

Contenu :

Ex 1 : Optimisation thermique d'une pièce	1
<i>Transferts thermiques</i>	
Ex 2 : Propulsion nucléaire d'un sous-marin	5
<i>Machine thermique à écoulement</i>	

Ex 1 : Optimisation thermique d'une pièce

Données

Surface au sol : 80 m^2 ; largeur : $10,0 \text{ m}$; longueur : $8,0 \text{ m}$; hauteur sous plafond : $3,0 \text{ m}$
 Tous les murs donnent sur l'extérieur
 Température intérieure : $T_0 = 20,0^\circ\text{C}$, supposée uniforme
 Température extérieure : $T_1 = 5,0^\circ\text{C}$, supposée uniforme
 Surface vitrée : deux baies vitrées de $6,0 \text{ m}^2$ chacune
 Épaisseur de vitre : $e = 4,0 \text{ mm}$
 Conductivités thermiques (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) :
 $\lambda_v = 1,0$; $\lambda_{air} = \frac{1}{3} 10^{-1} \approx 0,033$; $\lambda_{ar} = 0,020 = \frac{1}{5} 10^{-1}$
 Capacité thermique de la pièce : $C = 3,0 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
 Puissance développée par la pompe à chaleur : $P = 300 \text{ W}$
 Masses molaires atomiques (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) : $M(\text{H}) = 1,0$; $M(\text{C}) = 12,0$; $M(\text{O}) = 16,0$
 Numéros atomiques : $Z(\text{H}) = 1$; $Z(\text{C}) = 6$; $Z(\text{O}) = 8$
 Masse volumique de l'éthanol : $\rho = 0,80 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$

I.1. Intérêt d'un double vitrage

Parmi les différents éléments constitutifs d'une habitation, les fenêtres jouent un rôle important dans le comportement thermique de l'habitation.

On cherche ici à montrer l'intérêt d'utiliser un double vitrage en commençant par étudier l'effet d'un simple vitrage.

On s'intéresse d'abord à un simple vitrage. On considère une paroi vitrée de surface S , d'épaisseur e , homogène, de conductivité thermique λ_v , constante et uniforme dans la paroi (voir **figure 1**).

On ne tient compte que des transferts thermiques par conduction. On considère la conduction comme unidimensionnelle selon $\vec{e}_x$ et en régime stationnaire. Ainsi, les grandeurs ne dépendent que de x .

On note $\Phi(x)$ le flux thermique à travers une surface S constante et $j_{th}(x)$ la densité surfacique de flux thermique.

