

# Programme de colle MP semaine 22

## du 24/03 au 28/03 2025

### **Cours 25** : Quelques exemples fondamentaux

Particule dans un puits de potentiel infini – quantification de l'énergie : énergie minimale pour un confinement 1D ; résolution de l'équation de Schrödinger ; superposition d'états stationnaires et évolution temporelle ; exemples physiques.

Particule dans une marche de potentiel – réflexion et transmission : exemples physiques ; prédictions classiques ; résolution dans le cas  $E > V$  : calcul des coefficients de réflexion et transmission ; résolution dans le cas  $E < V$  : calcul des coefficients de réflexion et transmission, longueur de pénétration.

Barrière de potentiel – effet tunnel : coefficient de transmission ; applications.

### **Cours 26** : Statique des fluides

Echelles d'étude de la matière : échelle macroscopique, microscopique et mésoscopique ; pression dans un fluide.

Relation fondamentale de la statique des fluides (énoncé et démonstration) ; applications au cas des fluides incompressibles (baromètre) ; application au cas des gaz parfaits : modèle de l'atmosphère isotherme.

Loi de Boltzmann : de la pression à la probabilité d'occupation ; interprétation physique de la loi de Boltzmann.

### **Cours 27** : Introduction à la thermodynamique statistique

Systèmes à spectre discret d'énergie : expression de la loi de Boltzmann, probabilité d'occupation de niveaux d'énergie, fonction de partition, rôle de la température ; énergie moyenne ; écart quadratique énergétique ; système de particules – limite thermodynamique : moyenne et écart quadratique de l'énergie totale ; capacité thermique d'un système de particules ; cas des systèmes à deux niveaux : exemples, probabilité d'occupation, énergie moyenne, capacité thermique, théorème de fluctuation-dissipation ; particules dans un puits de potentiel infini dans la limite classique.

Systèmes à spectre continu d'énergie : gaz parfaits classiques : distributions de vitesse de Maxwell-Boltzmann, distributions de vitesse  $v_x$  et en norme  $v$ , vitesse quadratique moyenne, température cinétique ; théorème d'équipartition de l'énergie : degrés de liberté quadratique et démonstration ; capacité thermique des gaz parfaits classiques : gaz parfait monoatomique, diatomique, limite de la description classique ; capacité thermique des solides classiques.

### **Questions de cours** :

1. Résoudre l'équation de Schrödinger dans le cas du puits infini. Donner l'expression des niveaux d'énergie et de la fonction d'onde associée.
2. Résoudre l'équation de Schrödinger dans le cas de la marche de potentiel et  $E > V$  : calcul des coefficients de réflexion et transmission.
3. Résoudre l'équation de Schrödinger dans le cas de la marche de potentiel et  $E < V$  : calcul des coefficients de réflexion et transmission.
4. Expliquer l'effet tunnel et donner des applications.
5. Énoncer et démontrer la relation fondamentale de l'hydrostatique.
6. Relation fondamentale de l'hydrostatique dans le cas d'un fluide incompressible. Applications.
7. Relation fondamentale de l'hydrostatique dans le cas d'un gaz parfait isotherme. Applications.
8. Systèmes à spectre discret d'énergie : expression de la loi de Boltzmann et sens physique, probabilité d'occupation de niveaux d'énergie, fonction de partition, énergie moyenne ; écart quadratique énergétique ; capacité thermique.

9. Systèmes à spectre continu d'énergie : gaz parfaits classiques : distributions de vitesse de Maxwell-Boltzmann, distributions de vitesse  $v_x$  et en norme  $v$ .
10. Théorème d'équipartition de l'énergie : degrés de liberté quadratique et démonstration ; capacité thermique des gaz parfaits classiques : gaz parfait monoatomique, diatomique.

**Eléments du programme en rapport avec la colle :**

<b>6.1. Fonction d'onde et équation de Schrödinger</b>	
Fonction d'onde $\psi$ d'une particule sans spin et densité de probabilité de présence.	Interpréter en termes de probabilité l'amplitude d'une onde associée à une particule.
Équation de Schrödinger à une dimension dans un potentiel $V(x)$ .	Utiliser le caractère linéaire de l'équation (principe de superposition).
États stationnaires de l'équation de Schrödinger.	Procéder à la séparation des variables temps et espace. Distinguer l'onde associée à un état stationnaire en mécanique quantique d'une onde stationnaire au sens usuel de la physique des ondes. Relier l'énergie de la particule à l'évolution temporelle de sa fonction d'onde et faire le lien avec la relation de Planck-Einstein. Identifier le terme associé à l'énergie cinétique.
<b>6.2. Particule libre</b>	
Fonction d'onde d'une particule libre non localisée.	Établir les solutions. Interpréter la difficulté de normalisation de cette fonction d'onde.
Relation de de Broglie.	Relier l'énergie de la particule et le vecteur d'onde de l'onde plane associée.

