Détect° de rayonnemt IR. CCS MP 2014

I.A.1) (photodiode / capteurs CCD → onde visible $\lambda \in [400, 800]$ nm

(cornet + antenne → onde centimétrique $\lambda \simeq 10$ cm $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8}{10.10^{-2}} \simeq 3.10^9$ Hz $= 3$ GHz

↳ cf TP 11E

I.A.2) IR $\lambda \in [800\text{ nm}, 1\text{ mm}]$

I.A.3) T température du corps noir étudié qui émet un rayonnement tq la densité spectrale de flux surfacique admet un max à la longueur d'onde λ_{max}.

I.A.4) $\lambda_{max} \in [800\text{ nm}, 1\text{ mm}] \Leftrightarrow T \in \left[\frac{2,89.10^{-3}}{1.10^{-3}}, \frac{2,89.10^{-3}}{8.10^{-7}}\right]$

$\Leftrightarrow T \in [2,89 , 3.10^3]$ K

Pour éviter que les instruments émettent dans l'IR, il faut qu'ils aient une température inférieure à environ 3K. (Plus faible que $\simeq 10$ K donné ds l'énoncé).

I.B.2) {Bolomètre} fermé, macrot au repos

1er pe $dU = \delta W + \delta Q$ avec $dU = C_{th} \cdot dT$ (PCI).

$\delta W_p = 0$ (PCI).

$\delta Q = \Phi_i dt + R(T) I^2 dt - G_{th}(T(t) - T_S) dt$

$\Leftrightarrow C_{th} \frac{dT}{dt} = \Phi_i + R(T) \cdot I^2 - G_{th}(T(t) - T_S)$

$\Leftrightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{G_{th}}{C_{th}} T(t) = \frac{G_{th}}{C_{th}} T_S + \frac{\Phi_i}{C_{th}} + \frac{R_0 + \alpha R_0 (T - T_S)}{C_{th}} \cdot I^2$

$\Leftrightarrow \frac{dT}{dt} + \frac{G_{th} - \alpha R_0 I^2}{C_{th}} T = \frac{G_{th} - \alpha R_0 I^2}{C_{th}} T_S + \frac{\Phi_i}{C_{th}} + \frac{R_0 I^2}{C_{th}}$

avec $\alpha < 0$.

$\Leftrightarrow \frac{C_{th}}{G_{th} - \alpha R_0 I^2} \cdot \frac{dT}{dt} + T = T_S + \frac{\Phi_i + R_0 I^2}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$

(J.K⁻¹ / J.K⁻¹ ; J.s⁻¹ / J.s⁻¹.K⁻¹ ; K ; K)

$\tau = \frac{C_{th}}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$ et $\beta(\Phi_i) = T_S + \frac{\Phi_i + R_0 I^2}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$

I.B.3) Cette éqe différentielle a une sol° homogène de la forme

$T_h(t) = K e^{-t/\tau}$ (K ↳ cste) si $\alpha < 0 \Rightarrow \forall (G_{th}, \alpha, R_0, I^2)$, $\tau > 0$

→ sol° qui ne diverge pas lorsque $t \to +\infty$

→ stabilité du fonctionnemt du dispositif.

I.B.4). En rég. permanent (pour $t \gg \tau$) $\quad T_h(t) \underset{t \gg \tau}{\to} 0$

ainsi $T(t) \simeq \underbrace{T_p(t)}_{\text{sol° particulière}}$

le 2nd membre de l'ED est constant : $T_S + \dfrac{\Phi_i + R_0 I^2}{G_{th} - \alpha R_0 I^2} = T_S + \dfrac{\tau}{C_{th}}(\Phi_i + R_0 I^2)$

