

Durée 4h

N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la **clarté**, à la **précision** et à la **concision** de la **rédaction**. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

RAPPEL DES CONSIGNES

- Utiliser uniquement un **stylo noir ou bleu foncé non effaçable** pour la rédaction de votre composition ; **d'autres couleurs, excepté le vert**, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les **schémas** et la **mise en évidence des résultats**.
- **Ne pas utiliser de correcteur**.
- **Numéroter les copies** : "i/nombre total".
- **Respecter les notations** de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la **numérotation de la question posée**.
- Écrire le mot **FIN** à la fin de votre composition.

Le sujet comprend un document réponse p.12 à rendre avec la copie.

Ex 1 : Réaction en phase gazeuse : Production de dichlore

Sous la pression $P = 1 \text{ bar}$ maintenue constante, à la température $T = 500 \text{ K}$, à partir d'un mélange de $\text{HCl}_{(g)}$ et de $\text{O}_{2(g)}$, il se forme $\text{Cl}_{2(g)}$ et $\text{H}_2\text{O}_{(g)}$.

- 1) Ecrire l'équation bilan de la réaction avec 1 pour nombre stœchiométrique de $\text{O}_{2(g)}$.

Initialement, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques (*). A l'état initial, on a $n_{20} = 1 \text{ mol}$ de $\text{O}_{2(g)}$.

- 2) Déterminer l'expression puis la valeur de l'avancement maximum $\xi_{\max}$ de cette réaction. A l'état final, on constate que 75% de $\text{HCl}_{(g)}$ a disparu. On note ξ_e l'avancement de la réaction à l'équilibre.

- 3) Exprimer la constante de cet équilibre K° à la température T en fonction de ξ_e , n_{20} , P et P° . Calculer K° .

Donnée :

(*) ceci signifie que si la réaction est totale alors les quantités de matière des deux réactifs sont nulles à l'état final.

Ex 2 : Moteur à essence turbocompressé

Le moteur qui équipe les automobiles thermiques peut être décrit comme une machine ditherme à air (on néglige la quantité de carburant et les gaz brûlés devant l'air au niveau des pistons) fonctionnant de manière pseudo-cyclique (l'air rejeté par la ligne d'échappement n'est évidemment pas le même que celui qui est admis dans le filtre à air, mais il est en même quantité). On caractérise un tel moteur par les températures de la « source froide » T_f (en pratique c'est celle de l'air ambiant et on prendra $T_f = 27^\circ\text{C}$) et de la « source chaude » T_c (au moins égale à celle du point le plus chaud du cycle, après la combustion du carburant).

II.A Rendement du moteur

- – 8. Définir le rendement η d'un tel moteur thermique ditherme.

Énoncer et démontrer avec soin le théorème de CARNOT.

Certains véhicules sont mus par un moteur à essence à quatre temps ; le carburant utilisé est de l'Eurosuper 95 produisant, par combustion totale, une énergie $W_v = 3,6 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot \text{L}^{-1}$ (joules produits par litre de carburant consommé). En circulant à la vitesse stabilisée $v = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur route horizontale, le moteur du véhicule étudié ici développe la puissance $\mathcal{P} = 18 \text{ kW}$ (pour vaincre essentiellement les frottements aérodynamiques) et consomme une quantité q égale à 5,4 litres de carburant pour parcourir 100 km.

- – 9. Déduire des données ci-dessus le rendement réel η_r du moteur.

Quelle inégalité concernant T_c peut-on déduire du théorème de CARNOT ?

Cette inégalité est-elle vérifiée en pratique, sachant que dans le moteur étudié la température est $T_c \simeq 2000 \text{ K}$?

II.B Thermodynamique des gaz

Une quantité donnée de gaz est caractérisé par ses fonctions d'état énergie interne U et enthalpie H et par leurs dérivées $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$ et $C_P = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P$ qui sont les capacités thermiques du gaz. On définit le rapport adiabatique $\gamma = C_P/C_V$; dans ce qui suit ce rapport γ est supposé constant.

- – 10. De quel(s) paramètre(s) thermodynamique(s) dépendent les fonctions U et H dans le cadre du modèle du gaz parfait ?

En déduire les expressions de C_P et C_V en fonction de la quantité de matière n , du rapport adiabatique γ et d'une constante fondamentale.

On admettra l'expression de l'entropie molaire $s_m(T, V)$ d'un gaz parfait de température T et de volume V :

$$s_m(T, V) = s_m(T_0, V_0) + \frac{R}{\gamma - 1} \ln \frac{T}{T_0} + R \ln \frac{V}{V_0} \quad (1)$$

- – 11. En déduire la relation de LAPLACE qui relie les variations de pression P et de volume V d'un gaz parfait évoluant de manière isentropique depuis un état initial (P_0, V_0) .

