermique massique reçu par le fluide selon qu'il traverse un condenseur ou un évaporateur.

4 Pompe à chaleur (d'après PT B 2024)

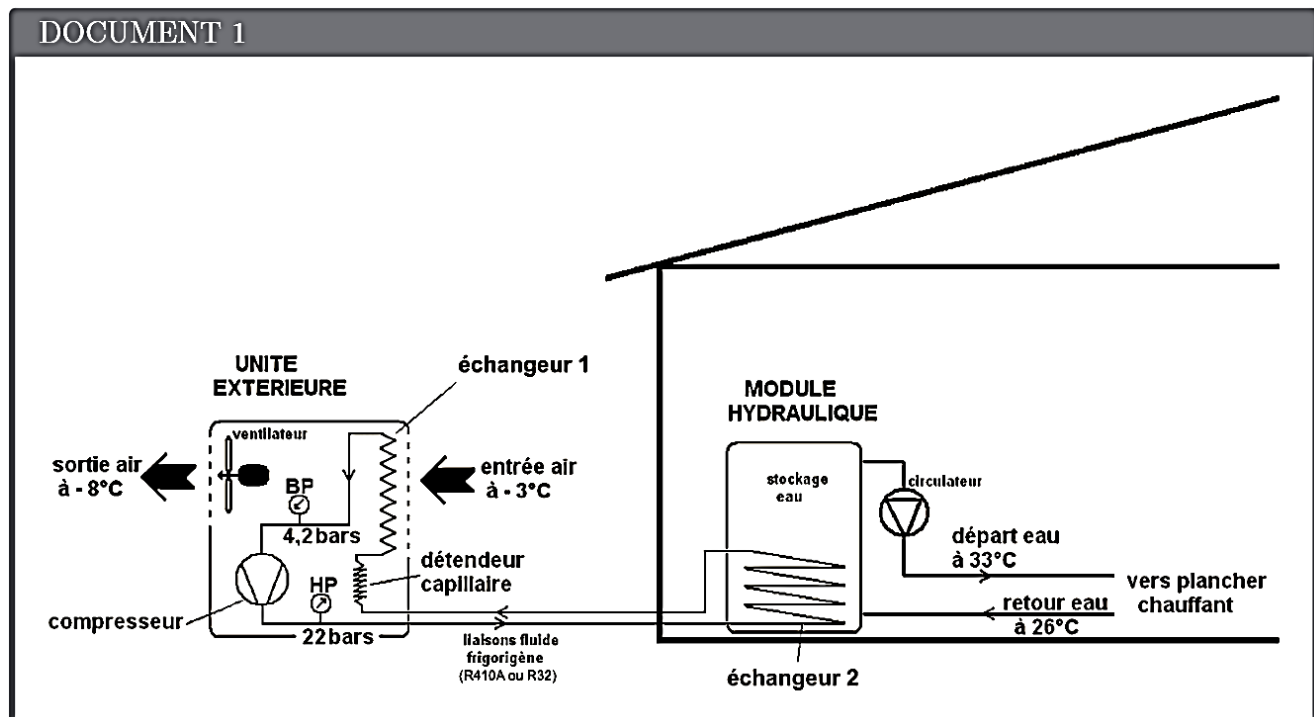
Dans le cadre de la rénovation énergétique des bâtiments afin de lutter contre le réchauffement climatique, il est préconisé l'installation de pompe à chaleur. En effet, ce dispositif permet d'effectuer des économies d'énergie pour le chauffage des habitations et la production d'eau sanitaire.