$\to T_p(t) = K'$ ← cste

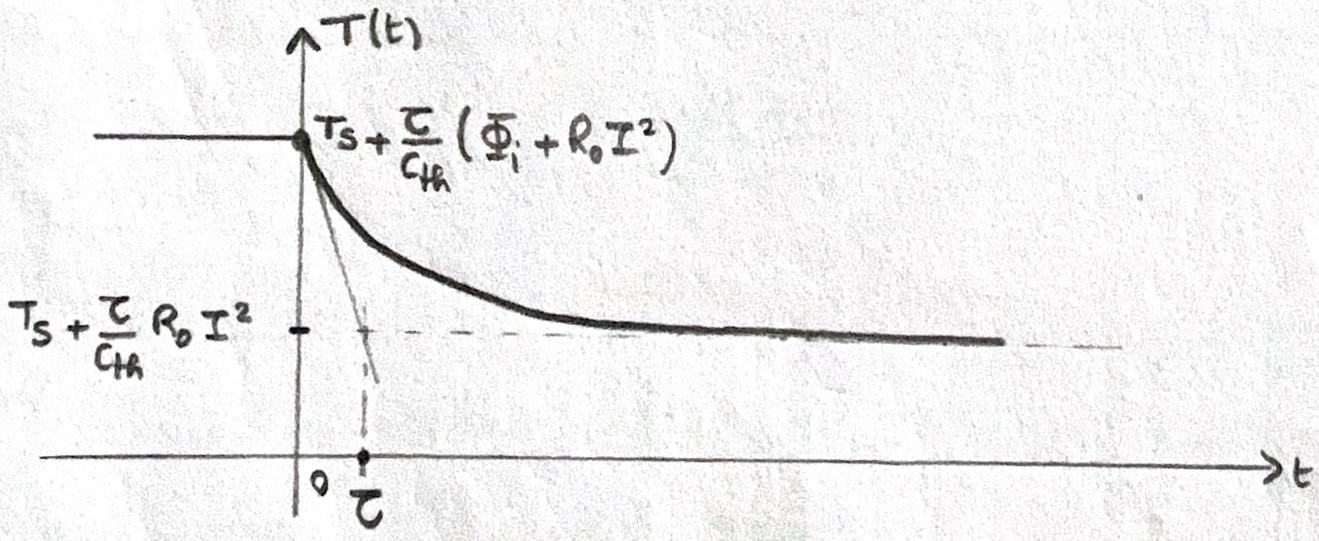
K' tq $\quad \tau \times 0 + K' = T_S + \dfrac{\tau}{C_{th}}(\Phi_i + R_0 I^2)$

ainsi en rég. permanent $\quad \underline{\left\| T_p(\Phi_i) = T_S + \dfrac{\tau}{C_{th}}(\Phi_i + R_0 I^2) \right.}$

I.C.1). $t<0 \quad T_p(t<0) = T_S + \dfrac{\tau}{C_{th}}(\Phi_i + R_0 I^2)$.

$t>0 \quad \tau \cdot \dfrac{dT}{dt} + T = T_S + \dfrac{\tau}{C_{th}} R_0 I^2$

$\to T(t>0) = T_h(t) + T_p(t) = K_1 e^{-t/\tau} + \underbrace{K_2}_{T_S + \frac{\tau}{C_{th}} R_0 I^2}$



I.C.2) $\quad \tau = \dfrac{C_{th}}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}$

Plus C_{th} est élevé, plus le tps de réponse τ est élevé.

Plus G_{th} est faible " "

→ bolomètre ⊖ "rapide"

I.D.1). $\quad \tau \cdot \dfrac{dT}{dt} + T = T_S + \dfrac{\Phi_{i0} + \varphi_0 \cos(\omega t) + R_0 I^2}{C_{th}} \cdot \tau = A_0 + B_0 \cos(\omega t)$.

$\to$ sol° particulière de la forme $\underline{T(t) = A_1 + B_1 \cos(\omega t + \psi)}$

avec A_1 tq $\quad \tau \cdot 0 + A_1 = A_0 \Leftrightarrow A_1 = A_0 = T_S + \dfrac{\Phi_{i0} + R_0 I^2}{C_{th}} \cdot \tau = T_1$
↑ notat° de l'énoncé

$\underbrace{B_1 \cos(\omega t + \psi)}_{\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \psi)}$ tq $\quad \tau \cdot \dfrac{d}{dt}(\theta(t)) + \theta(t) = \dfrac{\varphi_0 \tau}{C_{th}} \cdot \cos(\omega t)$.

