

## Partie 1 Robot SPHERO (d'après un sujet CCS)



### I Présentation du support

#### I. A - Description du robot Sphero

Une nouvelle génération de robots à mobilité non conventionnelle a vu le jour avec la conception de robots en forme de sphère. Ces robots commencent à être utilisés dans des environnements difficiles (centrale nucléaire, terrain irrégulier) pour des missions d'inspection et de surveillance. Ce type de robot est aussi présent dans l'industrie du divertissement sous la forme d'objets connectés contrôlables avec un smartphone (ou tablette). C'est le cas du robot Sphero créé par la société Orbotix et qui sert de support d'étude pour ce sujet.

Créé pour le loisir et l'éducation, le robot Sphero roule sur lui-même pour se déplacer. Une base robotique appelée module interne et dite différentielle (plateforme munie de deux roues motrices indépendantes, de même axe) est placée dans une sphère (le corps du robot) qui sert de liaison au sol et permet le déplacement (figure 1). Le Sphero est commandé par un smartphone avec lequel l'utilisateur guide le robot.



Figure 1 Constitution du Sphero

Même si les consignes de l'utilisateur correspondent au comportement attendu du Sphero (cap et vitesse du corps sphérique), c'est en réalité le module interne que l'utilisateur commande grâce à son smartphone. Le principe de déplacement du Sphero peut être comparé à celui d'une roue de hamster : quand l'animal court à l'intérieur, il déplace le centre de gravité du système, ce qui fait tourner la roue. Ainsi, les deux roues motrices du module interne créent le roulement du corps sphérique du Sphero.

#### I.B - Manipulation et déplacement du robot Sphero

Pour commander le robot l'utilisateur dispose d'une application sur son smartphone (ou sa tablette). Une fois la connexion bluetooth établie entre le Sphero et le smartphone, l'utilisateur peut mettre en mouvement le robot grâce à une interface tactile (figure 2). L'utilisateur place son doigt au centre du cadran (sur le curseur ayant le sigle Sphero) puis le déplace dans le cadran. La position du doigt sur le cadran fournit une consigne de cap (par rapport à la marche avant) et de vitesse au robot : plus le doigt est éloigné du centre du cadran plus le robot va vite.



Figure 2 Interface homme-machine (IHM) de commande du Sphero

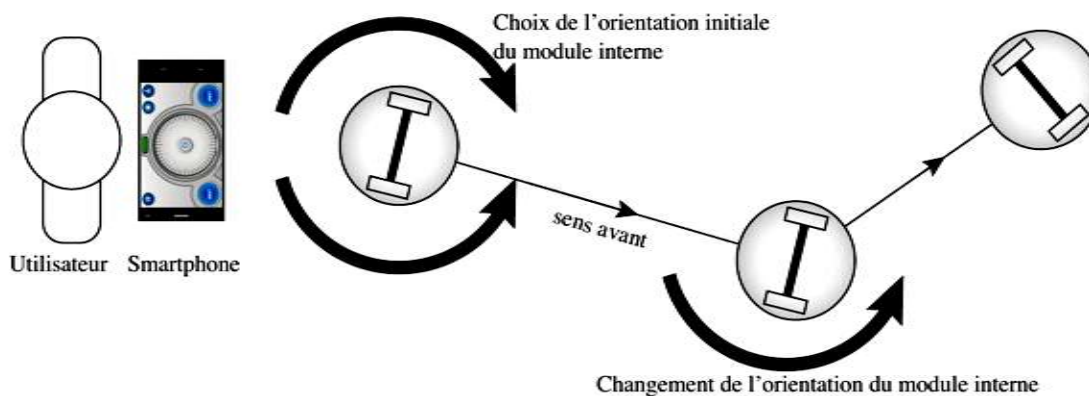


Figure 3 Déplacement du robot

Un exemple de déplacement du robot Sphero est décrit par la figure 3. Pour un cap donné le Sphero se déplace selon une trajectoire rectiligne. Lorsque le cap est changé par l'utilisateur, le module interne change son orientation autour d'un axe vertical de lacet et une nouvelle direction est ainsi imposée au Sphero. Ce dernier reprend un déplacement en ligne droite suivant le nouveau cap. Afin que l'utilisation du robot soit à la hauteur des attentes de l'utilisateur, le robot Sphero doit satisfaire les exigences définies figure 4 .

## II Étude préliminaire et respect de l'exigence 2 de maniabilité

Cette partie préliminaire propose de mener une analyse comportementale du Sphero afin de mettre en évidence la problématique qui sera traitée dans ce sujet. Cette analyse permettra de définir l'objectif du sujet. Un essai est réalisé avec le Sphero en mode non asservi. Les capteurs du robot ne sont pas utilisés pour la commande de ce dernier (figure 5). La figure 5 montre la trajectoire suivie par le Sphero lors de l'essai. Le Sphero est en mode non asservi et connecté à un ordinateur (liaison sans fil). À l'écran de l'ordinateur est affiché un parcours délimité par deux lignes et l'utilisateur peut cliquer à l'écran pour imposer au Sphero une consigne de cap. Celle-ci correspond à la direction du vecteur ayant pour origine la position mesurée du Sphero au moment du clic et pour extrémité le point cliqué à l'écran. L'expérimentation est réalisée en intérieur et sans aucune perturbation pouvant altérer le fonctionnement du robot. La vitesse du robot est volontairement limitée à 50% de sa vitesse maximale afin de rendre la manipulation plus aisée pour l'utilisateur.