II.C Le cycle moteur à quatre temps

Le moteur à quatre temps a été décrit pour la première fois en 1862 par l'ingénieur ALPHONSE BEAU. Ce cycle est décrit par l'air (pris à l'extérieur à la pression atmosphérique p_0), assimilé à un gaz parfait diatomique, qui évolue entre un volume minimal V_1 et un volume maximal

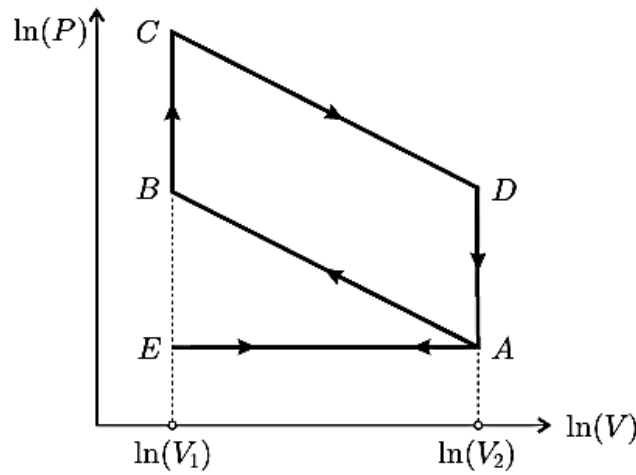


FIGURE 3 – Cycle moteur de Beau à quatre temps en échelle logarithmique

$V_2 = \alpha V_1$ avec le taux de compression $\alpha > 1$. Il est représenté sur la figure 3 en échelle doublement logarithmique dans le diagramme de CLAPEYRON.

Ce cycle comporte :

- Une phase d'admission EA de l'air extérieur dans les cylindres du moteur ;
- Une phase de compression adiabatique AB de l'air enfermé dans le piston (mélangé avec un peu d'essence) suivie de la combustion BC quasiment instantanée provoquée par une étincelle produite par le système électrique d'allumage ;
- Une phase motrice de détente adiabatique CD de l'air (et du combustible brûlé) jusqu'à l'ouverture en D des soupapes d'échappement avec chute brutale DA de la pression ;
- Une phase d'échappement AE évacuant les gaz brûlés avant la reprise du cycle.

Dans toute la suite de l'étude les phases d'échappement AE et d'admission EA ne jouent aucun rôle et on pourra donc les ignorer.

- – 12. On considère d'abord que toutes les évolutions au sein du cycle $ABCDAEA$ sont réversibles. Montrer que les transformations AB et CD sont décrites par deux droites parallèles et déterminer leur pente commune $p_{rv} < 0$.
- – 13. Reproduire sur votre copie le diagramme de la figure 3 en y ajoutant les isothermes de températures T_f (température minimale du cycle) et T_c (température maximale du cycle).
- – 14. Exprimer les transferts thermiques sur les phases AB , BC , CD et DA en fonction des températures T_A , T_B , T_C et T_D aux divers points du cycle.
En déduire l'expression η_{rv} du rendement du cycle moteur de la figure 3 en fonction des températures puis en déduire que $\eta_{rv} = 1 - \alpha^{1-\gamma}$.
- – 15. Pour le moteur étudié ici $\alpha = 9$ et on prendra pour l'air $\gamma = 1,4$. Calculer η_{rv} et commenter.

En réalité l'hypothèse de réversibilité des transformations adiabatiques AB et CD n'est pas réaliste ; pour s'approcher du rendement réel on la remplace par un modèle amélioré, toujours adiabatique mais non réversible, dans lequel le cycle devient $AB'C'D'A$, mais on suppose toujours que AB' et $C'D'$ sont des droites de pentes (négatives) respectives p'_{comp} et p'_{det} pour la compression AB' et la détente $D'A$.

- – 16. En application du second principe montrer que $p'_{comp} < p_{rv} < p'_{det}$.

Ex 3 : Cœur et dimensionnement d'une centrale nucléaire

Les centrales nucléaires de la génération 6 prévues vers les années 2030 devront être sûres et présenter un rendement important. Une option étudiée parmi 6 grands choix est le réacteur à très haute température refroidi à l'hélium. Ce type de réacteur offrirait l'avantage d'améliorer l'efficacité de la conversion énergétique, compte tenu de la température élevée de la source chaude et de permettre en sus la production d'hydrogène. Dans ces installations de forte puissance, on utilise le cycle de Brayton (ou cycle de Joule) pour extraire le travail et, en fin de compte, produire de l'électricité.

