

Contenu :

3/2 Ex 1 : Optimisation thermique d'une pièce	1
<i>Transferts thermiques</i>	
Camille ? – Ex 1 : Thermodynamique des supraconducteurs.....	5
<i>Transferts thermiques</i>	
TOUS Ex 2 : Détection de rayonnement infrarouge	9
<i>Rayonnement thermique</i>	

3/2 Ex 1 : Optimisation thermique d'une pièce

Données

Surface au sol : 80 m^2 ; largeur : $10,0 \text{ m}$; longueur : $8,0 \text{ m}$; hauteur sous plafond : $3,0 \text{ m}$
 Tous les murs donnent sur l'extérieur
 Température intérieure : $T_0 = 20,0^\circ\text{C}$, supposée uniforme
 Température extérieure : $T_1 = 5,0^\circ\text{C}$, supposée uniforme
 Surface vitrée : deux baies vitrées de $6,0 \text{ m}^2$ chacune
 Épaisseur de vitre : $e = 4,0 \text{ mm}$
 Conductivités thermiques (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$) :
 $\lambda_v = 1,0$; $\lambda_{air} = \frac{1}{3} 10^{-1} \approx 0,033$; $\lambda_{ar} = 0,020 = \frac{1}{5} 10^{-1}$
 Capacité thermique de la pièce : $C = 3,0 \cdot 10^5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
 Puissance développée par la pompe à chaleur : $P = 300 \text{ W}$
 Masses molaires atomiques (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$) : $M(H) = 1,0$; $M(C) = 12,0$; $M(O) = 16,0$
 Numéros atomiques : $Z(H) = 1$; $Z(C) = 6$; $Z(O) = 8$
 Masse volumique de l'éthanol : $\rho = 0,80 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$

I.1. Intérêt d'un double vitrage

Parmi les différents éléments constitutifs d'une habitation, les fenêtres jouent un rôle important dans le comportement thermique de l'habitation.

On cherche ici à montrer l'intérêt d'utiliser un double vitrage en commençant par étudier l'effet d'un simple vitrage.

On s'intéresse d'abord à un simple vitrage. On considère une paroi vitrée de surface S , d'épaisseur e , homogène, de conductivité thermique λ_v , constante et uniforme dans la paroi (voir **figure 1**).

On ne tient compte que des transferts thermiques par conduction. On considère la conduction comme unidimensionnelle selon $\vec{e}_x$ et en régime stationnaire. Ainsi, les grandeurs ne dépendent que de x .

On note $\Phi(x)$ le flux thermique à travers une surface S constante et $j_{th}(x)$ la densité surfacique de flux thermique.