Inégalité d'Heisenberg spatiale et paquet d'ondes.	Expliquer, en s'appuyant sur l'inégalité d'Heisenberg spatiale, que la localisation de la particule peut s'obtenir par superposition d'ondes planes.
Densité de courant de probabilité associée à une particule libre.	Utiliser l'expression admise du courant de probabilité associé à une particule libre ; l'interpréter comme un produit densité*vitesse.
<b>6.3. États stationnaires d'une particule dans des potentiels constants par morceaux</b>	
États stationnaires d'une particule dans le cas d'une marche de potentiel. Cas $E > V$ : probabilité de transmission et de réflexion. Cas $E < V$ : évanescente.	Citer des exemples physiques illustrant cette problématique. Exploiter les conditions de continuité (admisses) relatives à la fonction d'onde. Établir la solution dans le cas d'une particule incidente sur une marche de potentiel. Expliquer les différences de comportement par rapport à une particule classique Déterminer les coefficients de transmission et de réflexion en utilisant les courants de probabilités. Reconnaître l'existence d'une onde évanescente et la caractériser.
Barrière de potentiel et effet tunnel.	Décrire qualitativement l'influence de la hauteur ou de largeur de la barrière de potentiel sur le coefficient de transmission. Exploiter un coefficient de transmission fourni. Citer des applications.
États stationnaires d'une particule dans un puits de potentiel infini.	Établir les solutions et les niveaux d'énergie de la particule confinée. Identifier des analogies avec d'autres domaines de la physique.
Énergie de confinement.	Estimer l'énergie d'une particule confinée dans son état fondamental pour un puits non rectangulaire. Associer l'analyse à l'inégalité d'Heisenberg.
<b>6.4. États non stationnaires d'une particule dans un puits de potentiel infini</b>	
Combinaison linéaire d'états stationnaires.	Expliquer qu'une superposition de deux états stationnaires engendre une évolution au cours du temps de l'état de la particule. Établir l'expression de la densité de probabilité de présence de la particule dans le cas d'une superposition de deux états stationnaires ; interpréter le résultat.

<b>7.1. Facteur de Boltzmann</b>	
Modèle de l'atmosphère isotherme.	Établir la variation de la pression avec l'altitude dans l'hypothèse d'une atmosphère isotherme.
Poids de Boltzmann d'une particule indépendante à l'équilibre avec un thermostat.	Interpréter la loi du nivellement barométrique avec le poids de Boltzmann. Identifier un facteur de Boltzmann. Comparer $kT$ à des écarts d'énergie et estimer les conséquences d'une variation de température.
<b>7.2. Systèmes à spectre discret d'énergies</b>	
Probabilité d'occupation d'un état d'énergie non dégénéré par une particule indépendante.	Exprimer la probabilité d'occupation d'un état d'énergie en utilisant la condition de normalisation. Exploiter un rapport de probabilités entre deux états.
Énergie moyenne et écart quadratique moyen.	Exprimer sous forme d'une somme sur ses états l'énergie moyenne et l'écart-quadratique énergétique d'un système.
Cas d'un système à $N$ particules indépendantes.	Expliquer pourquoi les fluctuations relatives d'énergie régressent quand la taille du système augmente et associer cette régression au caractère quasi-certain des grandeurs thermodynamiques.
Système à deux niveaux non dégénérés d'énergies $\pm \varepsilon$ .	Citer des exemples de systèmes modélisables par un système à deux niveaux. Déterminer l'énergie moyenne et la capacité thermique d'un système à deux niveaux. Interpréter l'évolution de l'énergie moyenne avec la température, notamment les limites basse et haute température. Relier les fluctuations d'énergies à la capacité thermique.
Énergie moyenne d'équilibre à la température $T$ d'un ensemble de $N$ particules dans un puits de potentiel infini.	Déterminer l'énergie moyenne d'un ensemble de particules à une température donnée, dans la limite où l'énergie de confinement est faible devant l'énergie d'agitation thermique. Relier l'expression de l'énergie moyenne en fonction de la température au théorème de l'équipartition de l'énergie.
<b>7.3. Capacités thermiques classiques des gaz et des solides</b>	
Théorème d'équipartition pour un degré de liberté énergétique indépendant quadratique.	Exploiter la contribution $kT/2$ par degré quadratique à l'énergie moyenne.
Capacité thermique molaire des gaz classiques dilués monoatomiques et diatomiques. Capacité thermique molaire des solides dans le modèle d'Einstein classique : loi de Dulong et Petit.	Dénombrer des degrés de libertés énergétiques quadratiques indépendants et en déduire la capacité thermique molaire d'un système.