4.1 Les particules de combustible nucléaire

Le combustible est constitué de petites sphères multicouches appelées particules TRISO (voir figure n° 3). Le cœur de matériau fissile est entouré de plusieurs couches successives ayant pour rôles d'assurer la protection du noyau et le confinement des produits de fission. Nous prendrons comme matériau pour le cœur et la couche de céramique non pas un oxyde d'uranium UO_2 et un carbure de silicium SiC comme déjà utilisé dans des centrales nucléaires mais un carbure d'uranium UC et un carbure de zirconium ZrC pour leurs propriétés physiques plus intéressantes.

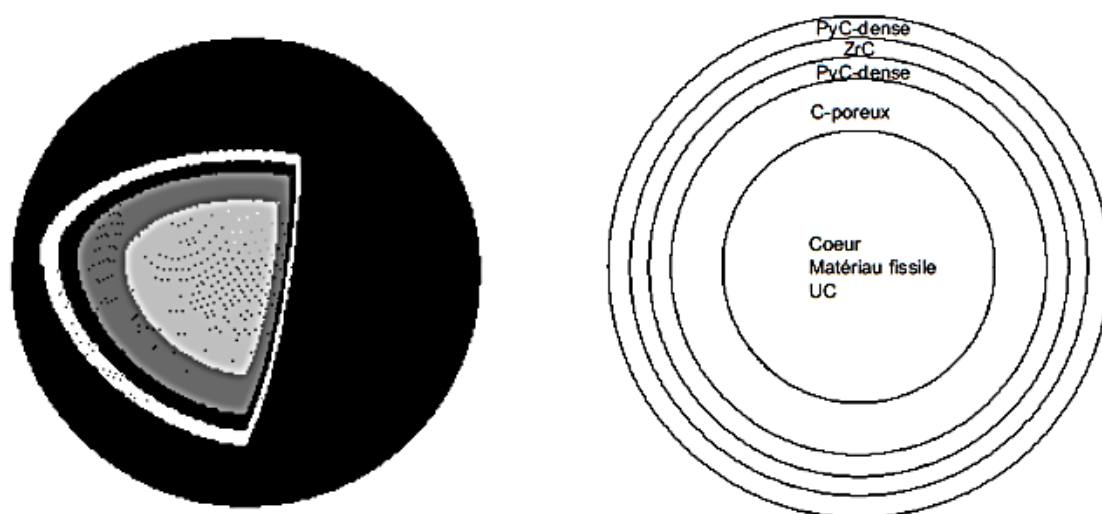


Figure n° 3 : Vue et coupe d'une particule TRISO

Dans cette partie, on considérera que les propriétés physiques sont isotropes dans l'espace.

Couche	Position	Rayon extérieur (m)	Conductivité thermique λ ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)
Carbure d'uranium (UC)	$r < r_1$	$r_1 = 250 \times 10^{-6}$	12
Carbone poreux	$r_1 < r < r_2$	$r_2 = 345 \times 10^{-6}$	0,5
Carbone pyrolytique (PyC) dense	$r_2 < r < r_3$	$r_3 = 385 \times 10^{-6}$	4
Carbure de zirconium (ZrC)	$r_3 < r < r_4$	$r_4 = 420 \times 10^{-6}$	20
Carbone pyrolytique (PyC) dense	$r_4 < r < r_5$	$r_5 = 460 \times 10^{-6}$	4

Tableau n° 1 : caractéristiques de couches composant la particule TRISO

La puissance par unité de volume produite sous forme d'énergie thermique dans le matériau fissile UC sera notée σ_Q . La conductivité thermique de la couche numérotée i sera notée λ_i .

4.1.1 Donner la loi de Fourier en indiquant les unités des différentes grandeurs.

4.1.2 L'équation de la chaleur pour le cœur en tenant compte du terme de production s'écrit

$$\frac{du}{dt} = -\text{div}(\vec{j}_Q) + \sigma_Q.$$

Justifier cette équation sachant que u correspond à l'énergie interne volumique et qu'en coordonnées sphériques, $\text{div} \vec{a}(M) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(\sin(\theta) a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial a_\phi}{\partial \phi}$ avec $\vec{a}(M) = a_r \vec{e}_r + a_\theta \vec{e}_\theta + a_\phi \vec{e}_\phi$.