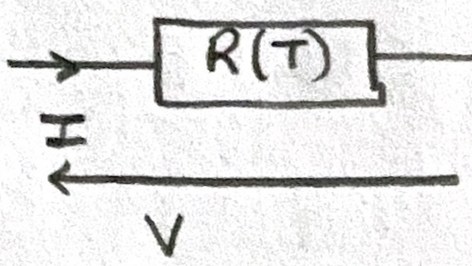
en notat° $\mathbb{C}$: $\underline{\Theta = \theta_0 e^{j(\omega t + \psi)}}$ vérifie $\tau \cdot j\omega \underline{\Theta} + \underline{\Theta} = \dfrac{\varphi_0 \tau}{C_{th}} e^{j\omega t}$

$$\Leftrightarrow (\tau \cdot j\omega + 1)\,\theta_0 e^{j\Psi} = \frac{\varphi_0 \tau}{C_{th}}$$

d'où $$\theta_0 = \frac{\varphi_0 \tau}{C_{th}} \cdot \left| \frac{1}{1+j\omega\tau} \right| = \frac{\varphi_0 \tau}{C_{th}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$$

d'où $$A = \frac{\varphi_0 \tau}{C_{th}}$$

I D. 2).



$$V = R(T) \cdot I = \left(R_0 + \alpha R_0 (T - T_S)\right) I$$

$$\Leftrightarrow V = \underbrace{R_0 I - \alpha R_0 T_S I}_{\text{cst}} + \alpha R_0 I\,(\theta(t) + T_1)$$

$$\Leftrightarrow V = \underbrace{R_0 I - \alpha R_0 T_S I + \alpha R_0 I T_1}_{\text{cst}} + \underbrace{\alpha R_0 I \theta_0 \cos(\omega t + \Psi)}_{-V_0 \text{ car } \alpha < 0}$$

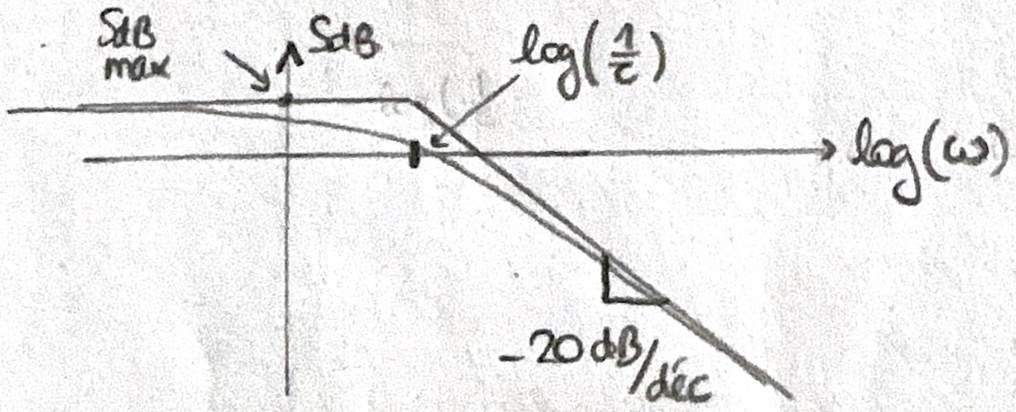
ainsi $$V_0 = -\alpha R_0 I \cdot \frac{A}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}} \quad \text{avec } A = \frac{\varphi_0 \tau}{C_{th}}$$

ID3) $$S(\omega) = \frac{V_0}{\varphi_0} = \frac{-\alpha R_0 I \tau / C_{th}}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}$$

ID4) $$S_{dB} = 20 \log S = 20 \log(-\alpha R_0 I \tau / C_{th}) - 10 \log(1+\tau^2\omega^2)$$

$$S_{dB} \underset{\omega \to 0}{\sim} 20 \log\left(-\alpha R_0 I \frac{\tau}{C_{th}}\right) = S_{dB_{max}}$$

$$S_{dB} \underset{\omega \to +\infty}{\sim} 20 \log\left(-\alpha R_0 I \frac{\tau}{C_{th}}\right) - 10 \log(\tau^2\omega^2) = -20 \log(\tau\omega) + S_{dB_{max}}$$



ID5) Le détecteur se comporte cô un filtre passe-bas du 1er ordre.