PARTIE A : Modèle ditherme

1. Présenter sous forme de schéma annoté, le principe de fonctionnement d'une pompe à chaleur ditherme fonctionnant entre une source chaude thermostatée (de température T_C) et une source froide thermostatée (de température T_F).
2. On considère comme système thermodynamique le fluide de la pompe à chaleur. Préciser, en justifiant, les signes de Q_C transfert thermique reçu par le système de la part de la source chaude, de Q_F transfert thermique reçu par le système de la part de la source froide et de W travail mécanique reçu de la part du système mécanique sur un cycle de fonctionnement.
3. Définir l'efficacité (ou COP) de cette pompe à chaleur. L'exprimer en fonction uniquement des transferts thermiques Q_C et Q_F .
4. Déterminer l'expression de l'efficacité (ou COP) de la pompe à chaleur en fonction de T_C et T_F respectivement température de la source chaude et température de la source froide, de l'entropie créée au cours d'un cycle de fonctionnement que l'on notera S_c et de W . Donner son ordre de grandeur pour une machine réelle.
5. Représenter graphiquement l'évolution du COP en fonction de S_c (en considérant W , T_C et T_F constants).
6. Interpréter physiquement le cas $S_c = 0$.

PARTIE B : Fonctionnement de la pompe à chaleur à fluide $R410A$

Le schéma de principe d'une telle installation est présenté dans le document 1.



7. À l'aide du Document 1, identifier la source chaude et la source froide ainsi que le système mécanique qui échange un travail avec le fluide de la pompe à chaleur.

On étudie dans cette partie le fonctionnement réel de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide $R410A$. Cette pompe à chaleur est composée des organes thermodynamiques suivants : un compresseur, un condenseur (dans lequel a lieu une liquéfaction), un détendeur et un évaporateur. Le fluide $R410A$ subit alors les transformations décrites dans le document 2.

DOCUMENT 2

En régime permanent d'écoulement le fluide $R410A$ subit les transformations suivantes :

- 1 $\rightarrow$ 2 : Le fluide à l'état gazeux sous la pression $P_b = 4,2$ bars et à la température de -12°C subit une compression isentropique jusqu'à la pression $P_h = 22$ bars dans un compresseur ;
- 2 $\rightarrow$ 3 : le gaz entre dans le condenseur où il y subit dans un premier temps un refroidissement isobare selon une désurchauffe, pour atteindre un état de vapeur juste saturante ;
- 3 $\rightarrow$ 4 : toujours dans le condenseur, le fluide subit une liquéfaction jusqu'au liquide juste saturé à la pression P_h ;
- 4 $\rightarrow$ 5 : le liquide subit alors un sous-refroidissement isobare jusqu'à la température de 30°C et sort du condenseur ;
- 5 $\rightarrow$ 6 : le liquide entre dans le détendeur (adiabatique et sans partie mobile) pour y subir une détente jusqu'à la pression P_b ;
- 6 $\rightarrow$ 7 : le fluide entre dans l'évaporateur pour y subir une vaporisation totale à la pression P_b pour se retrouver sous forme de vapeur juste saturante ;
- 7 $\rightarrow$ 1 : avant de sortir de l'évaporateur, la vapeur juste saturante subit une surchauffe avant de rentrer dans le compresseur.

7bis. Enoncer le 1^{er} principe pour un système en écoulement stationnaire à travers un organe thermodynamique à une entrée et une sortie.