4.1.3 En régime stationnaire, à quoi se réduit cette équation ?

4.1.4 Sachant que le laplacien en coordonnées sphériques d'un champ scalaire $\psi(r, \theta, \phi)$ vaut :

$$\nabla^2 \psi = \Delta \psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin(\theta)} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2(\theta)} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2}.$$

Déterminer $T(r)$ pour $r \leq r_1$. On notera T_0 la température en $r = 0$ m.

4.1.5 Calculer numériquement la variation de température entre les abscisses $r = 0$ et $r = r_1$. La puissance volumique σ_Q vaut $5,0 \times 10^9 \text{ W.m}^{-3}$.

Afin de calculer la température dans les différentes couches de la particule TRISO, nous allons utiliser le concept de résistance thermique.

4.1.6 Donner la définition de la résistance thermique R_{th} d'un matériau soumis à un écart de température $T_1 - T_2$ ($T_1 > T_2$) impliquant un flux thermique Φ_{th} ($\Phi_{th} > 0$ selon l'axe décroissant des températures).

4.1.7 Calculer le flux thermique en coordonnées sphériques et le mettre sous la forme :

$$\Phi_{th} = B \frac{dT}{d\left(\frac{1}{r}\right)},$$

où la constante B est à exprimer en fonction des données du problème. On rappelle que le gradient d'un champ scalaire $\psi(r, \theta, \phi)$ s'écrit en coordonnées sphériques :

$$\vec{\nabla} \psi = \vec{e}_r \frac{\partial \psi}{\partial r} + \vec{e}_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \vec{e}_\phi \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial \psi}{\partial \phi}.$$

4.1.8 Calculer la résistance thermique $R_{th,12}$ d'une coque comprise entre un rayon r_1 et r_2 ($r_1 < r_2$).

4.1.9 Calculer numériquement les résistances thermiques des 4 coques, $R_{th,12}$, $R_{th,23}$, $R_{th,34}$ et $R_{th,45}$.

4.1.10 En déduire les températures aux interfaces T_1 , T_2 , T_3 et T_4 si la température extérieure T_5 vaut 1300 K.

4.2 Dimensionnement de la centrale

La centrale nucléaire a une puissance thermique de $P_{th} = 600$ MW et une puissance électrique de $P_e = 300$ MW.

4.2.1 À partir de la puissance volumique $\sigma_Q = 5,0 \times 10^9$ W.m⁻³ du combustible nucléaire, déterminer le nombre de particules TRISO nécessaires au fonctionnement du réacteur. Quel volume en m³ cela représente-t-il (voir caractéristiques du cœur et de la particule TRISO dans le tableau n° 1, page 3) ? On considérera un empilement cubique simple des particules TRISO (particules aux sommets du cube).

Ex 4 : Etude thermique d'un bâtiment

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes.

On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause. L'isolation peut s'effectuer par l'intérieur ou l'extérieur avec des matériaux adéquats.

On pourra alors vérifier, à réception des travaux, l'efficacité de ces derniers.

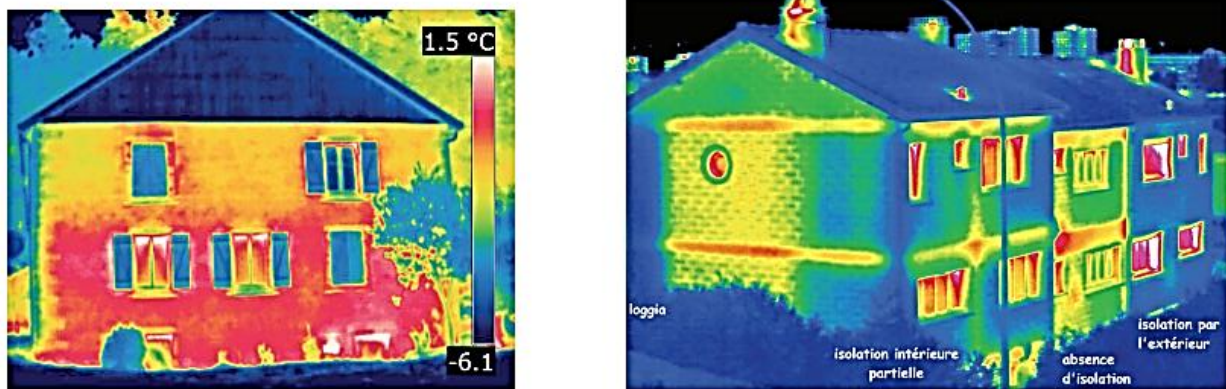


FIGURE 1 – Thermographie infrarouge.

