



Les aurores polaires sont dues à un afflux de particules chargées (électrons, protons et cations), éjectées par le Soleil, qui est canalisé par les lignes du champ magnétique terrestre. Ces particules excitent les atomes (oxygène, azote, hydrogène) de l'ionosphère. En se désexcitant, ces atomes émettent de la lumière qui correspond aux aurores polaires.

Chapitre 15. Mouvements de particules chargées dans des champs (\vec{E}, \vec{B}) uniformes et permanents

INTRO :

L'objet de ce chapitre est l'étude du mouvement de particules chargées, par rapport à un référentiel galiléen, soumises à un champ électrique \vec{E} ou magnétique \vec{B} **stationnaire**, i.e. **indépendant du temps** (\rightarrow on parle de champ électrostatique ou magnétostatique) et **uniforme**, i.e. **indépendant de la position considérée**. Nous détaillerons quelques applications de cette étude dans le cours et en TD.

Dans tout ce chapitre, le mouvement des particules chargées est étudié **dans le cadre de la mécanique classique**. Ce chapitre est donc l'occasion de **réinvestir les notions de cinématique** vues au Ch.P12 et les **lois de dynamique** (PFD, LEC, LEM) introduites aux Ch.P13 et P14.

Pour que les particules puissent être considérées comme **non relativistes**, il faut que $E_c \ll mc^2$ i.e. $v^2 \ll c^2$. Si cette condition n'est pas respectée, des effets relativistes se manifestent et expliquent les écarts entre modèle théorique classique et observations expérimentales : cf ex 1 (approche documentaire) du TD.

Buts de ce chapitre : caractériser la force de Lorentz et étudier le mouvement d'une charge dans un champ électrostatique uniforme puis dans un champ magnétostatique uniforme avec des conditions initiales particulières.

Plan du chapitre :

A) Notion de champ – Force de Lorentz.....	2
1) Notion de champ : définitions	2
2) Expression de la force de Lorentz.....	2
3) Ordres de grandeur	3
4) Aspects énergétiques – Puissance de la force de Lorentz.....	3
B) Particule chargée dans \vec{E} uniforme et stationnaire.....	4
1) Nature du mouvement	4
2) Energie potentielle associée à F_e – Potentiel électrique.....	5
3) Accélération d'une particule chargée.....	6
4) Applications	7
C) Particule chargée dans \vec{B} uniforme et stationnaire.....	8
1) Mouvement uniforme (rappel du § A.4)	8
2) Cas où $v\vec{0} \perp \vec{B}$ (seul cas au programme)	8
3) Applications	10
D) Limites relativistes : Approche documentaire (cf TD15)	11

A) Notion de champ – Force de Lorentz

1) Notion de champ : définitions

DEFINITIONS :

♦ Un **CHAMP** est associé à une propriété physique qui se manifeste en tout point de l'espace, à tout instant. Cette propriété est définie par une grandeur physique $g(M, t)$: fonction de l'espace et du temps.

♦ On parle de **champ scalaire** lorsque $g(M, t)$ est une grandeur scalaire.

Ex : température au sein d'un fluide, concentration volumique d'un constituant dans une solution...

On remarque sur ces exemples que les grandeurs correspondantes sont intensives.

♦ On parle de **champ vectoriel** lorsque $g(M, t)$ possède une valeur, une direction et un sens. $g(M, t)$ est alors noté sous forme d'un vecteur : $\vec{A}(M, t)$.

Ex : champ de vitesse pour un solide en rotation, champ de pesanteur, champs électrique et magnétique...

♦ Champ **STATIQUE OU STATIONNAIRE** = champ indépendant du temps : en M fixé, $\forall t$, $g(M, t) = \text{cst}$.

♦ Un champ est dit **UNIFORME** s'il est indépendant de la position : à t fixé, $\forall M$, $g(M, t) = \text{cst}$.

Ex : le champ de pesanteur terrestre \vec{g} est statique et est uniforme sur des zones d'altitudes proches.

$\Rightarrow \vec{E}(y, z) =$
 \vec{E}

Le concept de champ crée un intermédiaire entre les causes et les effets des interactions, cf PT.

Par exemple, 2 points matériels A et B sont en interaction gravitationnelle : cf Ch.P13.

Au lieu de donner directement la force exercée par A sur B, on peut d'abord donner le champ gravitationnel $\vec{g}_A(M)$ créé par A au point M quelconque puis exprimer la force subie par B en fonction du champ gravitationnel en B : $\vec{F}_{A \rightarrow B} = m_B \cdot \vec{g}_A(B)$.

On peut alors étudier le comportement d'un système B placé dans un champ gravitationnel sans se préoccuper de la source qui l'a créé : c'est ainsi que l'on introduit le poids.

Un champ électrique \vec{E} stationnaire est engendré par des **charges électriques fixes** (cf PT) et un champ magnétique \vec{B} stationnaire est engendré par des **courants électriques continus** (indépendants du temps) ou des **aimants fixes** (Cf Ch.P22).

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux effets des champs électriques et magnétiques **stationnaires** et **uniformes** sur une particule chargée sans se soucier de l'origine de ces champs.

2) Expression de la force de Lorentz

On considère une particule chargée que l'on modélise par un point matériel M portant une charge q . On note \vec{v} le vecteur vitesse de cette particule par rapport à un référentiel R. On soumet cette particule à un champ électrique \vec{E} et à un champ magnétique \vec{B} . Elle subit alors la **FORCE DE LORENTZ** :

$$\vec{F}_L = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

Avec $\vec{F}_e = q\vec{E}$ et

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

\vec{F}_e est la force **électrique** et \vec{F}_m la force **magnétique**.