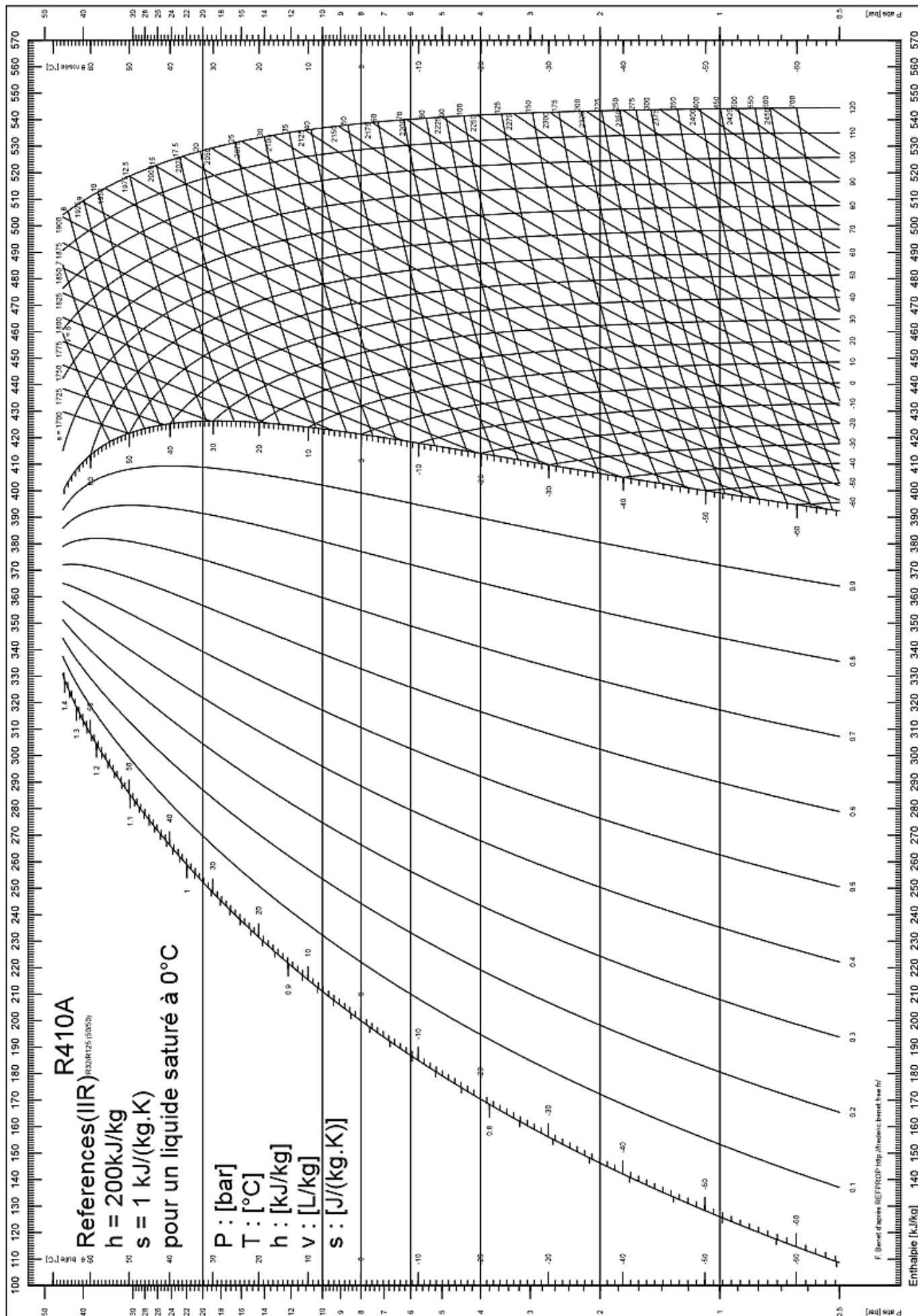
Dans la suite on négligera les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques devant la variation d'enthalpie massique.

Sur le document 1 figurent les deux échangeurs (échangeur 1 et échangeur 2) de la pompe à chaleur : l'un est le condenseur, l'autre est l'évaporateur.

8. Au contact de quelle source doit être mis le condenseur ? Identifier l'échangeur, présent sur le document 1, concerné en justifiant la réponse.
9. Au contact de quelle source doit être mis l'évaporateur ? Identifier l'échangeur, présent sur le document 1, concerné en justifiant la réponse.
10. En appliquant le premier principe à l'écoulement permanent à travers le détendeur en déduire la nature de la transformation subie par le fluide.
11. La transformation subie par le fluide dans le compresseur est considérée isentropique dans un premier temps. Comment peut-on justifier cette hypothèse ?

On fournit le diagramme enthalpique en annexe (à rendre avec la copie) du fluide *R410A*.