Si la période $T = \frac{2\pi}{\omega}$ du signal IR est faible / à τ le tps de réponse du capteur alors le capteur ne peut pas suivre les variat° du signal

→ chute de la sensibilité à HF. → en dehors de la bande passante.

ID6) Dans la bande passante $G_{dB} \simeq G_{dB\,max} = 20 \log\left(\alpha R_0 I \frac{1}{G_{th} - \alpha R_0 I^2}\right)$ ↑ si G_{th} ↓

D'ap. IC2) si G_{th} ↓ perte de rapidité du bolomètre

Optimisation thermique d'une pièce. CCINP TSI 2017.

I.1. Intérêt d'un double vitrage.

Q1). Fourier : $\boxed{\vec{j}_{th} = -\lambda \cdot \overrightarrow{grad}\, T = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\vec{e}_x = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}\vec{e}_x}$

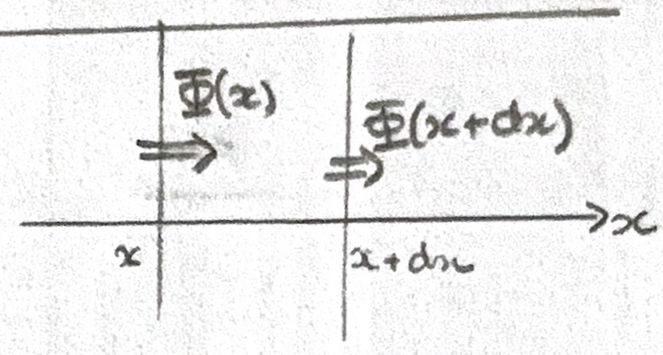
$\vec{j}_{th} = -\lambda \cdot \overrightarrow{grad}\, T$: cas 3D

$= -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\vec{e}_x$: cas 1D cartésien

$= -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}\vec{e}_x$: rég. stationnaire

---

Q2). $\Phi(x) = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \underbrace{\vec{dS}}_{dS\vec{e}_x} = \iint_S j_{th}(x)\vec{e}_x \cdot dS\vec{e}_x$ (↳ à x fixé)



⇒ $\boxed{\Phi(x) = j_{th}(x) \cdot S}$

Usi de Φ : W (↳ puissance thermique)

Q3) syst {tranche de surface S d'épaisseur dx} | fermé / macro / au repos — assimilé à une PCi

1er pe entre t et t+dt : $\underbrace{dU}_{=0 \text{ (stationnaire)}} = \underbrace{\delta^2 W}_{=0 \text{ (PCi)}} + \delta^2 Q$

et $\delta^2 Q = (\Phi(x) - \Phi(x+dx)) \cdot dt$

} $\boxed{\Phi(x) = \Phi(x+dx)}$ → conservat° du flux thermique

---

Q4). On a $\Phi(x) = j_{th}(x) \cdot S = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \cdot S$

$\Rightarrow \boxed{\frac{dT}{dx} = -\frac{\Phi}{\lambda \cdot S} = cste} \Rightarrow T(x) = -\frac{\Phi}{\lambda \cdot S} \cdot x + \underbrace{T(x=0)}_{=T_0 \text{ en considérant le contact thermique parfait en } x=0}$