NB : la force **magnétique** est orthogonale au vecteur vitesse.

USI de $\|\vec{E}\|$: $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ (volt.mètre⁻¹) et **USI** de $\|\vec{B}\|$: T (Tesla).

c $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$
 $\perp \vec{v}$
 $\perp \vec{B}$
 $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Cf Outils mathématiques p.12 pour le **produit vectoriel**.

3) Ordres de grandeur

♦ Un champ électrique de l'ordre de $1 \text{ MV}\cdot\text{m}^{-1}$ peut provoquer la formation d'étincelles dans l'air (ionisation de l'air), cf PT.

Sources de champ magnétique :	Intensité :
Electroaimant IRM	1 à 10 T
Aimant	0,1 à 1 T (au voisinage de l'aimant)
Champ magnétique terrestre	$5\cdot 10^{-5} \text{ T}$

⇒ On s'intéresse à un proton (masse $m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ et charge $q = e$) soumis à un champ (\vec{E}, \vec{B}) avec $\|\vec{E}\| = 1 \text{ kV}\cdot\text{m}^{-1}$ et $\|\vec{B}\| = 1 \text{ mT}$ (valeurs facilement accessibles en laboratoire). (4,6) 10⁻¹⁵ C

Pour un proton de vitesse $v = 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (non relativiste car on a bien $v^2 \ll c^2$), montrer que son poids est négligeable vis-à-vis des forces électrique et magnétique. g = 10 m/s²

Rq : les expériences étudiant des particules chargées M_i dans (\vec{E}, \vec{B}) se passent dans une enceinte où on a fait le vide pour éviter les chocs entre M_i et les molécules de l'air (N_2 / O_2) : les frottements sont donc négligeables.

BILAN :

Dans toute la suite, la description de la situation sera la suivante :

- ♦ **Système** = {particule chargée assimilée à un point $M(m, q)$ } (particule = électron, proton, ion...)
- ♦ **Référentiel** d'étude : R , le plus souvent référentiel terrestre, galiléen
- ♦ **Bilan des forces** : $\vec{F}_e = q\vec{E}$ ou $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ (autres forces négligeables)

FB FC

4) Aspects énergétiques – Puissance de la force de Lorentz

♦ Puissance et travail élémentaire de la force de Lorentz

$$P_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = (\vec{F}_e + \vec{F}_m) \cdot \vec{v}$$

$$= q\vec{E} \cdot \vec{v} + \underbrace{q\vec{v} \wedge \vec{B} \cdot \vec{v}}_{\perp \vec{v}}$$

BILAN :

Ainsi : $P_L = P_e = q\vec{E} \cdot \vec{v}$ et $P_m = 0$

$\delta W_L = \delta W_e = q\vec{E} \cdot d\vec{l}$ et $\delta W_m = 0$: **\vec{F}_m ne travaille pas !**

$\delta W_L = P_L \cdot dt = \vec{F}_L \cdot d\vec{l}$

⇒ Démontrer les résultats ci-dessus.

♦ Application de la **loi de l'énergie cinétique** :

$$\Delta E_c = \sum W^{ext}$$

$$(q\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v}$$

$$= q(\vec{v} \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$$

Conséquences :

- ♦ La seule force susceptible de **modifier** $\|\vec{v}\|$ est la **force électrique**. Cette force est susceptible de modifier la direction et la norme de \vec{v} donc de **dévier, d'accélérer ou de ralentir une particule chargée**, cf détails au § B.
- ♦ Si la particule chargée n'est soumise qu'à la **force magnétique** alors le **mouvement est uniforme**. La force magnétique ne peut que modifier la direction de \vec{v} donc la force magnétique ne peut que **dévier** une particule chargée, cf détail au § C.

B) Particule chargée dans \vec{E} uniforme et stationnaire

Une source crée un champ électrique \vec{E} stationnaire. Au § B.2.d, on verra un dispositif permettant de créer un champ électrique uniforme.

1^{er} ; (2^e) PFD ; 3^e lois de N, LEC ; LPC ; LEM ; LPM
 Scalaires

1) Nature du mouvement

BILAN :

♦ Le mouvement de la particule chargée est un mouvement à vecteur accélération \vec{a} constant.

♦ On déduit des Ch.P12 (§ D.2) et P13 (§ D.2) les résultats suivants :

Soit \vec{v}_0 le vecteur vitesse initial,

- Si \vec{v}_0 est nul ou si \vec{v}_0 et \vec{E} sont colinéaires alors le mouvement est **rectiligne**.

- Sinon, le mouvement est plan (plan contenant $M(t=0)$, \vec{v}_0 et \vec{E}). Plus précisément, la trajectoire est **parabolique**.

⇒ Démontrer le 1^{er} résultat du bilan → *quelle loi de dynamique est appropriée ?*

Analyse de l'équation de la trajectoire :

On travaille en coordonnées cartésiennes. L'origine O du repère correspond à la position initiale de la particule. (Oxy) correspond au plan du mouvement i.e. qu'il contient les vecteurs \vec{E} et \vec{v}_0 . On choisit l'axe (Ox) tel que $\vec{E} = E\vec{u}_x$ avec $E > 0$. On note α l'angle entre \vec{E} et \vec{v}_0 .

