A.2. Force de Lorentz

$\vec{F}_m = q \, \vec{v} \wedge \vec{B}$

↳ produit vectoriel → cf p12 outils mathématiques

...

composantes $\quad \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$

$$\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_2 v_3 - u_3 v_2 \\ u_3 v_1 - u_1 v_3 \\ u_1 v_2 - u_2 v_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} u_1 & v_1 \\ u_2 & v_2 \end{array}$$

A.3. ODG.

Ex du proton $\quad m = 1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \simeq 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \simeq 10^{-19}\,\mathrm{C}$

$v = 10^{6}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

soumis à $\|\vec{E}\| = 10^{3}\ \mathrm{V \cdot m^{-1}}$

ou $\|\vec{B}\| = 10^{-3}\,\mathrm{T}$

Normes des forces :

- poids $\|\vec{P}\| = mg \simeq 10^{-26}\,\mathrm{N}$
- force électrique $\|\vec{F_e}\| = q \|\vec{E}\| \simeq 10^{-16}\,\mathrm{N}$
- force magnétique $\|\vec{F_m}\| \simeq q \cdot \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{B}\| \simeq 10^{-16}\,\mathrm{N}$

→ $\boxed{\|\vec{P}\| \ll \|\vec{F_e}\| \text{ ou } \|\vec{F_m}\|}$.

A.4. Aspects énergétiques.

- P^{ce} et travail de $\vec{F}_L$

$$\mathcal{P}_L = \vec{F}_L \cdot \vec{v} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = \underbrace{q\vec{E} \cdot \vec{v}}_{= \mathcal{P}_e} + \underbrace{q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v}}_{\mathcal{P}_m = 0}$$ car $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} \perp \vec{v}$

$$\Rightarrow \delta W_L = \mathcal{P}_L \cdot dt = \mathcal{P}_e \cdot dt = \delta W_e = q\vec{E} \cdot \underbrace{\vec{d\ell}}_{\text{vecteur déplacem}^t\text{ élémentaire}}$$

et $\delta W_m = \mathcal{P}_m dt = 0$

- Applo de la LEC : $\Delta E_C = \sum W_{ext}$

  * Si q soumise à $\vec{E}$ alors $\Delta E_C = W_e$ a priori $\neq 0$

    $\Rightarrow \Delta E_C \neq 0$ a priori

    $\Leftrightarrow v_i \neq v_f$ --> modificat° possible de $\|\vec{v}\|$ grâce à $\vec{E}$.

  * Si q soumise à $\vec{B}$ alors $\Delta E_C = W_m = 0$

    $\Leftrightarrow v_i = v_f$ --> impossible de modifier $\|\vec{v}\|$ avec $\vec{B}$

    $\Leftrightarrow$ mvt uniforme.

B.1. Nature du mvt de q dans $\vec{E}$.

Pour avoir une info sur $\vec{a}$ --> PFD.

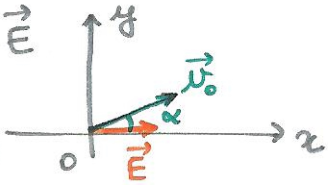
$m\vec{a} = \vec{F_e}$ $\Leftrightarrow$ $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ or q, m et $\vec{E}$ sont indpts de t

$$\Rightarrow \boxed{\vec{a} = \vec{cst}}$$

Cas du mvt parabolique dans (Oxy)

avec $O = M(t=0)$; $\vec{u_x}$ de m̂ direc° et sens que $\vec{E}$

et $\vec{v_0} = v_0 \cos\alpha \, \vec{u_x} + v_0 \sin\alpha \, \vec{u_y}$ avec $\alpha \neq 0, \pi$ rad



$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \ddot{x} = \frac{q}{m}E \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \dot{x} = \frac{q}{m}Et + v_0\cos\alpha \\ \dot{y} = \text{cste} = v_0 \sin\alpha \\ \dot{z} = \text{cste} = 0 \end{cases}$

m̂ raisonnemt que pour le tir parabolique du ballon

$\vec{g} \mapsto \frac{q\vec{E}}{m}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{q}{m}E\frac{t^2}{2} + (v_0\cos\alpha)t + 0 \\ y = (v_0 \sin\alpha)t + 0 \\ z = \text{cste} = 0 \end{cases}$ --> $t = \frac{y}{\underbrace{v_0 \sin\alpha}_{\neq 0 \text{ car } \alpha \neq 0, \pi \text{ rad}}}$

$$\Leftrightarrow x(y) = \underbrace{\frac{q}{2m}E\frac{y^2}{v_0^2\sin^2\alpha}}_{a} + \frac{y}{\underbrace{\tan\alpha}_{b}}$$