- Q 1.** En considérant le Sphero comme parfaitement asservi aux consignes de clic de l'utilisateur, quel serait le nombre minimal de consignes de changement de cap nécessaire pour faire évoluer le robot selon la trajectoire théorique ? Pour chacune de ces consignes de changement de cap quelle est la valeur du cap imposé (à l'instant initial le cap est de 0 deg) ?
- Q 2.** D'après l'expérimentation, l'exigence 2 de maniabilité est-elle respectée ? Justifier la réponse à partir du nombre d'actions de changement de cap réalisées par l'utilisateur lors de l'expérimentation.

Au vu de l'essai analysé précédemment il apparaît que sans commande spécifique le robot Sphero n'atteint pas toutes les exigences attendues. Le comportement précédemment observé impose à l'utilisateur de compenser sans cesse les défauts de trajectoire du Sphero, ce qui rend ce dernier difficilement maniable et donc inutilisable. La suite du sujet vise à résoudre ce problème.

**Objectif**

Évaluer les solutions techniques mises en jeu dans la conception du Sphero et déterminer une commande du Sphero permettant à ce robot d'atteindre les exigences de stabilité, de maniabilité et de respect des consignes de l'utilisateur.

Deux aspects de la commande du robot Sphero seront étudiés : la génération des consignes de cap et de vitesse envoyées au Sphero et le principe de commande de la chaîne d'énergie du Sphero.