Quel que soit le signe de la charge, l'équation cartésienne du mouvement est (cf Ch.P12 et P13) :

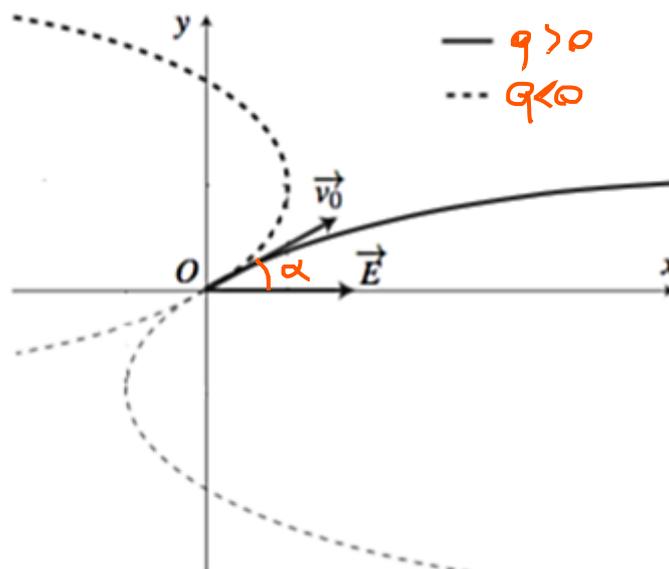
$$x(y) = \frac{qE}{2m} \cdot \frac{y^2}{v_0^2 \sin^2(\alpha)} + \frac{y}{\tan(\alpha)}$$

On étudie le cas où $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ i.e. $\tan(\alpha) > 0$ et on souhaite tracer la trajectoire de la particule. Pour cela, il faut tenir compte du signe de sa charge.

Si $q > 0$: pour tout $y > 0$, x croît avec y.

Si $q < 0$: $x(y)$ n'est pas strictement monotone : pour $y > 0$, x croît puis décroît avec y.

⇒ Légènder le schéma ci-dessous : trajectoires pour $q > 0$ et pour $q < 0$.



◆EXP◆

Cf vidéo « Electrons dans E puis B » (jusqu'à 1 min 23 s).

2) Energie potentielle associée à \vec{F}_e – Potentiel électrique

a) Expressions de $E_{p,elec}$ – Définition du potentiel électrique V

Pour un champ électrique \vec{E} uniforme :

- 1^e expression de l'énergie potentielle associée à la force électrique

On choisit l'axe (Ox) tel que $\vec{E} = E_x \vec{u}_x$ (a priori $E_x \geq 0$), on a :

$$E_{p,elec} = -qE_x \cdot x + cste$$

Expression plus générale :

$$E_{p,elec} = -q\vec{E} \cdot \vec{OM} + cste$$

☞ Démontrer les résultats ci-dessus.

- 2^e expression de l'énergie potentielle associée à la force électrique

DEFINITION :

Le **POTENTIEL ELECTRIQUE**, noté V , est défini par :

$$V = \frac{E_{p,elec}}{q} \Leftrightarrow E_{p,elec} = qV \rightarrow 1V \quad 1,6 \cdot 10^{-19} J = 1eV$$

Handwritten notes: $1,6 \cdot 10^{-19} C$ and $1,6 \cdot 10^{-19} J = 1eV$

USI de V : V (volt)

NB : Ce potentiel électrique est **exactement le même** que celui que l'on introduit en électricité !

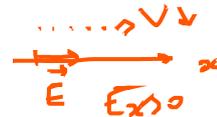
Rappel : la tension u_{AB} entre les points A et B est : $u_{AB} = V(A) - V(B)$

b) Commentaires sur le potentiel électrique :

- Si on choisit l'axe (Ox) tel que $\vec{E} = E_x \vec{u}_x$, on a :

$$V(x) = -E_x \cdot x + V_0$$

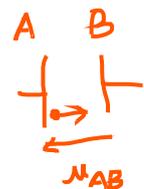
Le choix de la constante V_0 correspond au choix de la position de la masse dans un circuit i.e. le point de référence auquel on associe un potentiel nul.



- Travail de la force électrique entre A et B :

$$W_{AB} = -\Delta E_{p,elec} = E_{p,elec}(A) - E_{p,elec}(B) = q(V(A) - V(B))$$

$$\Leftrightarrow W_{AB} = qu_{AB}$$



- 1 **électron.volt** correspond à l'énergie potentielle d'une particule chargée $q = e$ avec e la charge élémentaire soumise à un potentiel de 1 volt. On retrouve ainsi la conversion eV en J : $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

- Lien entre le sens de \vec{E} et les variations de $V(x)$:

(i) Si \vec{E} est selon $+\vec{u}_x$ i.e. $E_x > 0$ donc $V(x)$ décroît si x croît donc \vec{E} est dans le sens des potentiels décroissants

(ii) Si \vec{E} est selon $-\vec{u}_x$ i.e. $E_x < 0$ donc $V(x)$ décroît si x décroît donc \vec{E} est dans le sens des potentiels décroissants

Ainsi, \vec{E} est toujours dirigé dans le sens des potentiels décroissants, cf PT.)

c) Conséquences

♦ Pour un champ électrique uniforme, la force de Lorentz est une force conservative d'énergie potentielle :

$$E_{p,Lorentz} = E_{p,elec}$$

♦ La particule chargée n'est soumise à aucune force non conservative, d'après le LEM, elle constitue donc un **SYSTEME CONSERVATIF**.

d) Production d'un champ électrique uniforme

Pour obtenir un champ \vec{E} uniforme et parallèle à (Ox), il faut créer un potentiel qui varie linéairement selon (Ox).