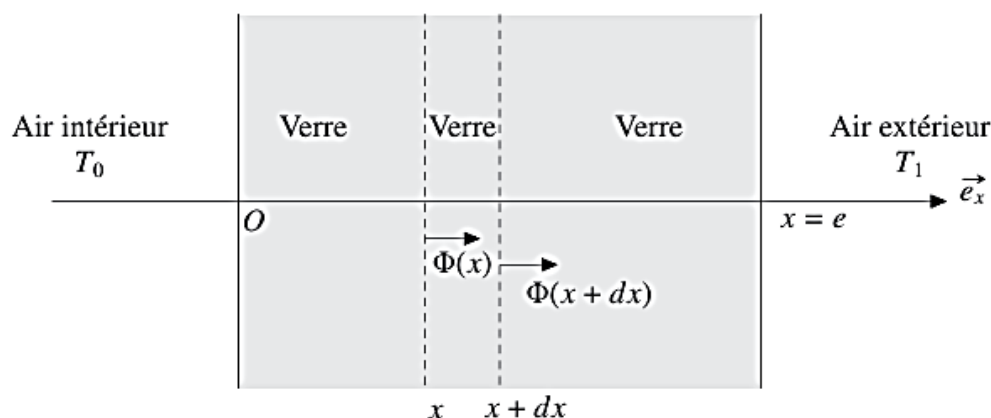


Figure 1 – Simple vitrage

- Q1.** Rappeler la loi de Fourier tridimensionnelle, qui régit le transfert thermique par conduction, ainsi que sa simplification dans le cas unidimensionnel selon $\vec{e}_x$.
- Q2.** Donner la relation entre $\Phi(x)$ et $j_{th}(x)$.
Donner l'unité dans le Système International de $\Phi(x)$.
- Q3.** On rappelle que l'on se place en régime stationnaire. Justifier que le flux thermique est alors le même à travers toutes les sections de la paroi.
- Q4.** En déduire que la température varie suivant une fonction affine de la position x à travers la paroi vitrée.
- Q5.** Déterminer cette fonction affine en fonction de T_0 , température à l'intérieur de la pièce et de T_1 , température à l'extérieur de la pièce.
- Q6.** Tracer l'allure de la courbe représentative de $T(x)$ pour $x \in [-e, 2e]$.

Dans le cas présent, on peut définir la résistance thermique R_{th} d'une paroi de surface S (exemple : vitre, mur, ...) par la relation $R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$, avec ΔT la différence de température entre les deux extrémités de la paroi et Φ le flux thermique à travers la surface S de la paroi.

- Q7.** Etablir l'expression de R_{th} pour la paroi vitrée de surface S en fonction de e , λ_v et S .
- Q8.** Faire l'application numérique avec les valeurs proposées dans les données pour une baie vitrée en simple vitrage.

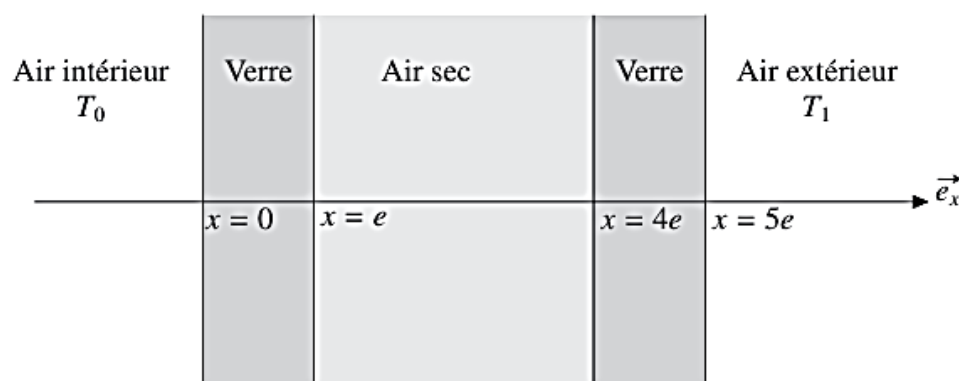


Figure 2 – Double vitrage

On considère désormais une baie vitrée de même surface mais en double vitrage. Elle est composée de deux parois vitrées identiques de surface S , d'épaisseur e , homogènes, de conductivité thermique λ_v , séparées par une couche d'air sec homogène, de surface S , d'épaisseur $3e$ et de conductivité thermique λ_{air} (voir **figure 2**).

On considère à nouveau qu'il n'y a que des transferts thermiques par conduction, sans mouvement fluide dans la couche d'air sec.

Comme en **Q3**, le flux, noté ici Φ' , est le même à travers toutes les sections de la paroi entre $x = 0$ et $x = 5e$.

On note R_{tot} la résistance thermique totale de la paroi.

Q9. Quelle analogie peut-on faire avec les résistances électriques ?

Q10. Exprimer R_{tot} pour la paroi double vitrage en fonction de S , e , λ_{air} et λ_v .

Q11. Calculer numériquement R_{tot} pour une baie vitrée en double vitrage. Commenter.

Afin d'améliorer l'isolation thermique, il existe des fenêtres double vitrage à lame d'argon, de conductivité thermique λ_{ar} . L'isotope majoritaire de l'argon sur Terre est l'isotope $^{40}_{18}\text{Ar}$.

Q12. Donner la composition de l'atome d'argon $^{40}_{18}\text{Ar}$.

Q16. Calculer numériquement la résistance thermique R_{tot} pour une baie vitrée double vitrage à lame d'argon.

Q17. Comparer les résistances thermiques des trois types de parois vitrées évoqués dans ce sujet. Commenter.

I.2. Utilisation d'une pompe à chaleur

Un autre point important dans une maison est la qualité des appareils de chauffage. On s'intéresse ici à l'étude du fonctionnement d'une pompe à chaleur et de son efficacité.