12. À l'aide du document 2 représenter les différents points du cycle effectué par le fluide *R410A* noté de 1 à 7 sur le diagramme fourni en annexe. On précisera le sens d'évolution le long de ce cycle.
13. Sans s'aider des isotitres figurant sur le diagramme fourni, déterminer le titre massique du seul point du cycle dans un état diphasique. Commenter.
14. Déterminer à l'aide du diagramme :
 - le travail massique indiqué reçu par le fluide de la part du compresseur ;
 - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée du condenseur ;
 - le transfert thermique massique reçu par le fluide à la traversée de l'évaporateur.
15. Quel est l'intérêt de la surchauffe ?
16. Calculer l'efficacité de la pompe à chaleur fonctionnant avec le fluide *R410A* (on donnera le résultat avec deux chiffres significatifs). Quel est l'intérêt d'une pompe à chaleur par rapport à un chauffage électrique ?
17. En réalité, la transformation subie par le fluide à la traversée du compresseur n'est pas isentropique. L'efficacité réelle vaut 90% de l'efficacité calculée à la question précédente et le reste du cycle est inchangé. Quelle est alors la température en sortie du compresseur ?



5 ✍ Étude d'un réacteur à eau sous pression REP 900 MW (d'après CCS TSI 2012)

La France produit l'essentiel de son électricité — environ 75% — à partir de centrales électriques nucléaires. Ces centrales utilisent comme source d'énergie un « combustible » constitué d'oxyde d'uranium enrichi en uranium 235.

Un réacteur à eau sous pression (REP) est constitué de trois principaux éléments (cf p.8) : le réacteur, le circuit primaire et le circuit secondaire. Il utilise de l'uranium faiblement enrichi comme combustible et l'eau ordinaire comme modérateur et caloporteur. Un REP de palier 900 MW produit une puissance thermique de 2785 MW.

III.B – Le circuit secondaire

Le circuit d'eau secondaire se décompose en deux parties :

- entre le condenseur et le générateur de vapeur (GV), l'eau reste sous forme liquide : c'est l'alimentation du GV ; des turbopompes alimentaires permettent d'élever la pression de cette eau ;
- cette eau se vaporise dans le GV et les tuyauteries de vapeur alimentent successivement les étages de la turbine disposés sur une même ligne d'arbre. La vapeur acquiert une grande vitesse lors de sa détente permettant ainsi d'entraîner les roues à aubages de la turbine.

III.B.1) Diagramme de Clapeyron (p, v) du système liquide-vapeur de l'eau

On désigne par p la pression du système liquide-vapeur et par v son volume massique.

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes dont les valeurs numériques sont données **tableau 1** :

θ	température	P	pression de vapeur saturante
v_L	volume massique du liquide saturant	v_G	volume massique de la vapeur saturante
h_L	enthalpie massique du liquide saturant	h_G	enthalpie massique de la vapeur saturante
s_L	entropie massique du liquide saturant	s_G	entropie massique de la vapeur saturante

θ (°C)	P (bar)	Liquide saturant			Vapeur saturante		
		v_L ($\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)	h_L ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	s_L ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)	v_G ($\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$)	h_G ($\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$)	s_G ($\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$)
35,0	0,0562	$1,00 \times 10^{-3}$	146,3	0,505	25	2561	8,35
285	69,2	$1,35 \times 10^{-3}$	1261	3,11	0,028	2769	5,82

Tableau 1 Données caractéristiques de l'équilibre eau-vapeur

a) Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron (p, v) de l'eau. Indiquer la position du point critique C , les domaines liquide (L), liquide + vapeur ($L + V$), et vapeur (V).

b) Représenter, sur le diagramme précédent l'allure de trois isothermes : l'isotherme critique T_C puis deux isothermes T_1 et T_2 tels que $T_1 < T_2 < T_C$.

d) On désigne par $l_v(T)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T (ou enthalpie de vaporisation).

Rappeler la relation reliant $l_v(T)$ à $h_G(T)$ et $h_L(T)$ et calculer les chaleurs latentes pour $T_2 = 285^\circ\text{C}$ et $T_1 = 35^\circ\text{C}$.

III.B.3) Cycle de Rankine

Le circuit secondaire d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur, une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (**figure 4**).

Les transformations subies par l'eau dans ce circuit sont modélisées par le cycle de Rankine décrit ci-dessous.