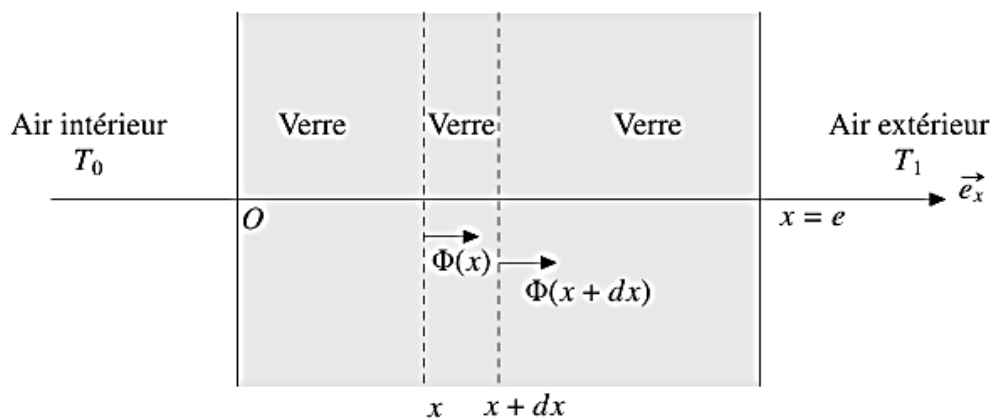


Figure 1 – Simple vitrage

- Q1.** Rappeler la loi de Fourier tridimensionnelle, qui régit le transfert thermique par conduction, ainsi que sa simplification dans le cas unidimensionnel selon $\vec{e}_x$.
- Q2.** Donner la relation entre $\Phi(x)$ et $j_{th}(x)$.
Donner l'unité dans le Système International de $\Phi(x)$.
- Q3.** On rappelle que l'on se place en régime stationnaire. Justifier que le flux thermique est alors le même à travers toutes les sections de la paroi.
- Q4.** En déduire que la température varie suivant une fonction affine de la position x à travers la paroi vitrée.
- Q5.** Déterminer cette fonction affine en fonction de T_0 , température à l'intérieur de la pièce et de T_1 , température à l'extérieur de la pièce.
- Q6.** Tracer l'allure de la courbe représentative de $T(x)$ pour $x \in [-e, 2e]$.

Dans le cas présent, on peut définir la résistance thermique R_{th} d'une paroi de surface S (exemple : vitre, mur, ...) par la relation $R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$, avec ΔT la différence de température entre les deux extrémités de la paroi et Φ le flux thermique à travers la surface S de la paroi.

- Q7.** Etablir l'expression de R_{th} pour la paroi vitrée de surface S en fonction de e , λ_v et S .
- Q8.** Faire l'application numérique avec les valeurs proposées dans les données pour une baie vitrée en simple vitrage.

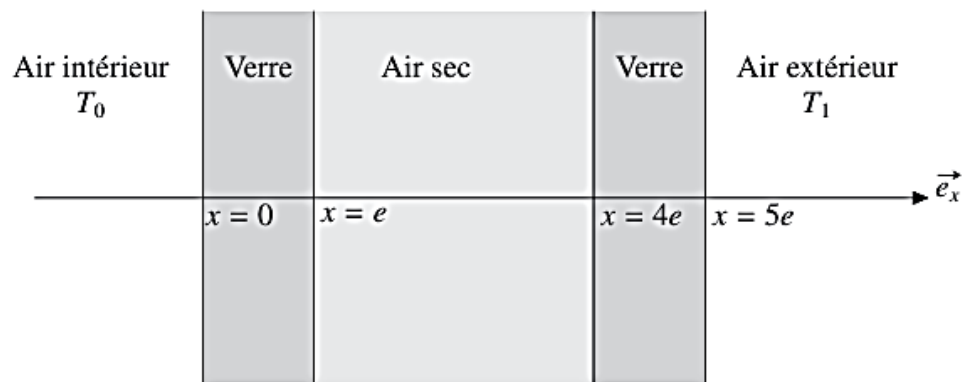


Figure 2 – Double vitrage

On considère désormais une baie vitrée de même surface mais en double vitrage. Elle est composée de deux parois vitrées identiques de surface S , d'épaisseur e , homogènes, de conductivité thermique λ_v , séparées par une couche d'air sec homogène, de surface S , d'épaisseur $3e$ et de conductivité thermique λ_{air} (voir **figure 2**).

On considère à nouveau qu'il n'y a que des transferts thermiques par conduction, sans mouvement fluide dans la couche d'air sec.

Comme en **Q3**, le flux, noté ici Φ' , est le même à travers toutes les sections de la paroi entre $x = 0$ et $x = 5e$.

On note R_{tot} la résistance thermique totale de la paroi.

Q9. Quelle analogie peut-on faire avec les résistances électriques ?

Q10. Exprimer R_{tot} pour la paroi double vitrage en fonction de S , e , λ_{air} et λ_v .

Q11. Calculer numériquement R_{tot} pour une baie vitrée en double vitrage. Commenter.

Afin d'améliorer l'isolation thermique, il existe des fenêtres double vitrage à lame d'argon, de conductivité thermique λ_{ar} . L'isotope majoritaire de l'argon sur Terre est l'isotope $^{40}_{18}\text{Ar}$.

Q12. Donner la composition de l'atome d'argon $^{40}_{18}\text{Ar}$.

Q16. Calculer numériquement la résistance thermique R_{tot} pour une baie vitrée double vitrage à lame d'argon.

Q17. Comparer les résistances thermiques des trois types de parois vitrées évoqués dans ce sujet. Commenter.

I.2. Utilisation d'une pompe à chaleur

Un autre point important dans une maison est la qualité des appareils de chauffage. On s'intéresse ici à l'étude du fonctionnement d'une pompe à chaleur et de son efficacité.