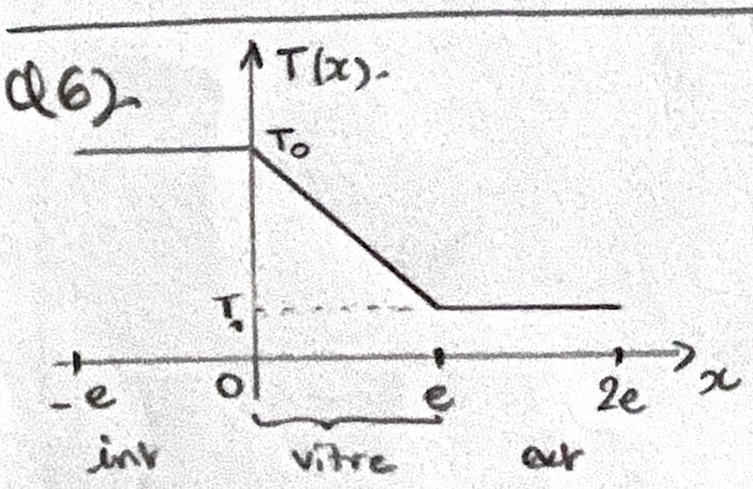
profil affine

Q5). On veut exprimer T(x) en f° de $T_0 = T(x=0)$; $T_1 = T(x=e)$ → hyp contact thermique parfait en x=e

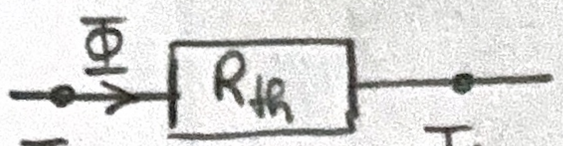
$T(x) = ax + b$ avec a et b 2 cstes

$\begin{cases} T(0) = b = T_0 \\ T(e) = ae + b = T_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = T_0 \\ a = \frac{T_1 - T_0}{e} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{T(x) = \frac{T_1 - T_0}{e} \cdot x + T_0}$

Q6).



Q7)



$$T_0 - T_1 = R_{th} \cdot \Phi$$

Q4 on avait $T(x) = -\frac{\Phi}{\lambda S} \cdot x + T_0$

$$\Rightarrow \underbrace{T(e)}_{T_1} = -\frac{\Phi}{\lambda S} \cdot e + T_0$$

$$\Leftrightarrow T_0 - T_1 = \underbrace{\frac{e}{\lambda S}}_{R_{th}} \cdot \Phi$$

Q8) $R_{th} = \frac{4,0.10^{-3}}{1,0 \times 6,0} = \frac{2}{3}.10^{-3} \simeq 6,7.10^{-4}\ K.W^{-1}$

Q9) Résistances thermiques toutes traversées par le même flux Φ'

$\Leftrightarrow$ résistances élec. en série

$$\Rightarrow R_{tot} = \sum_{k=1}^{3} R_k$$

Q10) $R_{tot} = \frac{e}{\lambda_v . S} + \frac{3e}{\lambda_{air} . S} + \frac{e}{\lambda_v . S} = \frac{e}{S}\left(\frac{2}{\lambda_v} + \frac{3}{\lambda_{air}}\right)$

Q11) $R_{tot} = \frac{4,0.10^{-3}}{6,0}\left(\frac{2}{1,0} + \frac{3}{1/3.10^{-1}}\right) = \frac{2}{3}.10^{-3}\left(2+90\right) \simeq \frac{93}{3} \times 2.10^{-3} = 31 \times 2.10^{-3} = 6,2.10^{-2}\ K.W^{-1} \gg R_{th}$

avec $\Phi' = \frac{T_0 - T_e}{R_{tot}} < \frac{T_0 - T_e}{R_{th}} = \Phi$ → diminute des pertes thermiques

---

Q12). $^{40}_{18}Ar$ atome : { 18 protons et $40 - 18 = 22$ neutrons dans le noyau ; 18 e⁻ }

Q16). avec de l'argon à la place de l'air : $R_{tot}_{Ar} = \frac{e}{S}\left(\frac{2}{\lambda_v} + \frac{3}{\lambda_{Ar}}\right)$

AN : $R_{tot}_{Ar} = \frac{4,0.10^{-3}}{6,0} \times \left(\frac{2}{1,0} + \frac{3}{1/5.10^{-1}}\right) = \frac{2}{3}.10^{-3}.\left(2+150\right) \simeq 2.10^{-3}\ \frac{153}{3} = 51 \times 2.10^{-3} = 1,02.10^{-1}\ K.W^{-1}$