- $A \rightarrow B$: compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression $p_1 = 0,0562$ bar à la pression $p_2 = 69,2$ bar, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression p_1 (état A). Cette compression entraîne une élévation ΔT de la température du liquide.
- $B \rightarrow D$: échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression p_2 (état D).
- $D \rightarrow E$: vaporisation totale (vapeur saturante), dans le générateur de vapeur, sous la pression p_2 .
- $E \rightarrow F$: détente adiabatique réversible, dans la turbine, de p_2 à p_1 .
- $F \rightarrow A$: liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression p_1 , de la vapeur présente dans l'état F .

a) Représenter le cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (p, v).

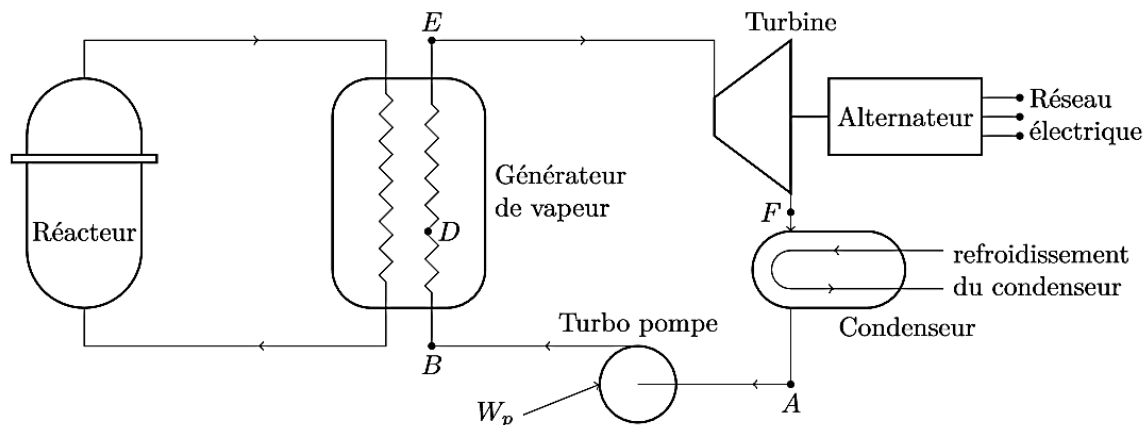


Figure 4

Dans la suite du problème tous les calculs se rapporteront à une masse $m = 1$ kg de fluide. La capacité thermique massique c_L du liquide est constante et vaut $4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Le coefficient de dilatation isobare α de l'eau liquide, supposé constant, vaut $1,5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$.

b) La différentielle de l'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables T et p : $ds = c_L dT/T - \alpha v_L dp$. On note $\Delta T = T - T_1$ l'élévation de la température du liquide dans la pompe d'alimentation.

Sachant que $\Delta T \ll T_1$, calculer ΔT .

On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible et que son volume massique v_L vaut $10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$.

Dans la suite du problème on négligera ΔT devant T_1 .

c) Calculer le titre x_F et l'enthalpie massique h_F du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F).

d) Calculer les transferts thermiques q_1 et q_2 reçues par 1 kg d'eau respectivement, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.

e) Calculer le travail w_{cycle} reçu, par 1 kg de fluide, au cours du cycle.

f) Calculer le rendement thermodynamique ρ du cycle. Comparer ce rendement à celui ρ_C d'un cycle de Carnot décrit entre les mêmes températures extrêmes T_1 et T_2 . Conclure.