L'intérieur de la maison est chauffé grâce à une pompe à chaleur cyclique ditherme, ce qui permet notamment de compenser les pertes thermiques de la maison.

L'intérieur de la maison tient lieu de source chaude à la température T_0 et l'extérieur de la maison tient lieu de source froide à la température T_1 .

Le système considéré est alors le fluide caloporteur contenu dans la pompe à chaleur. Les transformations qu'il subit sont supposées réversibles.

On suppose pour le moment qu'il n'y a aucune perte thermique entre la maison et l'extérieur.

Q18. Faire un schéma de principe de la pompe à chaleur en représentant le système fluide, la source chaude, la source froide, le travail W fourni au fluide par le moteur de la pompe à chaleur et les transferts thermiques Q_C et Q_F , reçus algébriquement par le fluide de la part, respectivement, de la source chaude et de la source froide. On précisera le signe de ces transferts algébriques.

Q19. L'efficacité ε d'une pompe à chaleur est donnée par le rapport $\varepsilon = \frac{-Q_C}{W}$. Justifier cette expression.

Q20. En appliquant les deux principes de la thermodynamique au fluide, exprimer l'efficacité de la pompe à chaleur en fonction de T_0 et T_1 . Calculer numériquement ε .

Le système pris en compte maintenant est l'air contenu à l'intérieur de la maison. On ne considère comme échanges d'énergie que le transfert thermique Q_C apporté par la pompe à chaleur et le transfert thermique Q' dû aux déperditions d'énergies.

On ne considère plus le régime comme stationnaire. On cherche ici à évaluer les pertes thermiques.

On note $\delta Q' = -aC(T-T_1)dt$ le transfert thermique algébrique et élémentaire avec l'extérieur pendant dt , avec C la capacité thermique de la pièce et a une constante positive. La température de la pièce étant initialement T_0 , la pompe est arrêtée. La pièce se refroidit et la température tombe à $T_f = 15^\circ\text{C}$ au bout de 3 heures.

Q21. Commenter le signe de $\delta Q'$. Qui reçoit effectivement ce transfert thermique ?

Q22. Déterminer l'unité de a .

Q23. En faisant un bilan énergétique sur l'intérieur de la maison, la pompe à chaleur étant éteinte, montrer qu'on obtient une équation différentielle du premier ordre sur la température de la forme

$$\frac{dT(t)}{dt} + aT(t) = B \quad (1)$$

avec B une constante à déterminer.

Q24. Résoudre cette équation pour exprimer l'évolution de $T(t)$.

Q25. En déduire l'expression de a . Faire l'application numérique.

Pour la suite, on prendra $a = 10^{-3}$ USI.

Une fois la température T_f atteinte, on met de nouveau en marche la pompe à chaleur.

Q26. Donner la relation liant la puissance P développée par le moteur de la pompe au travail δW fourni par celui-ci pendant une durée dt .

Q27. Déterminer la nouvelle équation différentielle portant sur $T(t)$.

On ne cherchera pas à résoudre cette équation différentielle.

Camille ? – Ex 1 : Thermodynamique des supraconducteurs

Les vecteurs sont surmontés d'une flèche ($\vec{w}$), à l'exception des vecteurs unitaires notés avec un chapeau ($\hat{u}$). Les applications numériques seront réalisées avec seulement deux chiffres significatifs. Les *données numériques* nécessaires et un *formulaire*, relatif en particulier aux coordonnées sphériques, figurent en fin d'énoncé.

Parmi les applications importantes des basses températures, on compte la supraconductivité : certains métaux ou oxydes métalliques acquièrent, en dessous d'une certaine température critique ($T < T_{sc}$) un caractère supraconducteur, le matériau pouvant conduire un courant électrique *permanent* sans aucune dissipation d'énergie. Cette propriété est par exemple mise à profit pour la production de champs magnétiques intenses.

Dans tout ce qui suit, le matériau supraconducteur est assimilé à un conducteur thermique de conductivité thermique λ de la loi de FOURIER, de masse volumique ρ et de capacité thermique massique c . On rappelle que, dans ce cas, l'évolution de la température à l'intérieur du matériau conducteur est donnée par l'équation de diffusion thermique :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T \quad \text{où } \Delta \text{ est l'opérateur laplacien.}$$

Les échanges thermiques entre ce matériau et le fluide qui l'entoure seront, dans tous les cas, décrits par la loi de NEWTON : le transfert thermique pariétal (à la surface ou sur les bords) du solide de température T vers le fluide de température T_f , par unité de temps et par unité d'aire, est $j_{\text{par}} = k(T - T_f)$ où k est une constante. Les études menées en I.A et I.B sont totalement indépendantes.