$> R_{tot}_{air}$

Q17) $R_{th}_{\text{simple vitrage}} \ll R_{tot}_{air} < R_{tot}_{Ar}$

↳ vitrage le ⊕ efficace pour réduire les pertes thermiques

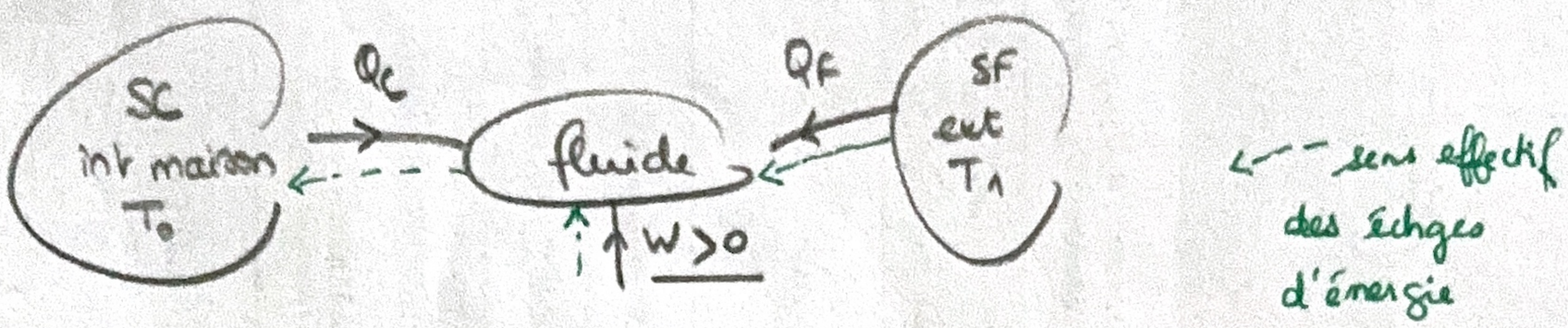
$R_{tot}_{Ar} \simeq 1,5 . R_{tot}_{air}$ → réduc° des pertes d'un facteur 1,5

$R_{tot}_{air} \simeq 100 . R_{th}_{\text{simple vitrage}}$ → " 100

→ compromis coût - efficacité thermique → double vitrage avec air.

I.2. Utilisate d'une pompe à chaleur

Q18) PAC réversible



$\underline{Q_C<0 \text{ et } Q_F>0}$.

Q19) $\boxed{\varepsilon = \dfrac{-Q_C}{W}}$

$-Q_C$: chaleur cédée par fluide à la SC → énergie utile

W : travail reçu par le fluide → énergie coûteuse

Q20) syst {fluide} fermé qui subit un cycle de transfo rév

1er pe $\quad \underbrace{\Delta E_{tot}}_{=0} = W + Q_C + Q_F \quad (=) \quad -W = Q_C + Q_F$

2e pe $\quad \underbrace{\Delta S}_{=0} = S_{éch} + \underbrace{S_c}_{=0} = \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \quad (=) \quad \dfrac{Q_F}{Q_C} = -\dfrac{T_F}{T_C}$

d'où $\boxed{\varepsilon = \dfrac{1}{1+Q_F/Q_C} = \dfrac{1}{1-T_F/T_C} = \dfrac{T_C}{T_C-T_F} = \dfrac{T_0}{T_0-T_1}}$

AN: $\boxed{\varepsilon = \dfrac{20,0+273}{20,0-5,0} = \dfrac{293}{15,0} \simeq \dfrac{300}{15} \simeq 20}$.

$\underbrace{>}\ 4 = \varepsilon_{réelle}$

cas étudié : PAC idéale : rév

Q21) $T(t=0)=T_0$ PAC arrêtée $T(t) \searrow$ de T_0 à $T_f = 15°C = T(t=3h)$.

$\underline{\forall t \in [0,3h],\ T(t) > T_1 = 5°C} \Rightarrow \underline{\delta Q'} = -aC\underbrace{(T(t)-T_1)}_{>0}.dt \ \underline{<0}$

$\underline{\delta Q'}$ est le transfert thermique $\underline{\text{reçu par l'air de la pièce}}$ $\delta Q' < 0$

C'est donc $\underline{\text{l'air est qui reçoit effectivement un transfert thermique}}$

Q22) $[\delta Q'] = [a].[C].[\theta].[dt]$ ainsi $\underline{\text{Usi de a}}$: $\underline{s^{-1}}$

$\underline{J}$ $\quad \underline{J.K^{-1}}$ $\quad \underline{K}$ $\quad s$

Q23) syst {air intérieur} { $\underline{\text{fermé, macrot au repos assimilé à un GP}}$ subissant transfo

t	$t+dt$
$T(t)$	$T(t+dt)$.

transfo $\underline{\text{isochore}}$ (air occupe le même volume = volume de la pièce).