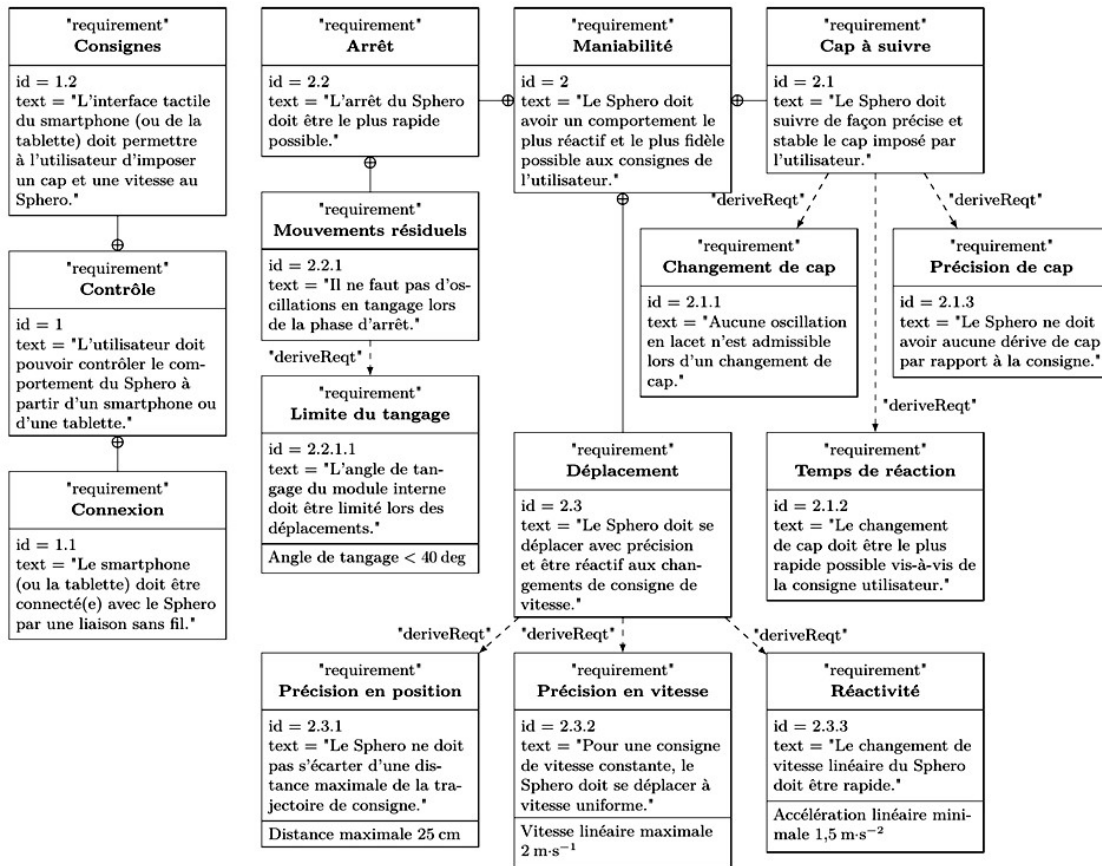


Figure 4 Diagramme des exigences du Sphero

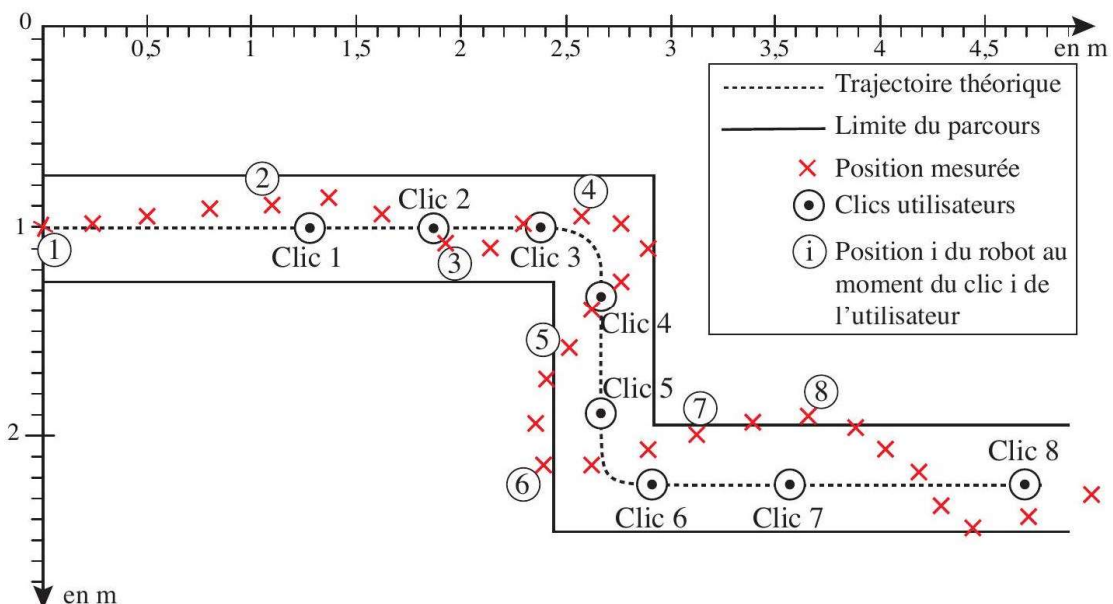


Figure 5 Trajectoire du Sphero

### III Architecture détaillée du robot Sphero

La composition du robot est fournie par le diagramme de définition des blocs figure 5.

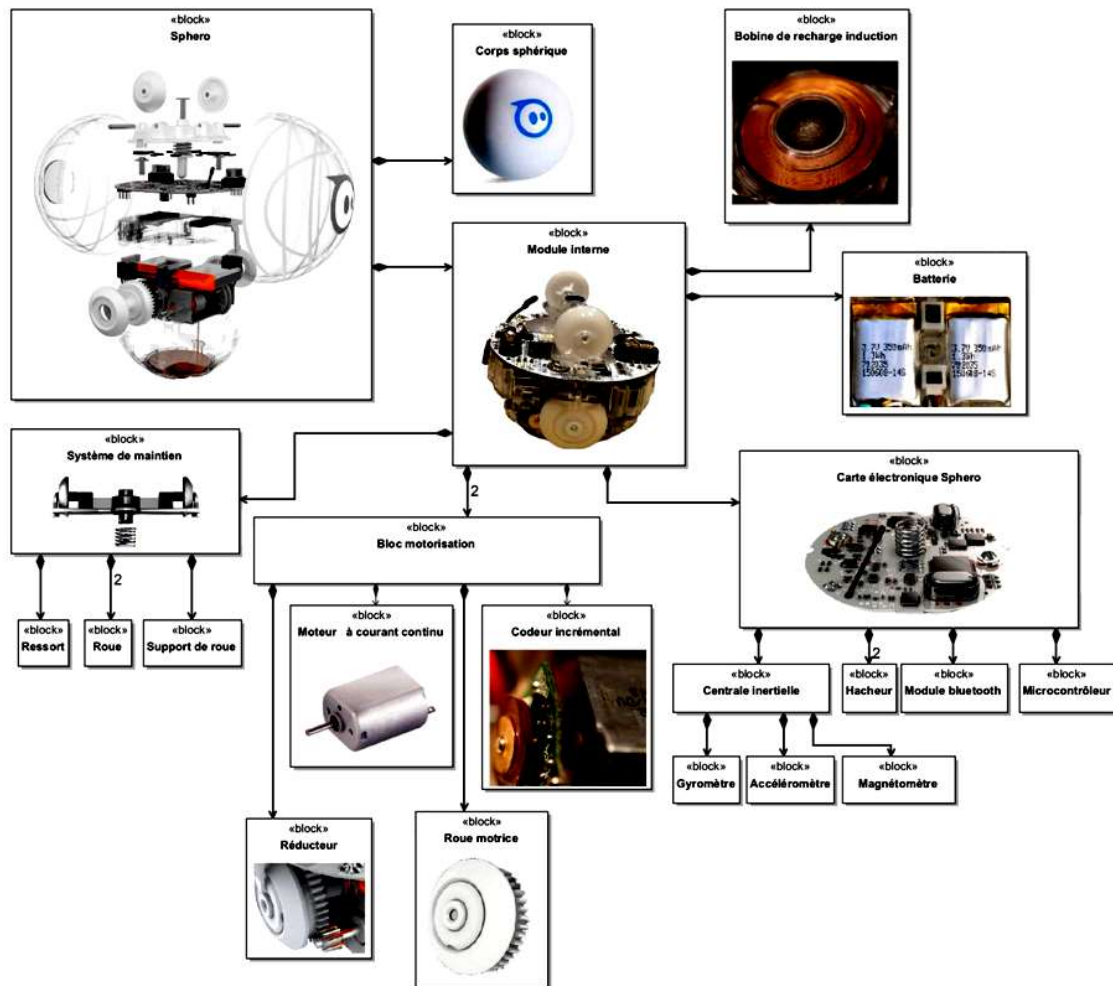


Figure 6 Diagramme de définition des blocs du Sphero

L'avance et l'orientation du robot sont créées par le module interne qui possède deux blocs de motorisation identiques et indépendants (comprenant chacun en particulier une roue motrice et un moteur). Le module interne est également équipé d'une centrale inertielle composée d'un magnétomètre (mesure du champ magnétique terrestre), d'un accéléromètre numérique (qui calcule les déplacements selon trois axes par double intégration des accélérations mesurées) ainsi que d'un gyromètre (mesure des vitesses de rotation en  $\text{deg.s}^{-1}$  autour de trois axes) permettant d'acquérir les informations décrites par la figure 7 .