C'est le cas lorsque l'on applique une tension U entre 2 électrodes métalliques planes, parallèles entre elles, et distantes de d (cf PT condensateur plan).

On applique la tension U en branchant un générateur entre les 2 électrodes.

On a :

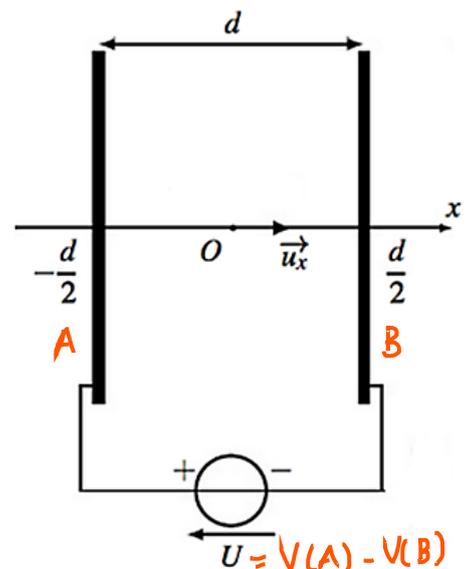
$$V(x) = -E_x \cdot x + V_0$$

Conditions aux limites

$$V\left(-\frac{d}{2}\right) = V(A) \quad \text{et} \quad V\left(\frac{d}{2}\right) = V(B)$$

Ainsi,

$$U = V\left(-\frac{d}{2}\right) - V\left(\frac{d}{2}\right) = -E_x \cdot -\frac{d}{2} + V_0 - \left(-E_x \cdot \frac{d}{2} + V_0\right) = E_x \cdot d$$



BILAN :
 En appliquant une tension $U > 0$ entre 2 électrodes planes, parallèles et distantes de d , on obtient un champ électrique perpendiculaire aux électrodes, dirigé vers les potentiels décroissants et de norme :

$$V \cdot m^{-1} \leftarrow \|\vec{E}\| = \frac{U \rightarrow V}{d \rightarrow m}$$

3) Accélération d'une particule chargée

a) Bilan d'énergie

➔ Démontrer les résultats ci-dessous → quelle loi de dynamique est appropriée ?

	une charge $q > 0$	une charge $q < 0$
Pour accélérer	$\Delta V < 0$	$\Delta V > 0$
Pour ralentir	$\Delta V > 0$	$\Delta V < 0$

Un électron (respectivement un proton) voit son énergie cinétique varier de 1 eV s'il est soumis à une différence de potentiel $\Delta V = 1 \text{ V}$ (respectivement -1 V).

$\Delta V = V_f - V_i \geq 0$
 accélérer $\Delta V > 0 \Leftrightarrow \Delta E_c > 0$

i f

$$\begin{cases} \text{LEC} \rightarrow \Delta E_c = W_{ext} \\ \text{LEM} \quad = -\Delta E_p \\ \downarrow \\ \Delta E_m = W_{AC} = 0 \end{cases}$$

Or $E_p = qV$

~~LDM~~ LEM / LEC

b) Cas où la vitesse initiale est nulle

Dans ce cas $\vec{v}(t=0) = \vec{v}_0 = \vec{0}$, le mouvement est donc rectiligne parallèle à \vec{E} , cf § B.1.

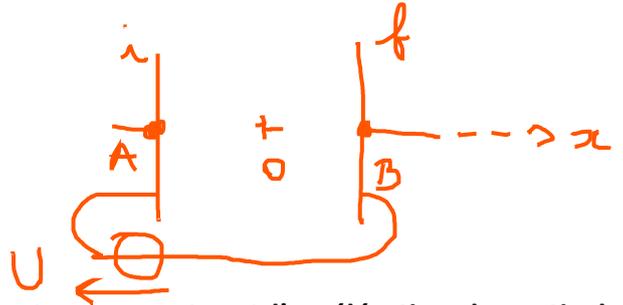
On considère le dispositif du § B.2.d, on note $U = V(A) - V(B)$.

On place une charge q en A (en $x = -d/2$), on souhaite l'accélérer et on la retrouve en B ($x = d/2$).

➔ Déterminer l'expression de $v_f = v_B \rightarrow$ quelle loi de dynamique est appropriée ?

➔ Pour $|U| = 2,0$ kV, faire l'AN pour :

- pour un proton ($m = 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg) ;
- pour un électron ($m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg) et commenter.



4) Applications

L'application essentielle des champs électriques uniformes et permanents est **l'accélération de particules chargées**.