L'intérieur de la maison est chauffé grâce à une pompe à chaleur cyclique ditherme, ce qui permet notamment de compenser les pertes thermiques de la maison.

L'intérieur de la maison tient lieu de source chaude à la température T_0 et l'extérieur de la maison tient lieu de source froide à la température T_1 .

Le système considéré est alors le fluide caloporteur contenu dans la pompe à chaleur. Les transformations qu'il subit sont supposées réversibles.

On suppose pour le moment qu'il n'y a aucune perte thermique entre la maison et l'extérieur.

Q18. Faire un schéma de principe de la pompe à chaleur en représentant le système fluide, la source chaude, la source froide, le travail W fourni au fluide par le moteur de la pompe à chaleur et les transferts thermiques Q_C et Q_F , reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement, de la source chaude et de la source froide. On précisera le signe de ces transferts algébriques.

Q19. L'efficacité ε d'une pompe à chaleur est donnée par le rapport $\varepsilon = \frac{-Q_C}{W}$. Justifier cette expression.

Q20. En appliquant les deux principes de la thermodynamique au fluide, exprimer l'efficacité de la pompe à chaleur en fonction de T_0 et T_1 . Calculer numériquement ε .

Le système pris en compte maintenant est l'air contenu à l'intérieur de la maison. On ne considère comme échanges d'énergie que le transfert thermique Q_C apporté par la pompe à chaleur et le transfert thermique Q' dû aux déperditions d'énergies.

On ne considère plus le régime comme stationnaire. On cherche ici à évaluer les pertes thermiques.

On note $\delta Q' = -aC(T-T_1)dt$ le transfert thermique algébrique et élémentaire avec l'extérieur pendant dt , avec C la capacité thermique de la pièce et a une constante positive. La température de la pièce étant initialement T_0 , la pompe est arrêtée. La pièce se refroidit et la température tombe à $T_f = 15^\circ\text{C}$ au bout de 3 heures.

Q21. Commenter le signe de $\delta Q'$. Qui reçoit effectivement ce transfert thermique ?

Q22. Déterminer l'unité de a .

Q23. En faisant un bilan énergétique sur l'intérieur de la maison, la pompe à chaleur étant éteinte, montrer qu'on obtient une équation différentielle du premier ordre sur la température de la forme

$$\frac{dT(t)}{dt} + aT(t) = B \quad (1)$$

avec B une constante à déterminer.

Q24. Résoudre cette équation pour exprimer l'évolution de $T(t)$.

Q25. En déduire l'expression de a . Faire l'application numérique.

Pour la suite, on prendra $a = 10^{-3}$ USI.

Une fois la température T_f atteinte, on met de nouveau en marche la pompe à chaleur.

Q26. Donner la relation liant la puissance P développée par le moteur de la pompe au travail δW fourni par celui-ci pendant une durée dt .

Q27. Déterminer la nouvelle équation différentielle portant sur $T(t)$.

On ne cherchera pas à résoudre cette équation différentielle.

Ex 2 : Propulsion nucléaire d'un sous-marin

Les systèmes de propulsion doivent répondre à quelques grandes exigences, en particulier être silencieux pour ne pas être repérés et fonctionner de manière anaérobie, c'est-à-dire sans utiliser d'air, vu qu'en immersion totale le milieu extérieur est l'eau et non l'air.

La propulsion nucléaire est un type de propulsion largement utilisée dans les sous-marins militaires à l'heure actuelle.

Un réacteur nucléaire fournit de l'énergie grâce à la fission nucléaire de combustible tel que l'uranium (circuit primaire). Cette énergie permet de vaporiser de l'eau entraînant une turbine couplée à un alternateur (figure 3 page suivante). Celui-ci produit de l'électricité pour alimenter un moteur électrique faisant tourner l'hélice du sous-marin.