I.A Refroidissement progressif d'un supraconducteur

Le matériau (supraconducteur) étudié dans cette partie I.A à la forme d'une boule de rayon R , de température uniforme $T(t)$. Il est entièrement plongé dans un liquide réfrigérant qui maintient, à grande distance du matériau, la température uniforme et constante $T_0 < T_{sc}$ (cf. figure 1).

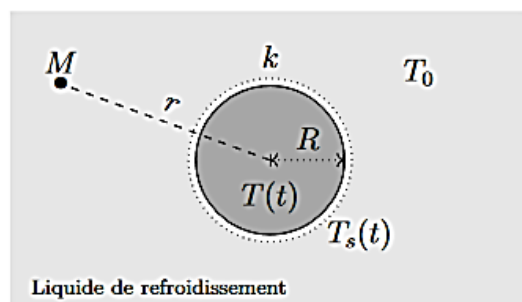


FIGURE 1 – Boule de supraconducteur en cours de refroidissement

□ – 1. Donner, en les justifiant, les unités (ou les dimensions) de k et λ .

Établir, dans le cas unidimensionnel, l'équation de diffusion thermique rappelée ci-dessus.

- – 2. Rappeler l'expression de la diffusivité thermique D_{th} d'un matériau.

À quelle condition, portant sur la durée Δt du refroidissement, l'hypothèse consistant à considérer la température du matériau comme *uniforme* est-elle légitime ? On se placera dans ce cas dans la suite.

- – 3. Exprimer en fonction des données la capacité thermique C_{th} de la boule solide, ainsi que la résistance thermique d'isolement R_{th} associée aux échanges pariétaux convecto-conductifs à sa surface.

Pour l'étude du refroidissement, il faut aussi tenir compte des transferts thermiques au sein du liquide réfrigérant. On admet que la température T_f en un point M du liquide supposé immobile ne dépend que de la distance r au centre O de la boule (figure 1). On néglige la capacité thermique massique du liquide réfrigérant ; sa conductivité thermique est notée λ' .

- – 4. Montrer que $T_f(r, t) = T_0 + [T_s(t) - T_0] R/r$

- – 5. Pourquoi est-il licite de décrire les transferts à travers le fluide en termes de résistance thermique ?

Exprimer la résistance thermique R'_{th} associée au refroidissement conductif, en fonction de λ' et R .

On suppose pour finir que $\lambda' \gg Rk$.

- – 6. Déterminer l'équation d'évolution de la température $T(t)$ de la boule solide ; on posera

$$\tau = \frac{\rho R c}{3k}.$$

- – 7. On notera $T_i = T(t = 0)$ la température initiale du matériau. Tracer l'allure de la courbe $T(t)$ et exprimer la durée Δt au bout de laquelle le matériau débute la transition conducteur $\mapsto$ supraconducteur.

I.B Refroidissement stationnaire d'un fil supraconducteur

L'absence de résistivité dans les matériaux supraconducteurs n'empêche pas, notamment dans le cadre de régimes transitoires électromagnétiques, l'existence de dissipations de puissance dues au champ électrique induit. Il s'ensuit un chauffage local du matériau supraconducteur. Le passage éventuel de celui-ci au-dessus de la température critique T_{sc} a alors un effet catastrophique : l'effet Joule apparaît, la température augmente de plus en plus et la surchauffe du bobinage peut détruire celui-ci : c'est le phénomène de *quench* (voir figure 2).