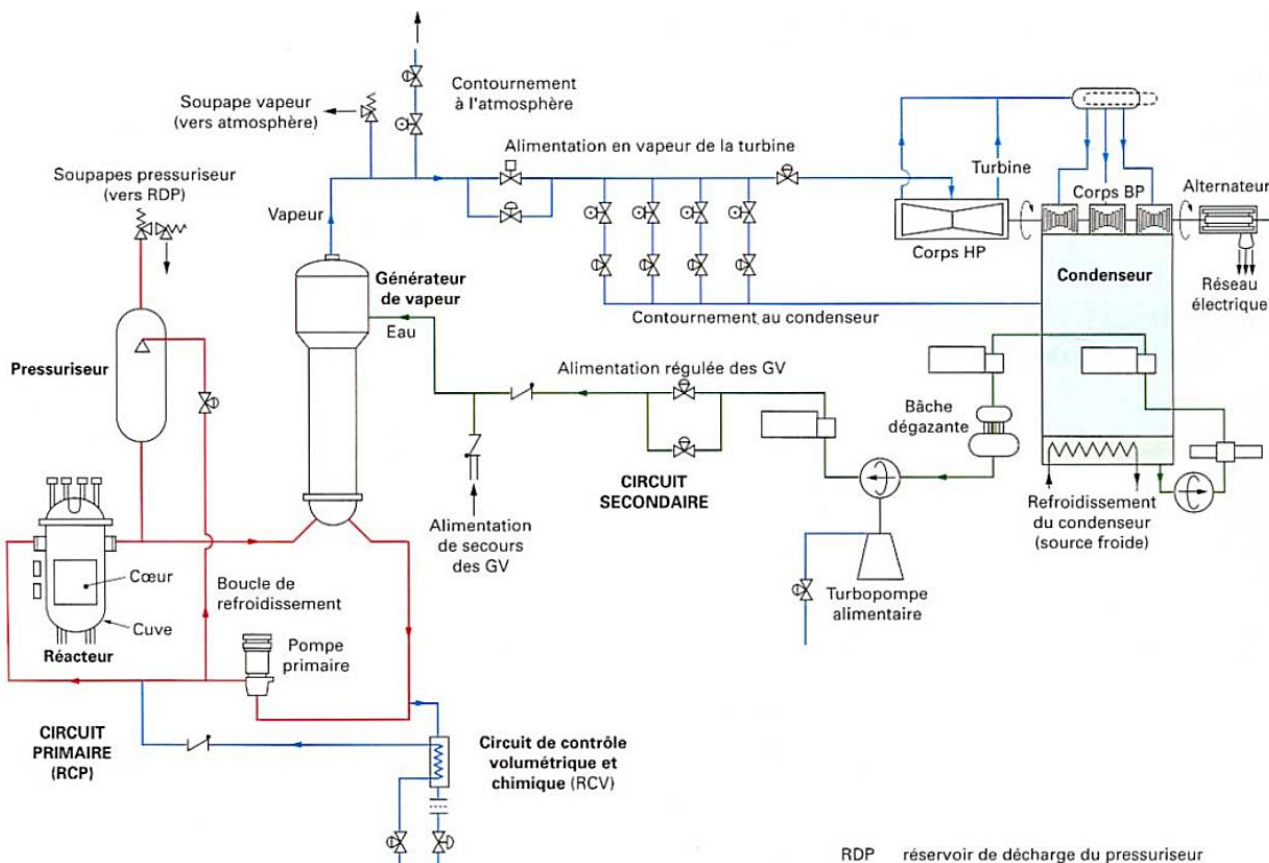


Figure 2 Schéma de principe de fonctionnement d'un REP

6 Etude d'un échangeur thermique (d'après CCINP MP 2015)

→ Cas d'éléments à plusieurs entrées / sorties

L'échangeur thermique est un organe fréquemment utilisé dans les installations thermiques. On le trouve dans des pompes à chaleur, des machines à froid ou certains cumulus d'eau chaude.

Le principe d'un échangeur thermique est de permettre le transfert d'énergie thermique entre deux fluides. Dans l'étude menée ici, ce sont :

- l'eau glycolée circulant dans le cumulus d'eau chaude d'une part ;
- l'eau à usage domestique d'une habitation d'autre part.

Ces deux liquides, supposés indilatables et incompressibles, sont mis en contact thermique au sein de l'échangeur via des canalisations dans lesquelles ils se déplacent en sens opposé. C'est dans la zone active de l'échangeur, représentée sur les figures 7 et 8 ci-dessous, que s'opère le transfert thermique entre les deux fluides. Hormis sur leur surface commune, les canalisations sont calorifugées.