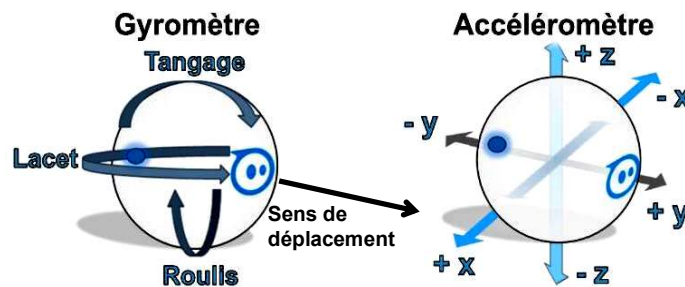


Figure 7 Illustration des informations acquises par la centrale inertielle

**Q 3.** Compléter sur la figure A du document réponse la description chaîne d'information / chaîne d'énergie du robot Sphero.

## IV Déplacement et réglage de cap du robot Sphero

Le robot est équipé de deux actionneurs (moteurs électriques à courant continu) indépendants. Il est de fait nécessaire de mettre en évidence le lien entre le comportement du robot Sphero et celui des actionneurs.

### Objectif

Mettre en évidence la relation entre les actionneurs et le comportement du Sphero, afin de déterminer la façon dont les actionneurs doivent être commandés.

### IV.A - Modélisation et paramétrage

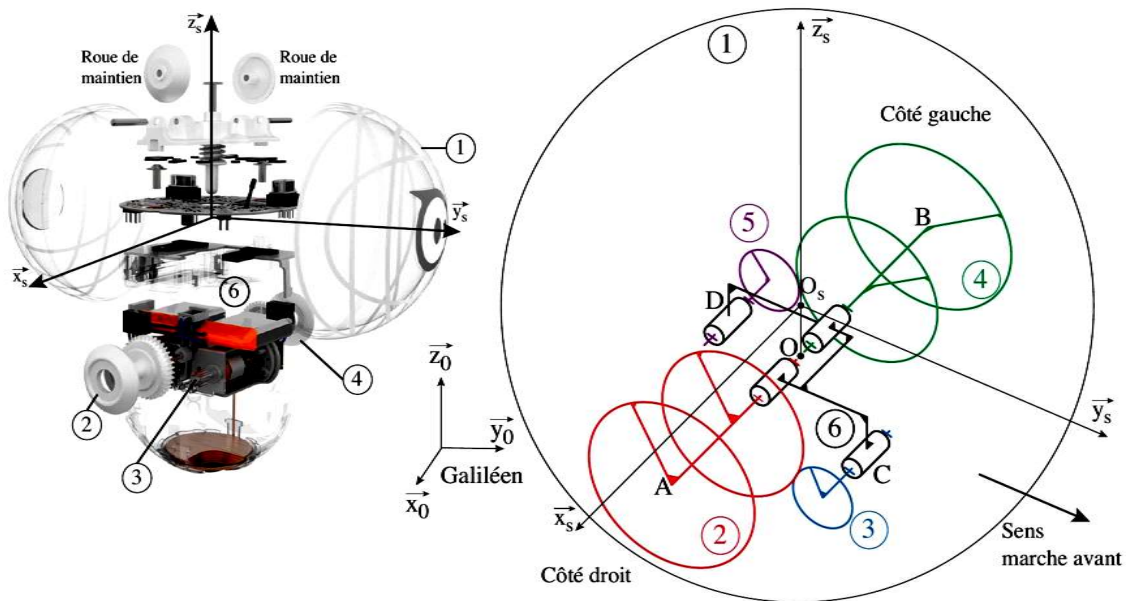


Figure 8 Schéma cinématique 3D du Sphero (sans le système de maintien)

1 désigne le corps sphérique du robot, 2 la roue motrice droite, 3 l'arbre moteur denté droit, 4 la roue motrice gauche, 5 l'arbre moteur denté gauche et 6 le châssis du module interne. Par la suite la désignation « module interne » correspond à l'ensemble {2+3+4+5+6}.

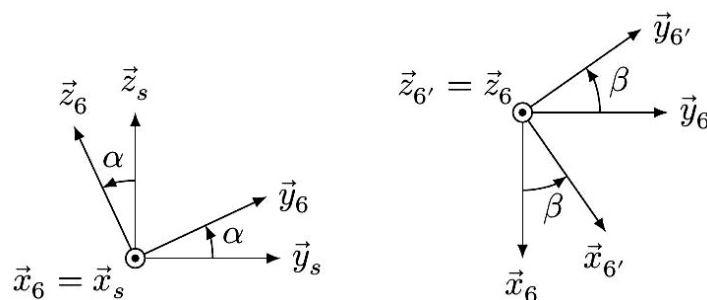


Figure 9 Définition des repères  $R_6$  et  $R_6'$

Le repère  $R_s(O_s; \vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$  accompagne le robot Sphero et est tel que  $\vec{z}_s = \vec{z}_0$  à chaque instant du mouvement, avec  $\vec{z}_0$  la verticale du lieu et  $\vec{y}_s$  dans la direction d'avance du robot. Le point  $O_s$  correspond au centre du corps sphérique du robot. Le châssis du module interne possède une mobilité en lacet (paramètre  $\beta$ ) et une en tangage (paramètre  $\alpha$ ) par rapport au corps du Sphero. Le roulis du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 n'est pas possible du fait de la forme des roues et de leur matière.