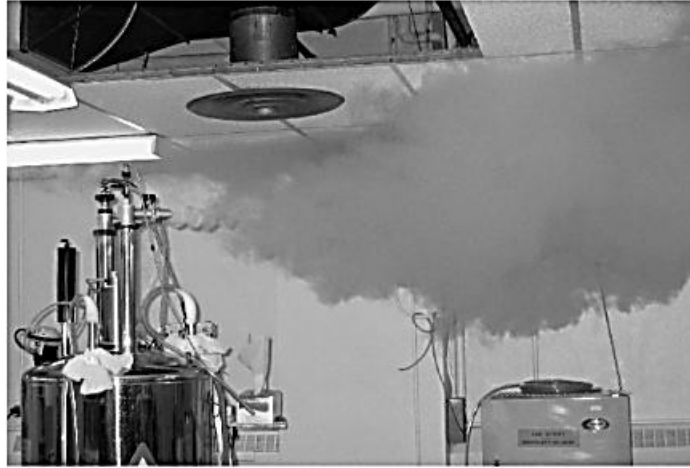


FIGURE 2 – Fuite d'hélium suite à la destruction (*quench*) d'un aimant supraconducteur utilisé pour la RMN. Département de Chimie de l'université de l'Alberta

On va dans ce qui suit s'intéresser aux conditions de refroidissement propres à éviter le phénomène de quench.

Le matériau supraconducteur étudié a la forme d'un fil cylindrique de rayon R , de très grande longueur (figure 3). Il est entièrement plongé dans un liquide réfrigérant qui maintient une température uniforme $T_0 < T_{sc}$, avec lequel les échanges thermiques se font selon la loi de NEWTON. La totalité du fil cylindrique est le siège d'une production de puissance électromagnétique avec la densité volumique supposée uniforme et constante p_u .

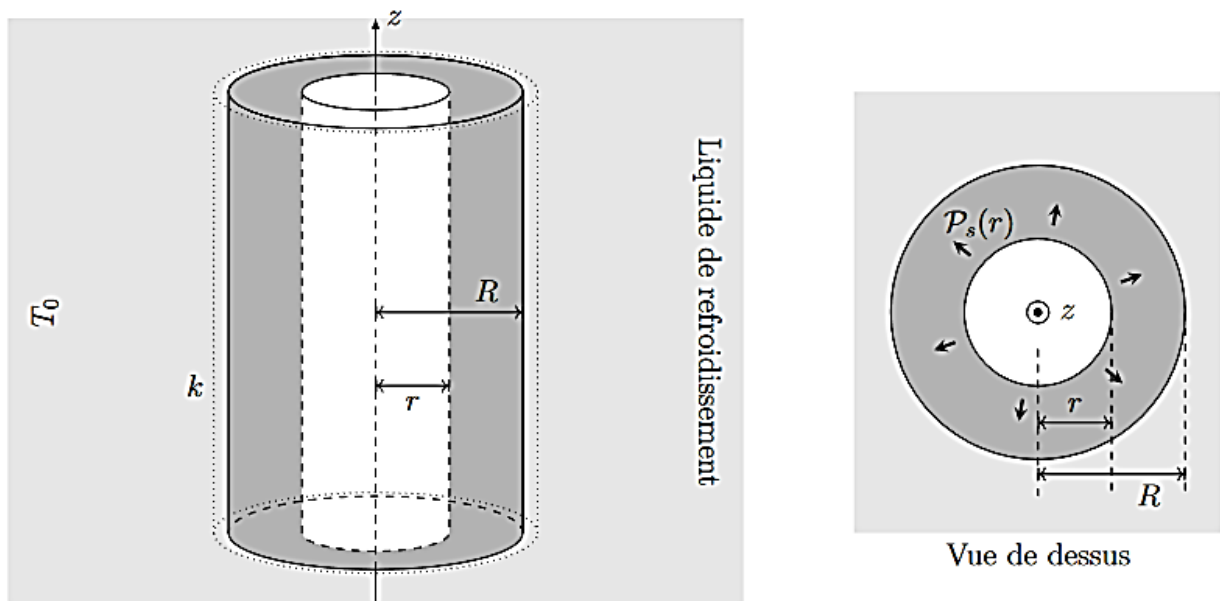
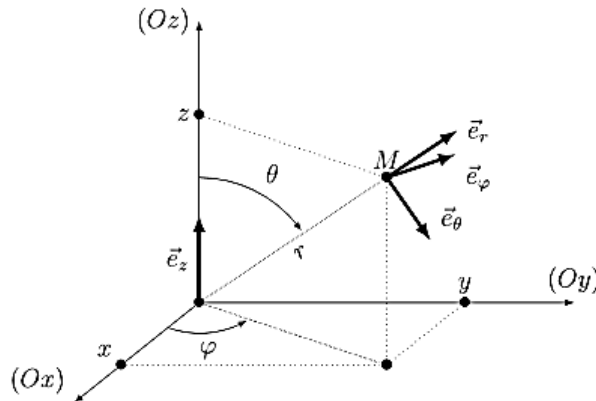