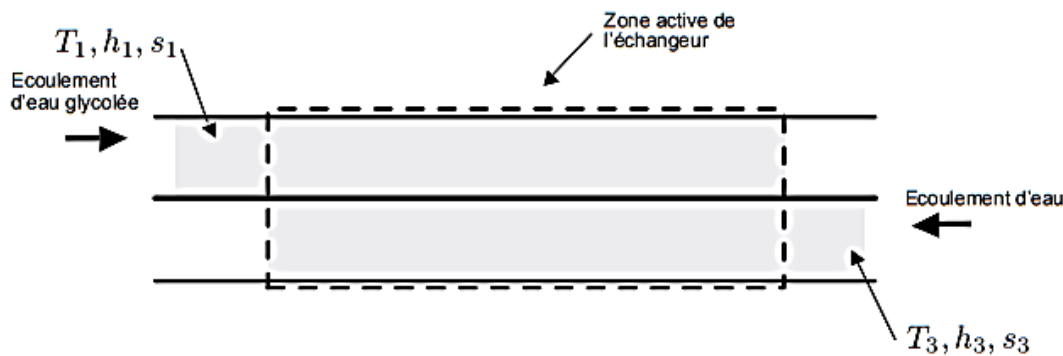


FIGURE 7 – Echangeur à l'instant initial.



FIGURE 8 – Echangeur à l'instant final.

On note d_e et d_g respectivement le débit massique d'eau et d'eau glycolée. On note également T_i , h_i , s_i respectivement : la température, l'enthalpie massique, l'entropie massique du fluide désigné par $i \in \{1; 2; 3; 4\}$, sachant que :

- $i = 1$ fait référence à l'entrée d'eau glycolée dans la zone active.
- $i = 2$ fait référence à la sortie d'eau glycolée de la zone active.
- $i = 3$ fait référence à l'entrée d'eau dans la zone active.
- $i = 4$ fait référence à la sortie d'eau de la zone active.

Les écoulements sont supposés horizontaux et en régime stationnaire. On néglige la variation d'énergie cinétique des fluides lors de leur passage dans l'échangeur.

II.4. Bilan d'enthalpie

On donne l'expression du premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement permanent :

$$\sum_{k' \in \text{Sorties}} d_{k'} h_{k'} - \sum_{k \in \text{Entrées}} d_k h_k = p_u + p_{th} , \quad (4)$$

où p_u désigne la puissance massique échangée entre le système et les parois mobiles qui le délimitent et p_{th} est la puissance massique échangée entre le système et l'extérieur par transfert thermique.

II.4.a. Donner la signification physique des termes du membre de gauche de l'égalité (4).

II.4.b. On note c_e et c_g respectivement la capacité thermique massique de l'eau et de l'eau glycolée. Déterminer la relation entre : c_g , c_e , d_g , d_e , T_1 , T_2 , T_3 et T_4 . Il est attendu de définir très clairement le système d'étude.

II.4.c. On donne : $c_g = 3,29 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $d_g = 10,0 \text{ kg.s}^{-1}$, $T_1 = 10,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_2 = 15,0 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_3 = 15,0 \text{ }^\circ\text{C}$ et $T_4 = 12,0 \text{ }^\circ\text{C}$. Calculer numériquement le débit massique d'eau d_e .

II.5. Bilan d'entropie

II.5.a. Ecrire une relation analogue à (4) traduisant le second principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement permanent et donner la signification physique de chacun des termes intervenant dans cette relation.

II.5.b. Déterminer l'expression du taux de création d'entropie par unité de temps dans l'échangeur. Effectuer l'application numérique et indiquer l'origine physique de l'irréversibilité le cas échéant.

Donnée : l'entropie d'un corps indilatable et incompressible, de capacité thermique massique c et de température T , est donnée, à une constante additive près, par : $s(T) = c \ln T + \text{cte}$.