Le repère  $R_6(O; \vec{x}_6 = \vec{x}_s, \vec{y}_6 = \vec{y}_s, \vec{z}_6 = \vec{z}_s)$  se déduit du repère  $R_s$  par rotation d'angle  $\alpha$  autour de l'axe  $(O, \vec{x}_s)$ . Cet angle  $\alpha$  définit l'angle de tangage du châssis du module interne par rapport au repère  $R_s$ . Le repère  $R_6'(O; \vec{x}_6', \vec{y}_6', \vec{z}_6' = \vec{z}_6)$  lié au châssis du module interne, se déduit du repère  $R_6$  par rotation d'angle  $\beta$  autour de l'axe  $(O, \vec{z}_6)$ . Cet angle  $\beta$  définit l'angle de lacet du châssis du module interne par rapport au repère  $R_s$ . La figure 10 propose un schéma cinématique du Sphero projeté dans le plan  $(O; \vec{y}_s, \vec{z}_s)$  ainsi que dans le plan  $(O; \vec{x}_s, \vec{y}_s)$  (le système de maintien n'est pas pris en compte).

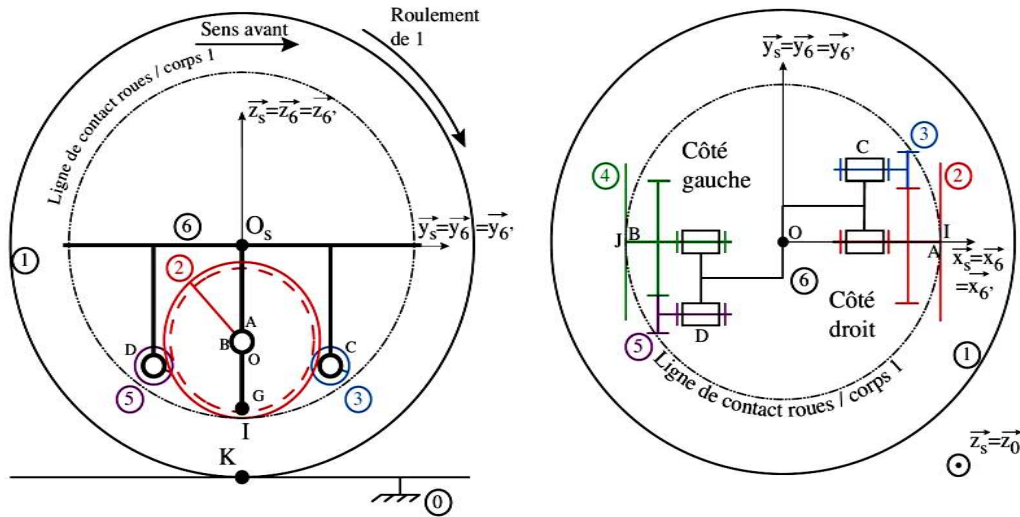


Figure 10 Schémas cinématiques du Sphero vu de côté et de dessus avec  $\alpha=0$  et  $\beta=0$

Le graphe des liaisons du robot Sphero (sans le système de maintien) est présenté figure 11.

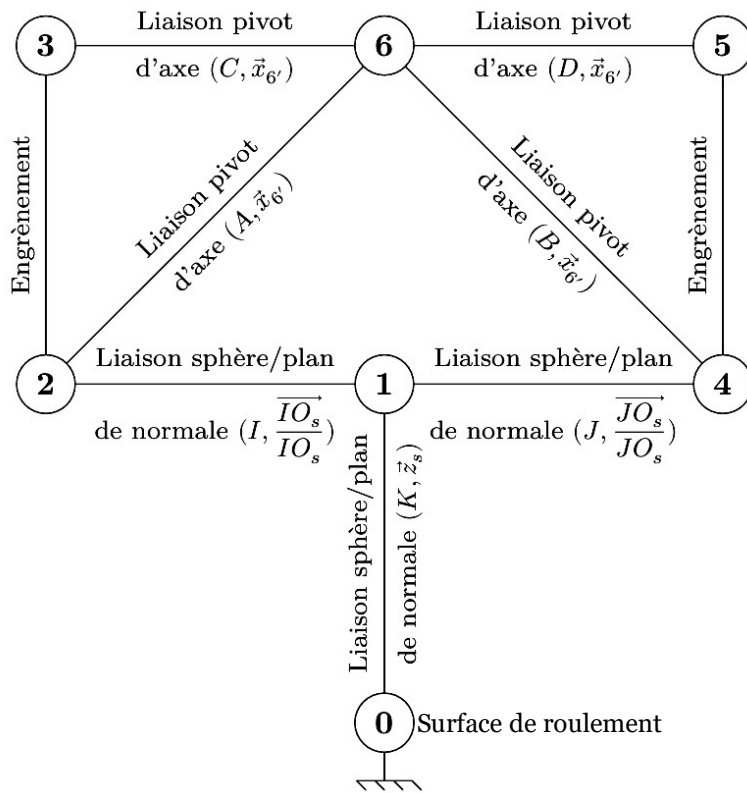


Figure 11 Graphe des liaisons du Sphero

### Hypothèses

L'hypothèse de roulement sans glissement sera adoptée au point I (point de contact 2/1), au point J (point de contact 4/1) et au point K (point de contact 1/0).