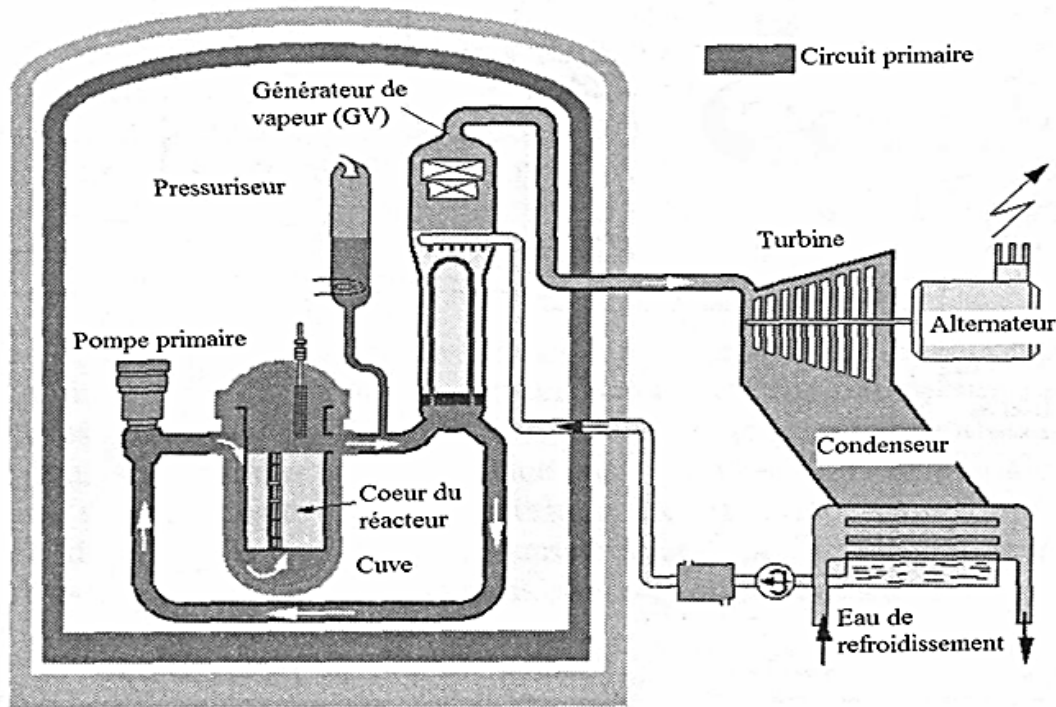


Figure 3 : moteur à propulsion nucléaire

Nous nous intéresserons ici uniquement au circuit secondaire représenté schématiquement ci-dessous (figure 4) :

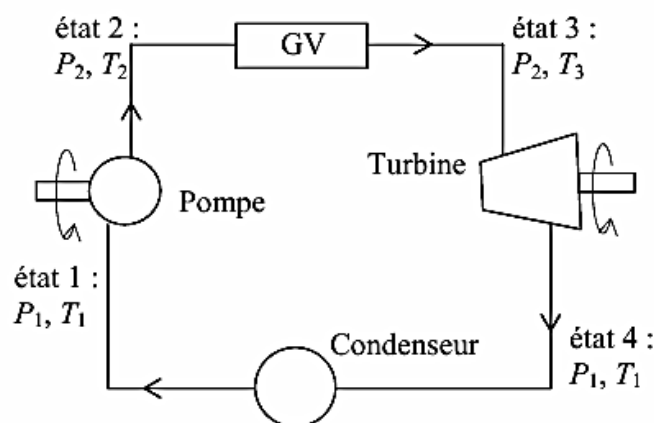


Figure 4 : circuit secondaire

L'eau entre dans la pompe sous forme de liquide saturé (état 1), puis est comprimée de façon isentropique (adiabatique réversible) à la pression qui règne dans le générateur de vapeur (GV). En entrant dans le GV, l'eau se trouve sous forme de liquide comprimé à la pression P_2 (état 2). Elle en ressort sous forme de vapeur (état 3) à la même pression P_2 puis pénètre dans la turbine où elle se détend de façon isentropique (adiabatique réversible) en entraînant l'arbre de l'alternateur. À la sortie de la turbine (état 4), l'eau est diphasée. Ce mélange liquide-vapeur est alors liquéfié à pression constante dans le condenseur et en sort dans l'état 1.