Sens de variat° de $x(y)$ pour $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$ rad $\to b > 0$

si $q > 0$

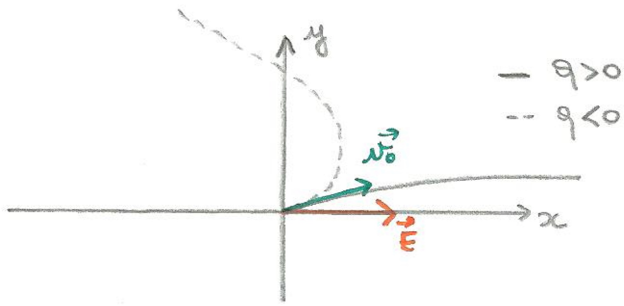
$\left.\begin{array}{l} a y^2 > 0 \\ b y > 0 \end{array}\right\}$ $\to x(y) \nearrow$

si $q < 0$ $\quad ay^2 < 0$

$by > 0$

or $x(y) \underset{y \to 0}{\simeq} by \nearrow$

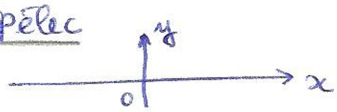
$x(y) \underset{y \to +\infty}{\simeq} ay^2 \searrow$



Vidéo

B.2.a)– Epélec

- 1ᵉ expressⁿ :



$\vec{E} = \underbrace{E_x}_{\gtrless 0} \vec{u_x}$

par défⁿ : $dE_{p_{élec}} = -\delta W_e = -\vec{F_e}\cdot\vec{dl} = -q E_x \vec{u_x}\cdot(dx\,\vec{u_x} + dy\,\vec{u_y} + dz\,\vec{u_z})$

↑ ds la base cartésienne

$\Leftrightarrow dE_{pélec} = -q E_x \cdot dx = d(\dots)$

↳ $\dfrac{d(\dots)}{dx} = -q E_x \Leftrightarrow \dots = -q E_x \cdot x + cste$

d'où $\boxed{E_{pélec} = -q E_x \cdot x + cste.}$

avec $\vec{OM} = x\,\vec{u_x} + y\,\vec{u_y} + z\,\vec{u_z}$ en coord. cartésiennes

on généralise : $\boxed{E_{pélec} = -q\,\vec{E}\cdot\vec{OM} + cste.}$

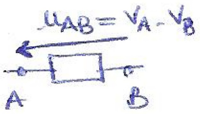
- 2ᵉ expressⁿ $\boxed{E_{pélec} = q\,V}$ (J, C, V)

analyse dimº : élec $P = u \times i = u \times \dfrac{dq}{dt}$

et on a $[P] = \dfrac{[énergie]}{T}$

$\Rightarrow [charge] \times [tensº] = [énergie]$

NB :



B.2b) Potentiel élec

En égalisant les 2 expressⁿ

$qV = -q E_x \cdot x + cste \Leftrightarrow V = -E_x \cdot x + V_0$ ↳ cste

B.3.a). Lien signe de ΔV et mvt accéléré/décéléré.

Pour avoir une info sur la nature accélérée/décélérée du mvt

il faut savoir si $v_f \gtrless v_i$ --> comparaison de scalaires

par ailleurs syst ne subit aucune force non conservative ⇒ syst conservatif

LEC : $\Delta E_C = W^{ext} = -\Delta E_{pé}$ ← F_e conservative. $(\vec{F_e} = q\vec{E})$ $E_{pé} = qV$

→ LEM : $\Delta E_m = W_{nc} = 0 \Leftrightarrow E_{c_i} + E_{p_{élec,i}} = E_{c_f} + E_{pélec,f}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_i^2 + q V_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + q V_f$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = q(V_i - V_f) = -q\Delta V}$

$\Delta E_C + \Delta E_{pé} = 0$

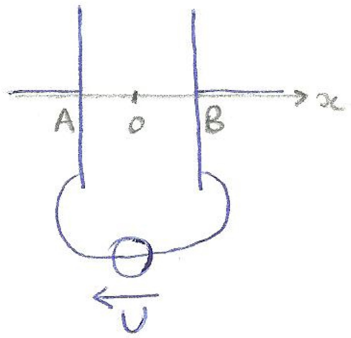
$\Delta E_C = -\Delta E_{pé}$

$\Delta E_C = -q\,\Delta V$ (>0, >0)

d'où mvt accéléré $\Leftrightarrow v_f^2 - v_i^2 > 0 \Leftrightarrow -q\Delta V > 0$ → $\Delta V < 0$ si $q > 0$; → $\Delta V > 0$ si $q < 0$

et inversemᵗ pr mvt décéléré.