### Modèles cinématiques

- Les torseurs cinématiques sont notés :  $\{\mathcal{V}_{S_i/S_j}\} = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_{X, B_6}$
- Du fait de l'hypothèse de roulement sans glissement au point I, le torseur cinématique de la liaison 2/1 s'écrit en I et dans la base  $B_6(\vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  :  $\{\mathcal{V}_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & 0 \\ q_{21} & 0 \\ r_{21} & 0 \end{Bmatrix}_{I, B_6}$ .
- Pour les mêmes raisons,  $\{\mathcal{V}_{4/1}\} = \begin{Bmatrix} p_{41} & 0 \\ q_{41} & 0 \\ r_{41} & 0 \end{Bmatrix}_{J, B_6}$ .
- Le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}_{6/1}\}$  en O est de la forme  $\{\mathcal{V}_{6/1}\} = \begin{Bmatrix} p_{61} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{61} & 0 \end{Bmatrix}_{O, B_6}$ .
- $p_{61}$  correspond au taux de rotation en tangage du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero, et  $r_{61}$  correspond au taux de rotation en lacet du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero.
- Les autres liaisons mécaniques ont aussi leur torseur cinématique défini dans le repère  $R_6$ .

### Données

- $\vec{IA} = R\vec{z}_6 = \vec{JB}$  avec  $R=8$  mm rayon de la roue motrice 2;
- $\vec{OA} = L\vec{x}_6 = -\vec{OB}$
- $\vec{O_sK} = -R_s\vec{z}_s$  avec  $R_s=74$  mm rayon du corps sphérique 1;
- le rapport de réduction entre 2 et 3 (et entre 4 et 5) est noté  $k$  avec  $k=0,21 = \frac{|p_{26}|}{|p_{36}|} = \frac{|p_{46}|}{|p_{56}|}$ .

En exploitant la fermeture cinématique 2-6-4-1 il est possible d'écrire que  $r_{21} = k \frac{R}{2L} (p_{36} - p_{56})$  avec  $p_{36}$  le taux de rotation du moteur droit et  $p_{56}$  celui du moteur gauche.

**Q 4.** Écrire au point A les torseurs cinématiques suivants:  $\{\mathcal{V}_{6/1}\}_A, \{\mathcal{V}_{2/6}\}_A$  et  $\{\mathcal{V}_{1/2}\}_A$ .

**Q 5.** Par composition des mouvements faisant intervenir les solides 1,2 et 6, montrer que l'expression de  $r_{61}$  en fonction de  $p_{36}$  et  $p_{56}$  est de la forme  $r_{61} = \lambda(p_{36} - p_{56})$  avec  $\lambda$  à déterminer.

**Q 6.** Donner l'expression de  $p_{21}$  en fonction de  $p_{36}$ , de  $p_{56}$  et de  $k$ .

**Q 7.** Montrer que l'expression de  $p_{61}$  est de la forme  $p_{61} = \mu(p_{36} + p_{56})$  avec  $\mu$  à déterminer.

Pour la suite il est considéré que  $\lambda=0,074$  et  $\mu=0,105$ .

Lors d'un changement de cap du Sphero le châssis du module interne admet un mouvement de lacet autour de l'axe  $(O, \vec{z}_6)$ . Le cap du robot Sphero est en fait imposé par celui du module interne. Le lacet du châssis du module interne ne doit pas induire de tangage car l'avance et le changement de cap du Sphero doivent être indépendants.

**IV.B - Comportement des actionneurs pour un changement de cap**

- Q 8. Quelle doit être la valeur de  $p_{61}$  lors d'un changement de cap?
- Q 9. En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero lors d'un changement de cap.

**IV.C - Comportement des actionneurs pour un déplacement en ligne droite**

- Q 10. Quelle est la valeur de  $r_{61}$  lorsque le Sphero se déplace en ligne droite?
- Q 11. En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero afin que ce dernier puisse se déplacer en ligne droite.

**IV.D - Vitesse d'avance et respect de l'exigence 2.3 de déplacement**

Au point K de contact entre le corps 1 et le sol noté 0 il y a roulement sans glissement et donc le torseur

cinématique de la liaison 1/0 s'écrit en K et dans la base  $B_s(\vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s) : \{V_{1/0}\} = \begin{pmatrix} p_{10} & 0 \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{pmatrix}_{K, B_s}$ .

- Q 12. Lors d'un mouvement d'avance en ligne droite, donner la relation entre  $p_{10}, R_s$  et  $v$  la vitesse d'avance du robot par rapport au sol ( $v = \vec{V}_{O_s, 1/0} \cdot \vec{y}_s$ ).

Pour cette étude, on se place en régime établi où l'angle de tangage  $\alpha$  du module interne est constant.

- Q 13. Pour  $\alpha$  constant et toujours lors d'un déplacement en ligne droite ( $\vec{x}_s = \vec{x}_6 = \vec{x}_6'$ ), que vaut la composante  $p_{60} = \vec{\Omega}_{6/0} \cdot \vec{x}_s$  correspondant à la vitesse de tangage du module interne par rapport au sol ?

- Q 14. En déduire la relation entre  $p_{10}$  et  $p_{61}$ .

Le constructeur du robot Sphero annonce une vitesse maximale d'avance en ligne droite  $v = \vec{V}_{O_s, 1/0} \cdot \vec{y}_s = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  alors que les moteurs possèdent un taux de rotation maximal de  $1200 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

- Q 15. Déterminer l'expression de  $v$  en fonction de  $p_{36}$  et de  $p_{56}$ . Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 2.3.2.