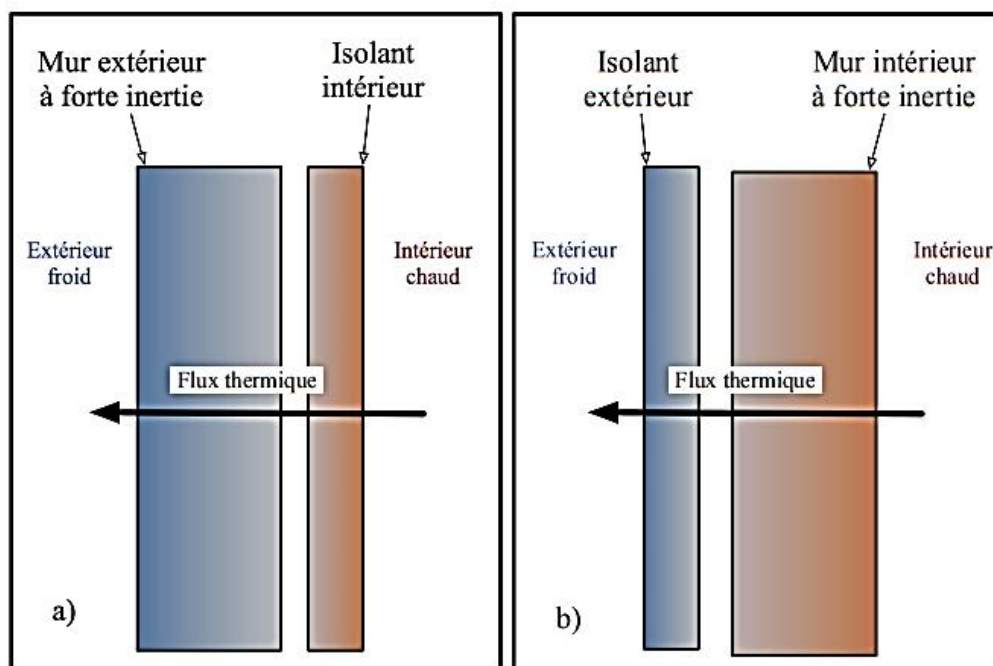


FIGURE 2 – Isolation a) par l'intérieur ou b) par l'extérieur.

Préambule

I.1. Modélisation de la pièce

On étudie une pièce parallélépipédique de longueur $a = 8$ m, de largeur $b = 5$ m, de hauteur $h = 2,5$ m et possédant un radiateur électrique de puissance maximale $P = 2$ kW. Dans l'ensemble du problème, la pièce sera supposée parfaitement isolée au niveau du sol et du plafond. La capacité thermique volumique de l'air est $C_v = 1,25 \cdot 10^3$ SI. On suppose ici que la pièce est parfaitement calorifugée.

I.1.a. Quelle est l'unité de la capacité thermique volumique ?

Quelle est la valeur de la capacité thermique C de la pièce ?

I.1.b. À l'aide d'un bilan d'énergie thermique appliqué à la pièce, établir l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(t)$ dans la pièce en fonction de C et de P .

I.1.c. Résoudre l'équation sachant que la température initiale de la pièce est $T_0 = 10$ °C.

Tracer $T(t)$.

Déterminer la durée nécessaire pour atteindre la température finale $T_f = 20$ °C.

I.1.d. Proposer un modèle électrique simple conduisant à une équation différentielle du même type.

Préciser quelles sont les grandeurs électriques associées aux grandeurs thermodynamiques que sont $T(t)$, C et P .

Dessiner le montage électrique analogue.

I.2. Influence des murs

La pièce est constituée d'une enceinte en béton d'épaisseur $L = 15$ cm et de masse volumique $\rho = 2,2 \cdot 10^3$ kg.m⁻³. On note $c = 1,0 \cdot 10^3$ J.kg⁻¹.K⁻¹ sa capacité thermique massique et λ sa conductivité thermique ($\lambda = 1,5$ SI).

I.2.a. Exprimer l'aire S_p de la surface en contact avec la pièce en fonction de a , b et h , en négligeant l'épaisseur des murs. Faire l'application numérique.

I.2.b. Exprimer le volume de béton V_b et la capacité thermique C_{mur} de l'enceinte en béton en fonction de S_p , L , ρ et c .

Comparer numériquement C_{mur} à la capacité thermique de la pièce C .

Par rapport à ces premiers résultats, quels commentaires pouvez-vous faire sur la durée de montée en température de la pièce en prenant en considération l'influence de la capacité thermique du mur ?