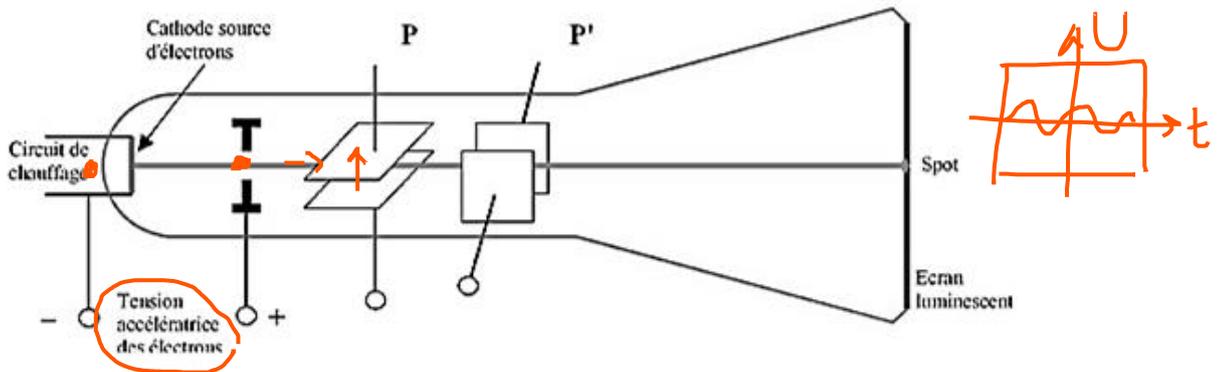
Un **canon à électrons** correspond au dispositif du § précédent. Il peut être utilisé en laboratoire de recherche : l'accélération de particules suivie de collisions permet d'engendrer de nouvelles particules et donc de tester les théories en physique des particules ;

Les électrons ainsi accélérés émettent des rayons X qui peuvent être utilisés :

- pour le radiodiagnostic en médecine ;
- pour effectuer un contrôle non destructif (par exemple des bagages dans les aéroports).

Lorsque la particule chargée a une vitesse initiale non nulle, le champ électrique uniforme et permanent engendre une **dévi**ation de la particule. Cette déviation peut être utilisée pour trier des particules de charges différentes.

Le principe de fonctionnement des oscilloscopes analogiques repose sur les aspects **d'accélération** (en sortie de la cathode) et de **dévi**ation (entre les plaques P et P') des électrons par \vec{E} , cf ex 4 du TD12.



La tension U que l'on veut étudier est appliquée entre les électrodes notées **P**. C'est le champ dû à cette tension qui dévie les électrons selon la verticale. Pour le balayage horizontal (en temps), on applique une tension qui croît régulièrement pendant une certaine durée puis qui revient brusquement à son point de départ. La combinaison des déviations verticale et horizontale des électrons permet ainsi d'afficher les variations de U en fonction du temps.

C) Particule chargée dans \vec{B} uniforme et stationnaire

Une source crée un champ magnétique \vec{B} stationnaire et uniforme.

1) Mouvement uniforme (rappel du § A.4)

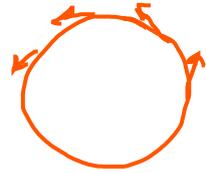
On étudie le système particule chargée $\{M(m, q)\}$ dans un référentiel R galiléen.

La seule force (non négligeable) qui s'exerce sur M est : $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ or **cette force ne travaille pas** puisqu'elle est orthogonale au vecteur vitesse.

Le **mouvement est donc uniforme** : $\forall t, \|\vec{v}\|(t) = \|\vec{v}_0\| = v_0$.

⇒ Démontrer le résultat ci-dessus → quelle loi de dynamique est appropriée ?

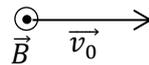
~~PFD~~ \vec{a} $\Delta v = 0$ ($\Rightarrow \Delta E_C = 0$) } mq .
LEC / LAP



2) Cas où $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ (seul cas au programme)

a) Observations expérimentales

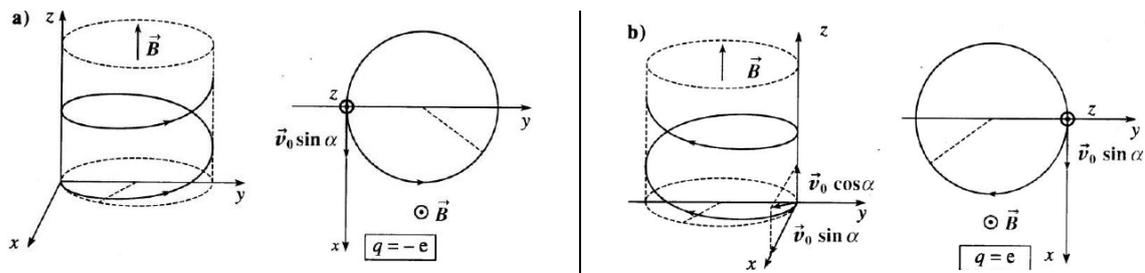
◆EXP◆ Cf vidéo « Electrons dans B ».



Si la situation initiale est la suivante :

Les électrons décrivent un cercle dans un plan orthogonal à \vec{B} , dans le sens direct autour de \vec{B} .

Rq : Si $\vec{v}_0 // \vec{B}$ alors la trajectoire est rectiligne et uniforme et si \vec{v}_0 n'est ni parallèle, ni orthogonal à \vec{B} alors la trajectoire est hélicoïdale. Par ailleurs, l'angle entre \vec{v} et \vec{B} est constant.



b) Caractéristiques de la trajectoire circulaire

On admet donc qu'une **particule chargée** (positivement ou négativement), soumise à un **champ \vec{B} permanent et uniforme tel que $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$, décrit un CERCLE** de centre O_1 et de rayon R .

♦ **Détermination du rayon R de la trajectoire : A SAVOIR REFAIRE !**

On travaille en coordonnées cylindriques d'axe (O_1z) tel que O_1 est le centre de la trajectoire et $\vec{B} = B\vec{u}_z$ avec $B = \|\vec{B}\| > 0$.