Maintenant que la manière avec laquelle les moteurs doivent être pilotés est connue et que ces derniers semblent cinématiquement bien dimensionnés, il reste à évaluer les performances dynamiques du robot en tangage.



V Comportement en tangage du Sphero (exigences 2.2.1 et 2.2.1.1)

Les choix technologiques de conception du robot Sphero ont été réalisés afin que « naturellement » le robot n'ait pas d'oscillations en tangage à l'arrêt et que le tangage du module interne soit à angle constant lors des phases de mouvement à vitesse uniforme.

**Objectif**

Vérifier que la structure mécanique du robot permet le respect de la contrainte sur le tangage du module interne.

**V.A - Analyse de l'agencement mécanique du robot**

La figure 12 représente le robot Sphero à l'arrêt vu de côté et de dessus. Le robot a été conçu de façon à ce que les éléments principaux du module interne soient disposés symétriquement par rapport à l'axe  $(O_s; \vec{z}_6)$ . Quant à la carte électronique, son centre de gravité est confondu avec le centre  $O_s$ .

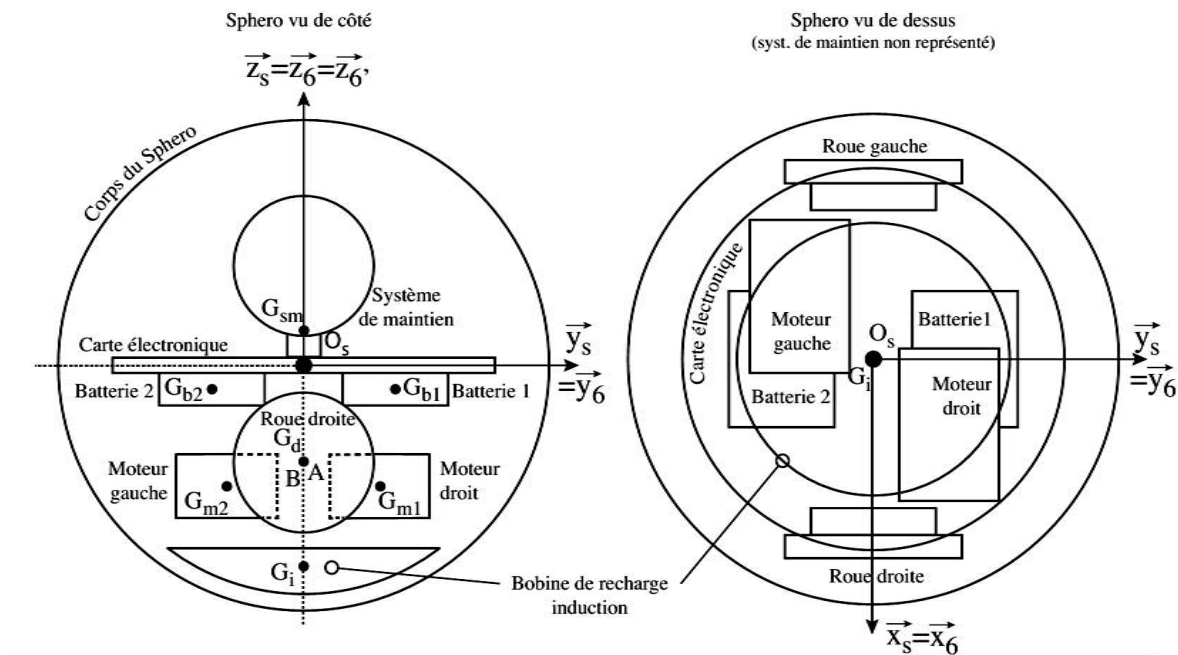


Figure 12 Robot Sphero représenté à l'arrêt de profil et vu de dessus  $\alpha=0$  et  $\beta=0$

$G_i$  est le centre de gravité de la bobine de recharge par induction,  $G_{m1}$  celui du moteur droit,  $G_{m2}$  celui du moteur gauche,  $G_{b1}$  celui de la batterie 1,  $G_{b2}$  celui de la batterie 2, A celui de la roue droite, B celui de la roue gauche et  $G_{sm}$  celui du système de maintien. Ces points sont définis par :

- $\overrightarrow{O_s G_{b1}} \cdot \vec{z}_6 = \overrightarrow{O_s G_{b2}} \cdot \vec{z}_6 = -h_b$
- $\overrightarrow{O_s G_{m1}} \cdot \vec{z}_6 = \overrightarrow{O_s G_{m2}} \cdot \vec{z}_6 = -h_m$ ;
- $\overrightarrow{O_s A} \cdot \vec{z}_6 = \overrightarrow{O_s B} \cdot \vec{z}_6 = -h_r$
- $\overrightarrow{O_s G_{sm}} \cdot \vec{z}_6 = h_s$
- $\overrightarrow{O_s G_i} \cdot \vec{z}_6 = -h_i$ .

La masse totale du module interne est  $M=115$  g. Les masses des différents composants sont fournies tableau 1.