Première partie : équation de la chaleur

On étudie la conduction thermique dans le mur modélisé par une barre de section S , de longueur L en contact avec deux thermostats de températures T_{int} et T_{ext} (voir figure 3, page 4).

On note : $\vec{J} = j(x,t)\vec{e}_x$ le vecteur densité de flux thermique.

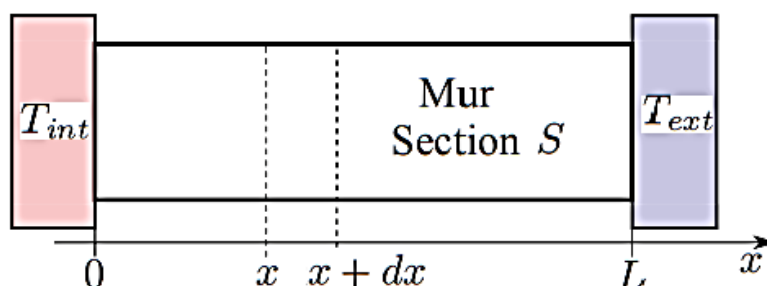


FIGURE 3 – Modélisation du mur.

I.3. Généralités

I.3.a. Rappeler la loi de Fourier. Interpréter son signe. Donner une signification physique de $j(x, t)$ et préciser son unité. Quelle est la dimension de la conductivité thermique ? En déduire son unité dans le système international.

I.3.b. À l'aide d'un bilan d'énergie thermique sur la tranche comprise entre les abscisses x et $x + dx$ du mur, établir l'équation de diffusion thermique c'est-à-dire l'équation différentielle régissant l'évolution de la température $T(x, t)$ à l'intérieur du mur en fonction de ρ , c , et λ .

I.4. Étude du régime stationnaire

I.4.a. Rappeler la signification de "régime stationnaire".

I.4.b. Les températures de surface seront prises égales à celles des thermostats. Résoudre l'équation de la diffusion thermique et déterminer alors $T(x)$ la température à l'intérieur du mur à l'abscisse x . Tracer $T(x)$.

I.4.c. Définir et exprimer la température moyenne du mur notée T_{moy} .

Indiquer la position particulière x_p où la température est égale à la température moyenne.

I.4.d. Exprimer la densité de flux $j(x)$ qui traverse le mur. Que remarquez-vous ?

I.4.e. Calculer la puissance P que le radiateur doit fournir afin de maintenir la température intérieure à 20°C pour une température extérieure de 10°C . Commenter ce résultat par rapport au radiateur installé.

I.5. Résistance thermique

On définit en électricité la résistance d'un conducteur ohmique en convention récepteur par $R = \frac{\Delta V}{I}$ où ΔV est la différence de potentiels aux bornes de la résistance et I l'intensité du courant électrique qui traverse le conducteur (figure 4).

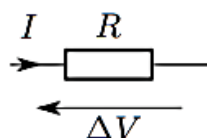


FIGURE 4 – Résistance.

I.5.a. Rappeler l'expression de la loi d'Ohm locale pour un conducteur de conductivité électrique γ . En faisant l'analogie entre la loi d'Ohm et la loi de Fourier, indiquer à quelles grandeurs thermodynamiques sont analogues la conductivité électrique, la densité de courant électrique, le potentiel électrique et l'intensité du courant. Donner cette réponse sous la forme d'un tableau récapitulatif.

I.5.b. Par analogie, donner l'expression de la résistance thermique R_{mur} du mur étudié. Préciser son unité et calculer sa valeur.

Deuxième partie : modélisation électrique

Dans cette partie, on travaillera avec la température moyenne du mur. On modélise l'ensemble du système, composé de la pièce, du mur et du radiateur, par un réseau électrique. Le but est d'étudier le comportement dynamique de ce système via sa fonction de transfert.

I.6. Circuit électrique

Dans l'approche électrique, la modélisation du système conduit au circuit électrique donné figure 5.

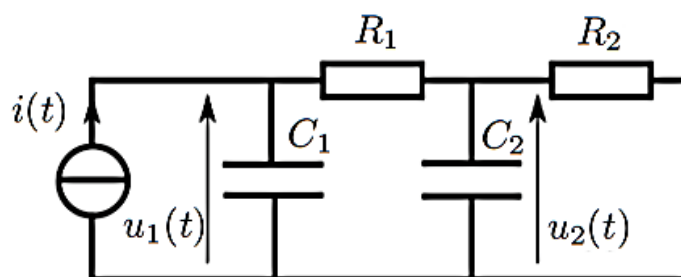


FIGURE 5 – Modèle électrique.