➡ Démontrer l'expression du rayon R donnée ci-dessous → *quelle loi de dynamique est appropriée ?*

BILAN :

Une particule de charge q et de vitesse initiale $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ suit un mouvement **circulaire uniforme** à la vitesse angulaire $\omega_c = \frac{|q|B}{m}$ nommée **pulsation cyclotron**.

Le rayon R de la trajectoire est $= \frac{mv_0}{|q|B}$.

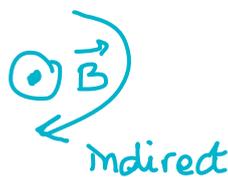
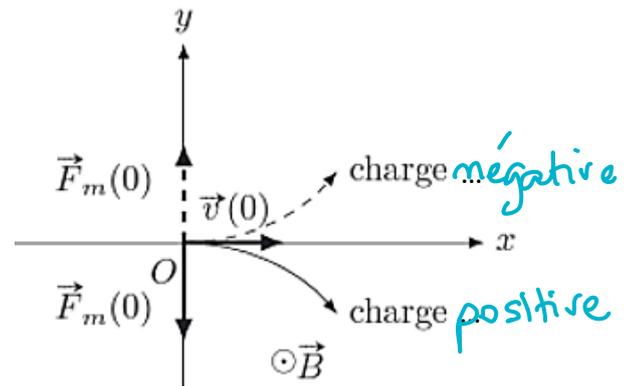
Rq : Le cercle est d'autant plus grand que m et v_0 sont élevés ou que $|q|$ et B sont faibles.

♦ Détermination de la position du centre O_1 de la trajectoire et du sens de parcours :

Pour cela, on travaille en coordonnées cartésiennes et on s'intéresse à la situation initiale.

On choisit :

- l'origine O du repère cartésien comme étant la position initiale de la particule ;
- l'axe (Oz) tel que $\vec{B} = B\vec{u}_z$ avec $B = \|\vec{B}\| > 0$;
- l'axe (Ox) tel que $\vec{v}_0 = v_0\vec{u}_x$ avec $v_0 = \|\vec{v}_0\| > 0$;
- l'axe (Oy) est tel que la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est directe.



A $t = 0$, le vecteur accélération de la particule s'écrit : $\vec{a}(t = 0) = \vec{a}_0 = \frac{q}{m} \vec{v}_0 \wedge \vec{B}$

→ *quelle loi de dynamique est appropriée pour obtenir $\vec{a}(t = 0)$?*

Particule de charge ...	$q > 0$	$q < 0$
Vecteur accélération $\vec{a}_0 = \frac{q}{m} \vec{v}_0 \wedge \vec{B}$ orienté selon ...	$-\vec{u}_y$	$+\vec{u}_y$
	Or le vecteur accélération est centripète	
Csq n° 1 : le cercle est parcouru dans le sens ...	indirect autour de \vec{B}	direct autour de \vec{B}
Csq n° 2 : le centre O_1 est tel que ...	$y(O_1) < 0$ i.e. $O_1(0, -R, 0)$	$y(O_1) > 0$ i.e. $O_1(0, R, 0)$

⇒ De façon générale (i.e. quel que soit le signe de q), $O_1(0, -\frac{mv_0}{qB}, 0)$.

La trajectoire circulaire d'une particule chargée dans \vec{B} est visualisable sur :

www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Charges/q_dans_B2.php

c) ODG

On considère des particules chargées (proton ($m_p = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$) et électron ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)) de vitesse initiale $v_0 = 1 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$ (ces particules ont été préalablement accélérées par une ddp, cf § B.3). On les soumet à un champ magnétique \vec{B} tel que $\vec{v}_0 \perp \vec{B}$ et d'intensité $B = 0,10 \text{ T}$.

➔ Calculer le rayon de la trajectoire du proton R_p et de l'électron R_e .

Rq : La pulsation cyclotron du proton vaut $\omega_{cp} \approx 10^7 \text{ rad.s}^{-1}$ et celle de l'électron vaut $\omega_{ce} \approx 10^{10} \text{ rad.s}^{-1}$.

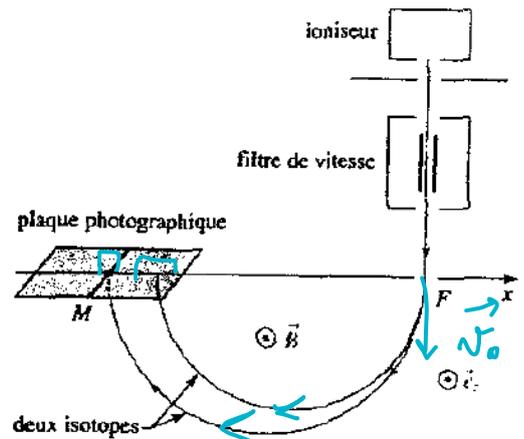
3) Applications

Afin de modifier la trajectoire de particules chargées, le champ magnétique est utilisé :

① dans les **spectromètres de masse** afin de séparer les ions de rapports $\frac{q}{m}$ différentes, cf figure ci-contre.

Un spectromètre de masse utilise les propriétés des mouvements des particules (après ionisation) dans des champs \vec{E} et \vec{B} pour analyser les ions présents dans un faisceau ou mettre en évidence la présence d'isotopes et déterminer leurs proportions.