FIGURE 3 – Fil supraconducteur en régime stationnaire

- – 8. Exprimer la puissance totale $\mathcal{P}_s(r)$ évacuée par une hauteur H de la partie du fil située au plus à la distance r de l'axe avec $0 \leq r < R$, cf. figure 3.
- – 9. En déduire, en régime permanent, l'intensité $j_{th}(r)$ de la densité volumique de flux thermique conductif dans le fil.
- – 10. Déterminer l'expression de la température de surface T_s en fonction de T_0 , k , p_u et R .
- – 11. À quel endroit dans le fil la température est-elle maximale?
Déterminer l'expression de la valeur T_{max} correspondante.
- Montrer que le phénomène de *quench* ne se produit pas si p_u est inférieur à une valeur critique p_{max} que l'on exprimera.

Repérage sphérique d'un point M

Le point M de coordonnées cartésiennes (x, y, z) peut aussi être repéré par ses coordonnées sphériques r , θ et φ rappelées sur le schéma ci-après :



Formulaire en coordonnées sphériques

Gradient :

$$\vec{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{u}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{u}_\varphi$$

Laplacien scalaire :

$$\Delta f = \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2} \right]$$

TOUS Ex 2 : Détection de rayonnement infrarouge

Ce sujet traite de l'observation, à l'aide de télescopes, des rayonnements infrarouges provenant de l'espace. Ces rayonnements sont émis par des corps tels que des étoiles jeunes ou des poussières froides. L'observation dans ce domaine de longueurs d'onde se heurte à plusieurs difficultés. D'une part, ces rayonnements sont fortement absorbés par l'atmosphère. D'autre part, l'atmosphère et les instruments de mesure sont également sources de rayonnement infrarouge. On peut s'affranchir du problème de l'atmosphère en embarquant le télescope sur un satellite et de l'émission thermique de l'instrument en refroidissant les différents éléments à l'aide de puissants systèmes cryogéniques. Cependant, les dimensions des télescopes en orbite étant limitées, leur résolution théorique est moins bonne que celle de certains télescopes au sol comme ceux du Very Large Telescope array (VLT) de l'European Southern Observatory à Paranal au Chili qui bénéficient d'un ciel très pauvre en vapeur d'eau et d'une atmosphère très stable.

I Détection de rayonnement infrarouge

Les rayonnements infrarouges sont détectés par des instruments appelés bolomètres. Le principe de la détection repose sur la variation de la résistance d'un matériau lors de son échauffement suite à une absorption de rayonnement électromagnétique. La figure 1 présente le schéma de principe du bolomètre étudié dans cette partie.

Le bolomètre, de capacité thermique C_{th} absorbe le flux électromagnétique incident Φ_i supposé constant. Il possède par ailleurs une résistance électrique $R(T)$ fonction de sa température T supposée uniforme et est parcouru par un courant d'intensité I . Le bolomètre est relié mécaniquement et thermiquement à une source froide maintenue à la température T_S par des poutres de conductance thermique G_{th} . On mesure les variations de la tension V à ses bornes lorsque la résistance R varie. La résistance électrique R du matériau varie avec la température en suivant la loi linéaire

$$R(T) = R_0 + \alpha R_0 (T - T_S)$$

où α et R_0 sont des constantes caractéristiques du matériau. On suppose $\alpha < 0$.