3.1/ Les quatre composants de ce cycle (dit cycle de Rankine), soit la pompe, le GV, la turbine et le condenseur, fonctionnent avec un écoulement en régime permanent.

L'objectif des questions qui suivent est d'établir l'expression du premier principe dans ce cas. Pour cela, on considère un composant (C) et on définit le système fermé Σ_f de la façon suivante (figure 5) :

- à l'instant t , Σ_f est constitué du fluide contenu dans (C) et de la masse dm_e de fluide entrant dans (C) entre t et $t + dt$
- à l'instant $t + dt$, Σ_f est constitué du fluide contenu dans (C) et de la masse dm_s de fluide sortant de (C) entre t et $t + dt$.

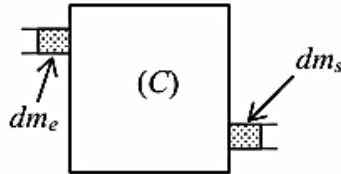


Figure 5 : système fermé Σ_f

3.1.1/ Justifier très précisément l'égalité $dm_e = dm_s$. On notera dm cette quantité.

3.1.2/ Etablir l'écriture suivante du premier principe :

$$\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = q + w_i$$

Dans cette formule, la notation Δ désigne la variation de la grandeur physique entre l'entrée et la sortie du composant, q représente le transfert thermique massique reçu par le fluide dans ce composant et w_i le travail massique indiqué reçu par le fluide de la part des parties mobiles du composant. Les grandeurs h , e_c et e_p sont respectivement l'enthalpie massique, l'énergie cinétique massique et l'énergie potentielle massique du fluide.

Dans la suite, on négligera les variations de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle.

3.2/ On utilise le diagramme entropique de l'eau dans lequel la température est placée en ordonnée et l'entropie massique en abscisse (figure 6).

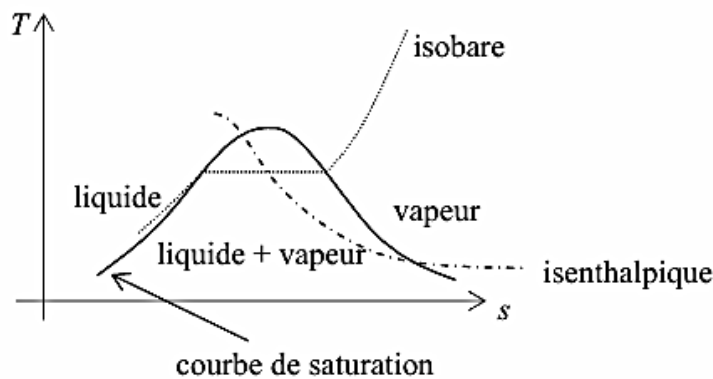


Figure 6 : diagramme entropique

Dans ce diagramme, quelle est l'allure de la courbe représentative d'une évolution isentropique ?

3.3/ On donne $P_2 = 50.10^5$ Pa, $P_1 = 10^5$ Pa et $T_3 = 773$ K (500 °C). Les points 1 et 2 figurent déjà sur le diagramme (T, s) de l'eau fourni dans le document réponse 1. Sur ce même diagramme placer les points 3 et 4 correspondant aux états 3 et 4 du fluide ainsi que le cycle de Rankine décrit par le fluide. On rappelle que le document réponse 1 doit être joint à la copie.

3.4/ A l'aide du diagramme (T, s) fourni dans le document réponse 1, donner les valeurs numériques de T_1 , h_3 , h_4 , s_4 , $s_v(T_1)$ entropie massique de la vapeur juste saturante à T_1 , et $s_l(T_1)$ entropie massique du liquide juste saturé à T_1 .

3.5/ Déterminer la valeur numérique du titre en vapeur x_4 à la sortie de la turbine.