I.6.a. Justifier cette modélisation électrique par rapport à notre étude thermique de la première partie. Expliciter les valeurs de $I, R_1, R_2, C_1, C_2, u_1(t)$ et $u_2(t)$, en fonction des grandeurs P, R_{mur}, C, C_{mur} , la température de la pièce $T(t)$, la température moyenne du mur $T_{moy}(t)$ et la température extérieure T_{ext} .

I.6.b. Que devient ce circuit électrique en régime permanent continu ? Exprimer alors la tension $u_2(t \rightarrow \infty)$. Quelle valeur attribueriez-vous à R_1 et à R_2 en fonction de R_{mur} ?

I.7. Établissement de l'expression d'une impédance

Afin d'étudier le comportement du circuit en régime variable, on se place en régime sinusoïdal forcé $x(t)$ de pulsation ω dont la grandeur complexe associée est notée $\underline{x}(t)$ et l'amplitude complexe est $\underline{X}$ avec :

$$\begin{aligned} x(t) &= X_0 \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}(\underline{x}(t)) , \\ \underline{x}(t) &= X_0 e^{j(\omega t + \phi)} = \underline{X} e^{j\omega t} , \\ \underline{X} &= X_0 e^{j\phi} . \end{aligned}$$

La référence de phase sera prise sur la grandeur $i(t)$ délivrée par le générateur de courant :

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t) .$$

I.7.a. Exprimer l'impédance $\underline{Z}_2$ relative à l'association de la résistance R_2 avec le condensateur de capacité C_2 .

I.7.b. Exprimer l'impédance $\underline{Z}_1$ relative à l'association de la résistance R_1 avec l'impédance $\underline{Z}_2$.

I.7.c. Exprimer le lien $\underline{i}(t)$, $\underline{u}_1(t)$, $\underline{Z}_1$, C_1 et ω .

I.7.d. En déduire que la relation reliant $\underline{U}_1(j\omega)$ à I_0 est donnée par :

$$\underline{U}_1(j\omega) = \frac{1 + j \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C_2 \omega}{1 + j((R_1 + R_2)C_1 + R_2 C_2)\omega - R_1 R_2 C_1 C_2 \omega^2} (R_1 + R_2) I_0. \quad (1)$$

I.8. Exploitation

I.8.a. Vérifier la cohérence entre la fonction donnée par (1) et les comportements du circuit pour les hautes et basses fréquences.

Exprimer en fonction des données, $\underline{U}_{10}$, la valeur de $\underline{U}_1(j\omega)$ pour $\omega = 0$.

I.8.b. Vérifier les comportements limites lorsque C_2 tend vers zéro puis vers l'infini.

I.8.c. On appelle fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_1(j\omega)}{\underline{U}_{10}}$. Quelle est la nature du filtre ?

I.8.d. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ dans le cas où $R_1 = R_2 = \frac{1}{2}R$ et $C_2 = \alpha C_1 = \alpha C$.

I.9. Diagramme de Bode

I.9.a. Établir les expressions des asymptotes de $\underline{H}(j\omega)$ en basse fréquence et haute fréquence. Tracer le diagramme de Bode asymptotique en précisant bien le point d'intersection.

I.9.b. En pratique, pour $\alpha = 200$, on obtient le diagramme de Bode de la figure 10 du **document réponse**. Mettre clairement en évidence, sur le diagramme de la figure 10 du **document réponse**, des zones rectilignes. Interpréter ces zones et placer trois pulsations particulières $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$.

I.9.c. Sous quelle forme pourrait-on mettre $\underline{H}(j\omega)$ en fonction de ω , ω_1 , ω_2 et ω_3 ?

I.9.d. Définir la pulsation de coupure du filtre et donner sa valeur. Estimer la durée τ du régime transitoire.

Troisième partie : isolation

Afin de limiter sa consommation énergétique, le propriétaire décide d'isoler la pièce.

I.10. Importance de l'isolation

Le propriétaire peut disposer l'isolant à l'intérieur ou à l'extérieur du mur. Pour cela, il recouvre les murs d'un isolant de faible capacité thermique, de conductance thermique $\lambda_i = 0,05$ SI et d'épaisseur $e = 5$ cm.

I.10.a. Calculer la résistance thermique R_i relative à l'isolation de la pièce. Comparer cette valeur à R_{mur} . Par la suite, on prendra $R_i = \beta R_{mur}$ avec $\beta = 10$.

I.10.b. Modifier le schéma électrique de la figure 5 (p. 9) et proposer les deux montages correspondants.