$\underline{1^{er}\ pe}$ $\quad dU = \delta W + \delta Q$

$\underline{1^{ère}\ loi\ de\ Joule}$ $\quad dU = C\,dT$

$\delta W = 0$ (isochore)

$\delta Q = \delta Q'$ (pas de source car PAC éteinte).

d'où $\quad C\,dT = -a\,C(T(t)-T_1).dt$

$(=) \quad \dfrac{dT}{dt} + a\,T(t) = \underbrace{a\,T_1}_{B}$

Q24) $T(t) = T_h(t) + T_p(t)$

$= K_1 e^{-a \cdot t} + K_2$

avec K_2 tq $0 + aK_2 = aT_1 \Leftrightarrow K_2 = T_1$

et $T(0) = K_1 + T_1 = T_0 \Leftrightarrow K_1 = T_0 - T_1$

d'où $\boxed{T(t) = (T_0 - T_1) e^{-a \cdot t} + T_1}$

Q25) on a $T(t_1) = (T_0 - T_1) e^{-a \cdot t_1} + T_1 = T_f$ avec $t_1 = 3h$, $T_f = 15°C$

(*) $\dfrac{(T_0 - T_1)}{T_f - T_1} = e^{a \cdot t_1}$

(*) $\boxed{a = \dfrac{1}{t_1} \cdot \ln\left(\dfrac{T_0 - T_1}{T_f - T_1}\right)} =$

AN : $a = \dfrac{1}{3 \times 3600} \cdot \ln\left(\dfrac{20-5}{15-5}\right) = \dfrac{1}{10800} \cdot \ln\left(\dfrac{15}{10}\right) \simeq 10^{-4} \times \ln(1{,}5)\ s^{-1} \simeq \underline{4.10^{-5}\ s^{-1}}$

$a = 10^{-3}$ usi donnée de l'énoncé ↵ / valeurs incohérentes ...

Q26) $\boxed{\mathcal{P} = \dfrac{\delta W}{dt}}$

Q27). idem Q23 $\underbrace{dU}_{C\,dT} = \delta W + \delta Q = 0 + \delta Q' + \underbrace{(-\delta Q_c)}_{\varepsilon \cdot \delta W}$

(*) $C\,dT = -aC(T(t) - T_1)dt + \varepsilon \cdot \mathcal{P} \cdot dt$

(÷) $\dfrac{dT}{dt} + aT(t) = \underbrace{aT_1}_{K \cdot s^{-1}} + \dfrac{\varepsilon \mathcal{P}}{C}$ ($\mathcal{P}$: $W = J \cdot s^{-1}$, C : $J \cdot K^{-1}$)

avec $\varepsilon = \dfrac{T}{T - T_1}$ d'où $\boxed{\dfrac{dT}{dt} + aT - \dfrac{\mathcal{P}}{C} \cdot \dfrac{T}{T - T_1} = aT_1}$

Rq : • si $T - T_1$ varie peu $\simeq T_{moy} - T_1$

$\dfrac{dT}{dt} + \underbrace{\left(a - \dfrac{\mathcal{P}}{C(T_{moy} - T_1)}\right)}_{1/\tau} T = aT_1$

si $\tau > 0$ alors un rég. permanent peut-être atteint

↳ $a > \dfrac{\mathcal{P}}{C(T_{moy} - T_1)}$

• en rég. stationnaire $\dfrac{dT}{dt} = 0$, T_∞ vérifie $aT_\infty(T_\infty - T_1) - \dfrac{\mathcal{P}}{C} \cdot T_\infty - aT_1(T_\infty - T_1) = 0$.

→ éqe du 2nd degré en T_∞.