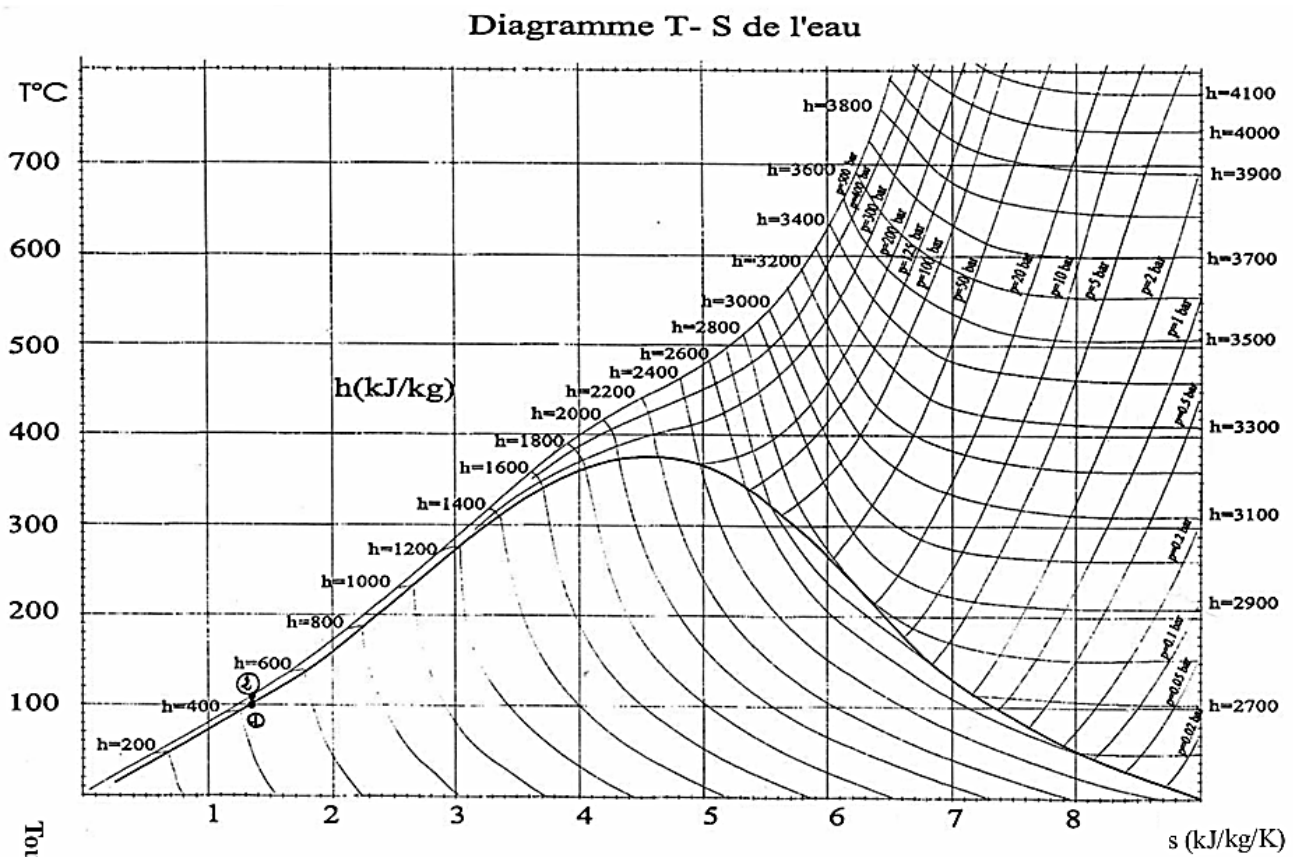
3.6/ On donne $h_1 = 440 \text{ kJ.kg}^{-1}$ et $h_2 = 475 \text{ kJ.kg}^{-1}$. Déterminer les expressions et les valeurs numériques de q_{cond} et q_{GV} , les transferts thermiques massiques reçus par le fluide, respectivement dans le condenseur et dans le GV. Déterminer également les expressions et les valeurs numériques des travaux massiques indiqués dans la pompe et la turbine, respectivement w_{pompe} et w_{turb} .

3.7/ Une fraction du travail produit par la turbine sert à entraîner la pompe. En déduire le travail massique indiqué w_{alt} récupérable au niveau de l'alternateur. Donner sa valeur numérique.

3.8/ Définir et calculer numériquement le rendement du cycle de Rankine η .

DOCUMENT REPONSE à RENDRE AVEC LA COPIE

NOM :



Document réponse 1