I.10.c. Déterminer la puissance nécessaire P_{min} afin de maintenir une température dans la pièce de 20°C pour une température extérieure de 10°C .

I.11. Isolation intérieure ou extérieure

I.11.a. Choisir un type d'isolation intérieure ou extérieure en précisant clairement votre choix sur la copie.

I.11.b. Déterminer, en régime permanent, les différentes tensions $\underline{U}_{10}$ et $\underline{U}_{20}$ en fonction de β , R et I_0 .

I.11.c. Donner la nouvelle expression de $\underline{H}(j\omega)$ en fonction de α , β , R , C et I_0 .

I.11.d. On obtient, comme diagrammes de Bode, les figures 11a) et 11b) du document réponse p.12. Relever la pulsation de coupure qui correspond à votre choix d'isolation et en déduire le temps de réponse τ_i de votre système.

Commenter ce résultat par rapport au cas sans isolation et analyser votre choix sur le placement de l'isolant.

Quatrième partie : prise en compte des échanges à la surface

On prend en considération les échanges thermiques à la surface en contact avec l'air extérieur par la loi de Newton. On prendra pour le coefficient de transfert thermique de surface $k = 10 \text{ SI}$.

I.12.a. Rappeler la loi de Newton. Quelle peut être l'unité du coefficient k ?

I.12.b. Établir la relation en $x = L$ entre le flux sortant de l'habitation Φ et les données k , S , T_{ext} et $T(L)$.

I.12.c. Modéliser l'échange thermique en $x = L$ par une résistance thermique notée R_e . Comparer numériquement R_e à R_{mur} et à R_i .

I.12.d. Quelle est la conséquence principale de R_e sur l'installation ? Calculer la nouvelle puissance à délivrer afin de maintenir la température intérieure à 20°C pour une température extérieure de 10°C .

I.12.e. Comment modéliser la prise en considération du sol de la pièce ?

Comment traduire l'influence de la présence d'une fenêtre dans la pièce ?

Élaborer un modèle électrique plus complet de la pièce.

I.12.f. En revenant sur les photographies de la figure 1, page 5, quel phénomène avons nous négligé ?

NOM :

Ex 4 – Etude thermique d'un bâtiment

Question I.9.b

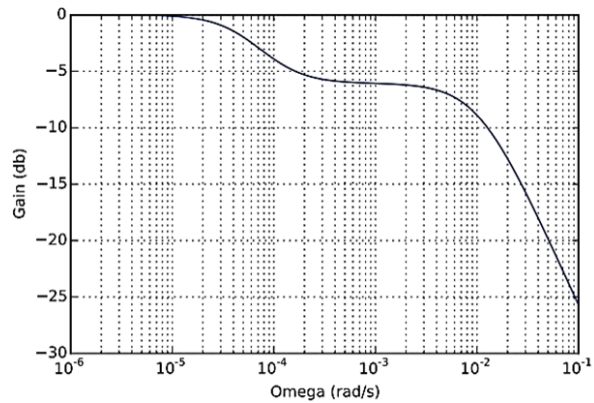


FIGURE 10 – Diagramme de Bode sans isolation

Question I.11.d

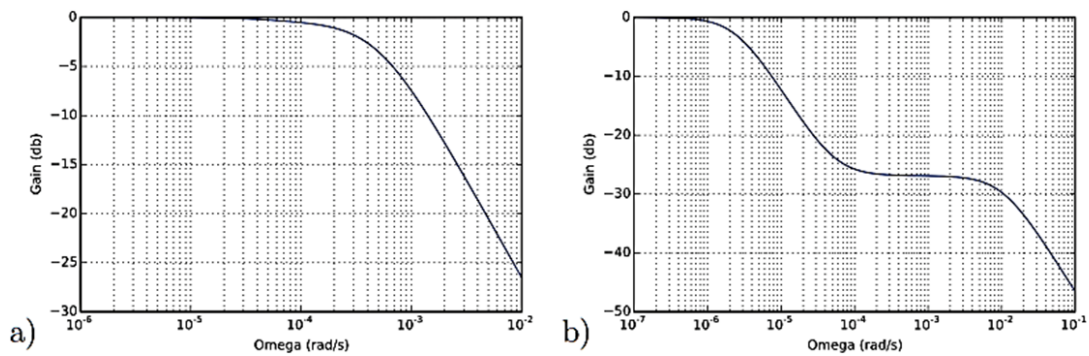


FIGURE 11 – Diagrammes de Bode avec isolation.

A gauche : isolation intérieure et à droite : isolation extérieure

-- FIN DE L'ENONCE --