Ainsi, pour un champ transversal d'intensité $B = 0,1 \text{ T}$ et une tension accélératrice $U = 10 \text{ kV}$, la distance séparant les isotopes $^{39}\text{K}^+$ et $^{41}\text{K}^+$ sur la plaque est de 4,6 cm (cf TD15).



② dans les **accélérateurs de particules**.

En effet, l'accélération par un champ électrique seul dans les accélérateurs linéaires nécessite la production d'un champ \vec{E} uniforme dans une grande zone d'espace, ce qui représente une difficulté expérimentale. On utilise alors un champ magnétique afin de courber les trajectoires et ainsi faire passer la particule un grand nombre de fois dans la zone accélératrice i.e. où règne un champ électrique. C'est le cas dans les **cyclotrons** (cf fig. 1) et les **synchrotrons** (cf fig.2).

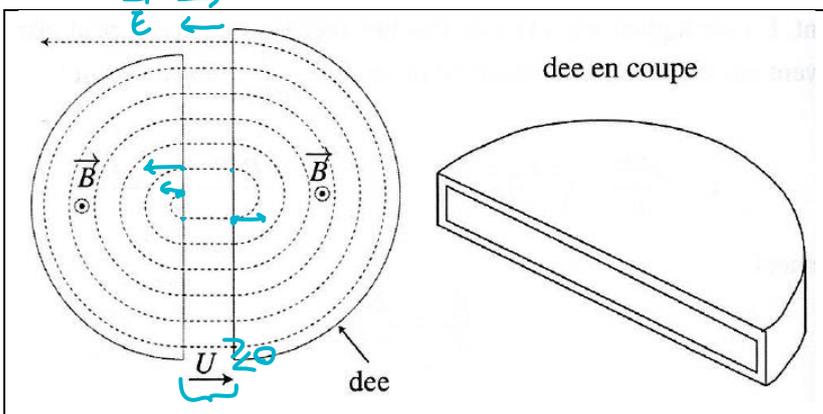


Fig.1 : Cyclotron

Extraite de Physique tout-en-un MPSI PTSI, B.Salamito, Dunod

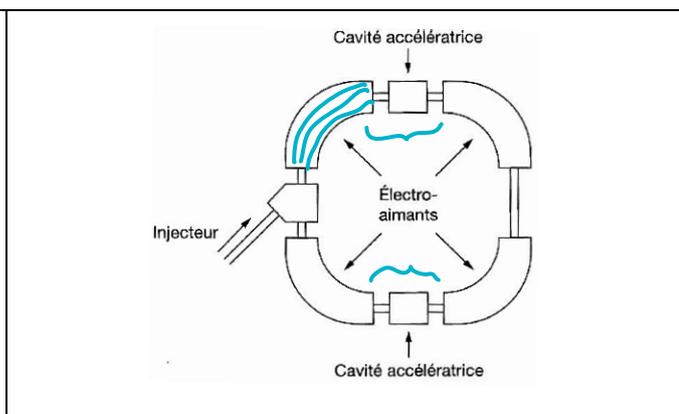
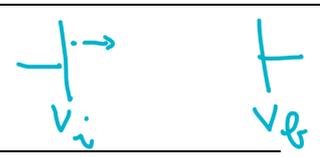


Fig.2 : Synchrotron

Extraite de 1^{ère} année Physique MPSI-PTSI, C. More, Lavoisier

Le fonctionnement d'un cyclotron est visualisable sur :

www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Meca/Charges/cyclotron.php

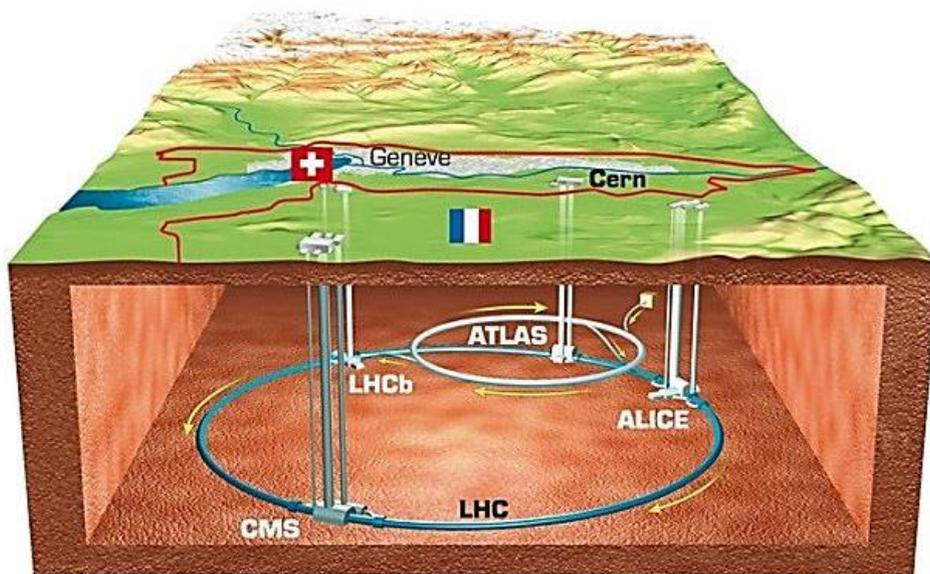


L'inconvénient des cyclotrons est qu'ils nécessitent la production d'un champ magnétique uniforme dans une grande zone d'espace (surface des dees).