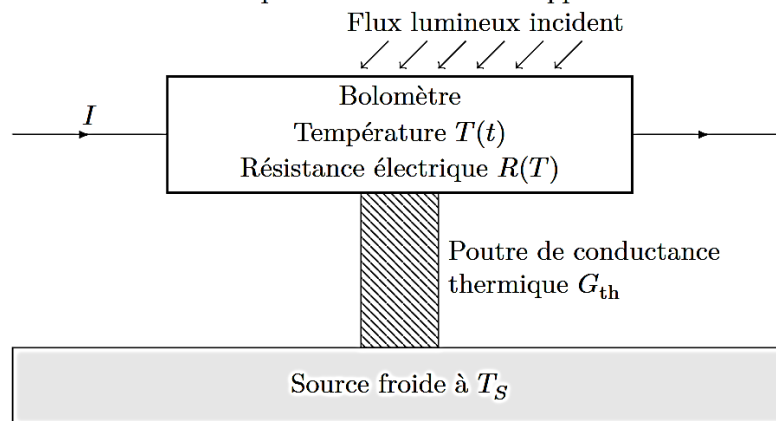


Figure 1 Schéma d'un bolomètre

I.A – Généralités sur les détecteurs

I.A.1) Citer des détecteurs d'ondes électromagnétiques utilisés en travaux pratiques et le domaine des ondes auxquels ils sont sensibles.

I.A.2) Dans quel intervalle de longueur d'onde se situent les rayonnements infrarouges ?

I.A.3) La loi de Wien relative à l'émission thermique d'un corps noir peut s'écrire $\lambda_{\max} T = 2,89 \times 10^{-3} \text{ K}\cdot\text{m}$ avec $\lambda_{\max}$ une longueur d'onde et T une température.

Expliciter les notations $\lambda_{\max}$ et T de la loi de Wien.

I.A.4) Expliquer, en le justifiant avec des valeurs numériques, pourquoi il est nécessaire de refroidir les instruments d'un télescope, qu'ils soient sur Terre ou dans l'espace (température de l'ordre de quelques dizaines de Kelvin).

I.B – Principe du bolomètre

Un montage électrique non représenté sur le schéma permet d'assurer dans le bolomètre la circulation d'un courant électrique d'intensité I constante.

I.B.2) Montrer que la température T du bolomètre suit l'équation différentielle $\tau \frac{dT}{dt} + T(t) = \beta(\Phi_i)$. On exprimera le coefficient τ et la fonction $\beta(\Phi_i)$.

I.B.3) Expliquer pourquoi un coefficient α négatif garantit la stabilité du fonctionnement du dispositif.

I.B.4) Déterminer la température $T_p(\Phi_i)$ du bolomètre qui reçoit un flux Φ_i en régime permanent.

I.C – Temps de réponse du bolomètre

On s'intéresse dans un premier temps au temps de réponse du bolomètre. Pour cela, le système étant en équilibre thermique sous un flux électromagnétique incident Φ_i , on supprime brutalement le flux électromagnétique incident à l'instant $t = 0$.

I.C.1) Tracer l'allure de l'évolution $T(t)$. On précisera sur le graphe la signification de la constante τ .

I.C.2) Expliquer qualitativement l'influence de la capacité thermique C_{th} et de la conductance thermique G_{th} sur le temps de réponse du bolomètre.

I.D – Sensibilité du bolomètre

On souhaite enfin déterminer l'expression de la sensibilité S de l'instrument. Il s'agit de son aptitude à convertir une variation du flux incident en une variation de la tension électrique V . On considère pour cela un flux incident tel que $\Phi_i(t) = \Phi_{i0} + \varphi_0 \cos(\omega t)$ et on s'intéresse à la variation de température par rapport à la température d'équilibre T_1 : $\Theta(t) = T(t) - T_1$.

I.D.1) Montrer qu'en régime forcé, l'amplitude $\Theta_0(\omega)$ des variations de température du bolomètre peut se mettre sous la forme : $\Theta_0 = \frac{A}{\sqrt{1 + \tau^2 \omega^2}}$, avec A une constante à préciser.

I.D.2) Déterminer, en régime forcé, l'expression de l'amplitude V_0 des variations de la tension $V(t)$ aux bornes de R .

I.D.3) En déduire l'expression de la sensibilité $S(\omega) = \frac{V_0}{\varphi_0}$.

I.D.4) Tracer l'allure de la courbe $S_{dB} = 20 \log S$ en fonction de $\log \omega$.

I.D.5) Préciser la nature du filtre constitué par le détecteur. Comment peut-on justifier la chute de la sensibilité en dehors de la bande passante ?

I.D.6) Dans quel sens faut-il faire varier la conductance thermique G_{th} pour augmenter la sensibilité dans la bande passante ? Cela est-il en accord avec un gain de rapidité de la réponse du bolomètre ?