B3b). $v_i = 0$; $v_f = ?$



Ei	Ef
q en A $x(0) = -\frac{d}{2}$	q en B $x_f = \frac{d}{2}$
avec $v(0) = 0$	avec $v_f = ?$
V(A)	V(B)

→ syst à 1 seul ddl : x
qui ne subit aucune force non conservative

→ on recherche un scalaire v_f

LEC / → LEM : $\Delta E_m = W_{nc} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m \underbrace{v(0)^2}_{=0} + qV(A) = \frac{1}{2} m v_f^2 + qV(B)$$

$$\Leftrightarrow v_f^2 = \frac{2}{m} q \underbrace{(V(A) - V(B))}_{U}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{v_f = \sqrt{\frac{2qU}{m}}}$$ avec $qU > 0$

$\Leftrightarrow$ si $q > 0$ $U > 0$
si $q < 0$ $U < 0$

AN : proton $v_f \simeq 6 \cdot 10^5 \, m.s^{-1}$

e^- $v_f \simeq 3.10^7 \, m.s^{-1}$ → $v_f \simeq \frac{c}{10}$ → on atteint la limite de la méca. classique
cf AD du TD.

C.1. Mvt uniforme

Pour avoir une info sur le caract. uniforme du mvt il faut savoir cô^t varie v $\Leftrightarrow$ cô^t varie E_c

$\rightarrow$ LPC : $\dfrac{dE_c}{dt} = \sum \mathcal{P}^{ext} = \vec{F_m} \cdot \vec{v} = 0$ car $\vec{F_m} \perp \vec{v}$

$\Leftrightarrow E_c = \text{cste} \Leftrightarrow v = \text{cste} \Leftrightarrow$ mvt uniforme

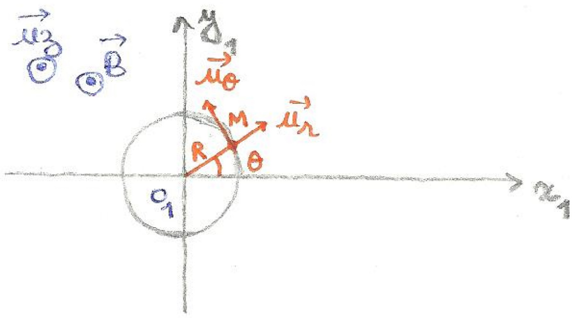
$\boxed{\vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \perp \vec{v} = \dfrac{\vec{dl}}{dt} \quad \perp \vec{dl} \quad \perp \text{traj.}}$

LEC : $\Delta E_c = W^{ext}$

$W^{ext} = \int_1^2 \underbrace{\vec{F_m} \cdot \vec{dl}}_{=0} = 0$

$\Delta E_c = 0$. δW^{ext}

C.2 b) Rayon de la traj. circulaire



Mvt circulaire de centre O_1 de rayon R $\rightarrow$ étude en coord. cylindriques d'axe $(O_1 z)$ $\rightarrow$ nécessaires pour les pdts vectoriels

- Étude cinématique $\rightarrow \vec{a}$
- On connaît $\vec{F_m}$

$\Rightarrow$ PFD : $m\vec{a} = \vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

avec $\vec{O_1M} = R\vec{u_r}$

$\Rightarrow \vec{v} = R\dot{\theta}\vec{u_\theta}$ avec $\dot{\theta} \gtrless 0$ selon le signe de q.

de ⊕ le mvt est uniforme

donc $\boxed{R|\dot{\theta}| = v_0} \rightarrow \dot{\theta} = \text{cste}$

$\rightarrow \vec{v} = \pm v_0 \vec{u_\theta}$

$\Rightarrow \vec{a} = -R\dot{\theta}^2 \vec{u_r} = -\dfrac{v_0^2}{R}\vec{u_r}$

et $\vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B} = \pm q v_0 \vec{u_\theta} \wedge B\vec{u_z} = \pm q v_0 B \vec{u_r}$

ainsi $m\left(-\dfrac{v_0^2}{R}\right)\vec{u_r} = \pm q v_0 B \vec{u_r}$

On projette selon $(\vec{u_r})$: $-\dfrac{m v_0^{\cancel{2}}}{R} = \pm q \cancel{v_0} B \Leftrightarrow R = \pm \dfrac{m v_0}{qB}$

or $R > 0 \Rightarrow \boxed{R = \dfrac{m v_0}{|q| \cdot B}}$ $\quad$ L $\quad$ M $\quad$ L.T^{-1}

$[q v B] = [F] = [m a]$

$[qB] = M\left[\dfrac{a}{v}\right] = M.T^{-1}$

ω_c = Pulsat° cyclotron = |vitesse angulaire| = $|\dot{\theta}|$ $\quad$ rad.s^{-1} $\quad$ rad.s^{-1}

$\Leftrightarrow \omega_c = |\dot{\theta}| = \dfrac{v_0}{R} = \dfrac{v_0}{m v_0} \times |q| B = \dfrac{|q|B}{m}$

C.2(c). ODG.

$$R_p = \frac{m_p v_0}{eB} \sim \frac{1.10^{-27} \times 1.10^{6}}{1.10^{-19} \times 0,1} = 10^{-1}\ m \simeq \underline{\underline{10\ cm}}$$

$$R_{e-} = \frac{m_e v_0}{eB} \sim \frac{10^{-30} \times 1.10^{6}}{1.10^{-19} \times 0,1} = 10^{-4}\ m \simeq \underline{\underline{100\ \mu m}}$$

P15 7/7