Les synchrotrons associent des zones où règne un champ électrique dans lesquelles les particules sont accélérées et d'autres où règne un champ magnétique dans lesquelles les trajectoires sont courbées pour les replier sur elles-mêmes. Le rayon de la trajectoire des particules accélérées est constant et la production des champs est localisée sur la périphérie du cercle.

C'est le cas du LHC (Large Hadron Collider) du CERN (Conseil Européen de la Recherche Nucléaire) qui communique à des protons des énergies de l'ordre de 7 TeV ($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$), les protons sont donc relativistes et ils décrivent une orbite circulaire de 27 km de circonférence, cf ci-contre, ce qui nécessite des champs magnétiques de 8,3 T obtenu à l'aide d'électro-aimants supraconducteurs.

Deux faisceaux de protons voyagent dans deux lignes sous vide séparées, mais en quatre points, ils se heurtent au niveau des expériences, appelées ATLAS, CMS, ALICE et LHCb. L'énergie des protons est transformée au moment du choc en une myriade de particules que les détecteurs de ces quatre expériences enregistrent. Plus d'informations sur www.lhc-france.fr/.



D) Limites relativistes : Approche documentaire (cf TD15)

OUTILS MATHÉMATIQUES : produit vectoriel

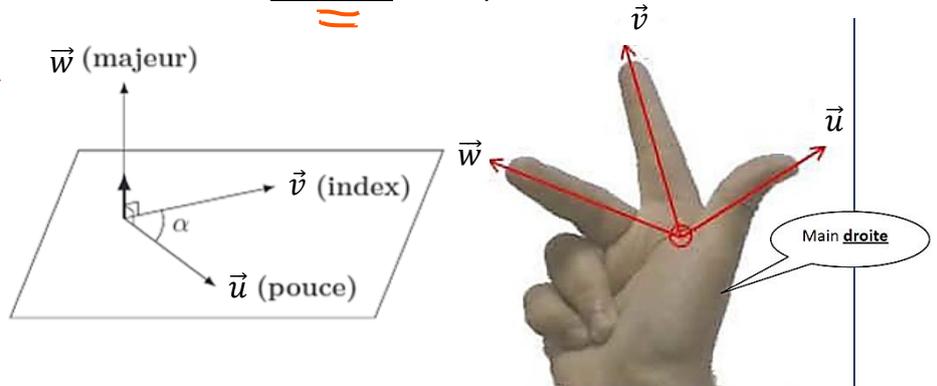
$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos(\alpha)$$

$\vec{u} \cdot \vec{v}$ scalaire

DEFINITION :

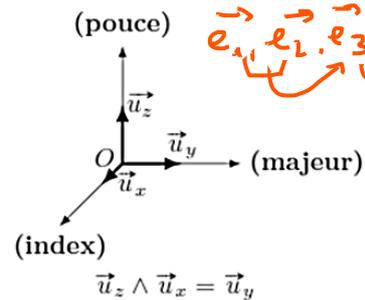
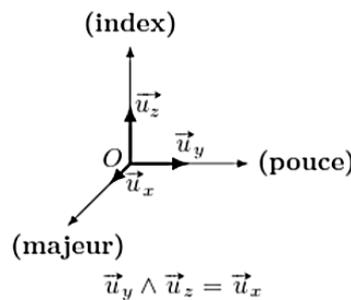
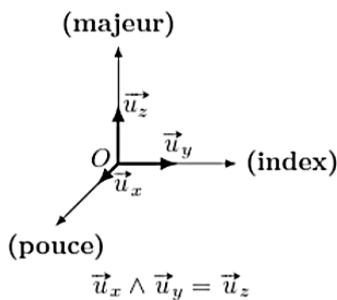
Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs. Le produit vectoriel $\vec{u} \wedge \vec{v}$ est un **VECTEUR** \vec{w} tel que :

- \vec{w} est orthogonal à \vec{u} et à \vec{v} ✓
- $\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot |\sin(\vec{u}, \vec{v})|$ ✓
- Le sens de \vec{w} est donné par la règle des 3 doigts de la main droite : ✓



PROPRIETES :

- Si $\vec{u} // \vec{v}$ alors $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$)
- $\vec{v} \wedge \vec{u} = -\vec{u} \wedge \vec{v}$
- $\vec{u} \wedge (\alpha \vec{v} + \beta \vec{t}) = \alpha \vec{u} \wedge \vec{v} + \beta \vec{u} \wedge \vec{t}$ et $(\alpha \vec{u} + \beta \vec{t}) \wedge \vec{v} = \alpha \vec{u} \wedge \vec{v} + \beta \vec{t} \wedge \vec{v}$
- Pour les vecteurs d'une base orthonormée directe (BOND) $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$:
 $\vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2 = \vec{e}_3$; $\vec{e}_2 \wedge \vec{e}_3 = \vec{e}_1$; $\vec{e}_3 \wedge \vec{e}_1 = \vec{e}_2$)



$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$

COMPOSANTES du produit vectoriel dans une BOND :

On suppose que l'on connaît les composantes des vecteurs \vec{u} et \vec{v} dans une BOND $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$:

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$

On a :

$$\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} u_2 \cdot v_3 - u_3 \cdot v_2 \\ u_3 \cdot v_1 - u_1 \cdot v_3 \\ u_1 \cdot v_2 - u_2 \cdot v_1 \end{pmatrix}$$