Désignation	Position	Masse
Carte électronique	en $O_s$	$m_c=12$ g
Batterie 1	$h_b=9$ mm	$m_b=7$ g
Batterie 2	$h_b=9$ mm	$m_b=7$ g
Bobine de recharge	$h_i=35$ mm	$m_i=27$ g
Système de maintien	$h_s=9$ mm	$m_s=8$ g

Désignation	Position	Masse
Roue droite	$h_r=15$ mm	$m_r=1$ g
Roue gauche	$h_r=15$ mm	$m_r=1$ g
Moteur droit	$h_m=20$ mm	$m=26$ g
Moteur gauche	$h_m=20$ mm	$m=26$ g

Tableau 1 Masses et positions des composants

- Q 16.** La position du centre de gravité  $G$  du module interne étant définie par  $\overrightarrow{O_s G} = x_g \vec{x}_6 + y_g \vec{y}_6 + z_g \vec{z}_6$ , déterminer  $x_g, y_g$  et  $z_g$  en fonction des paramètres dimensionnels du robot. Faire les applications numériques.
- Q 17.** À partir de la question précédente, expliquer l'intérêt de la répartition des masses des composants du module interne.

### **V.B - Comportement en tangage du module interne**

Même si la structure du robot semble en cohérence avec les exigences à atteindre, il reste encore à analyser le comportement en tangage du module interne lors de l'avance du robot.

Il faut que lors d'un mouvement d'avance rectiligne et pour l'accélération minimale préconisée du robot Sphero, l'angle de tangage du module interne soit constant et n'excède pas  $40^\circ$  (exigence 2.2.1.1.). Au delà de cette valeur, les oscillations en tangage du Sphero lors de son arrêt seront d'amplitude trop grande et leur nombre trop important. De plus, sur un sol dur et non parfait (tel que du béton), ces oscillations couplées aux défauts du sol peuvent induire des petites oscillations en lacet qui ont pour conséquence un changement d'orientation du robot. De fait, avant tout nouveau démarrage, l'utilisateur serait contraint de régler de nouveau le cap s'il voulait que le robot reprenne celui initialement suivi.

Pour ce qui suit  $\beta=0$  (pas de lacet) et donc les repères  $R_6$  et  $R_6'$  sont confondus. La liaison corps 1/sol est une liaison sphère/plan de centre  $K$  et de normale  $\vec{z}_s$  avec frottement.

On rappelle  $\overrightarrow{O_s K} = -R_s \vec{z}_s$  avec  $R_s = 74$  mm.

Expression du torseur mécanique de l'action du sol sur le corps 1:

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} T_{01} \vec{y}_s + N_{01} \vec{z}_s \\ \vec{0} \end{array} \right\}_K \quad \text{avec } N_{01} > 0 \text{ et } T_{01} > 0$$

L'accélération constante minimale préconisée du Sphero s'écrit:  $\vec{a}_{O_s \in 6/0} = a \vec{y}_s$  avec  $a = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

On néglige les masses des solides 1,2,3,4,5 au regard de la masse du châssis du module interne 6. La masse de l'ensemble des solides  $\{1,2,3,4,5,6\}$  est  $M = 115$  g, et le centre de gravité de cet ensemble est G avec  $\overrightarrow{O_s G} = z_g \vec{z}_6$  et  $z_g = -18$  mm.

L'angle de tangage,  $\alpha$ , du châssis du module interne est défini figure 13.

- Q 18.** Le système isolé étant l'ensemble du Sphero constitué des solides  $\{1,2,3,4,5,6\}$ , faire un inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées à cet ensemble.
- Q 19.** En considérant un mouvement **rectiligne** uniformément accéléré du châssis du module interne du Sphero et un angle  $\alpha$  de tangage du châssis du module interne **constant**, donner l'expression de  $\vec{\delta}_K(\{1,2,3,4,5,6\}/0)$  moment dynamique de l'ensemble  $\Sigma = \{1,2,3,4,5,6\}$  au point K. Pour simplifier ce calcul on néglige les moments d'inertie des différents solides appartenant à  $\Sigma$ .
- Q 20.** Après avoir précisé le théorème utilisé, déterminer l'accélération  $a$  en fonction de l'angle de tangage  $\alpha$  de  $z_g$  et de  $R_s$ :  $a(\alpha, z_g, R_s)$ .
- Q 21.** En admettant que la fonction  $a(\alpha, z_g, R_s)$  est croissante en  $\alpha$ ,  $\alpha \in [0 \text{ deg}, 50 \text{ deg}]$ , conclure au regard de l'exigence 2.2.1.1.

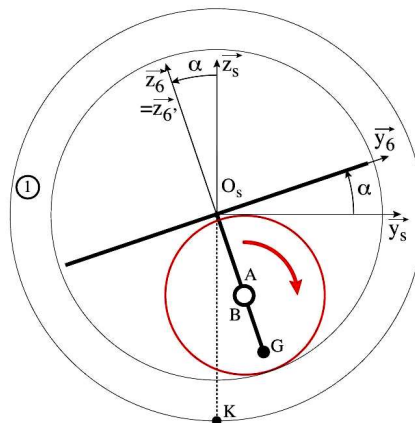


Figure 13 Vue de profil du Sphero avec  $\alpha \neq 0$  et  $\beta = 0$

## Bassin de traction du LHEEA

### 1 PRÉSENTATION

Le système étudié, nommé bassin de traction, est un des nombreux bassins d'essais du Laboratoire de recherche en Hydrodynamique, Énergétique et Environnement Atmosphérique (LHEEA) situé à Nantes.

Ce bassin de traction mesure 140 m de long, 5 m de large, et a une profondeur constante de 3 m (Figure 14). Il est équipé d'un chariot de traction pouvant se déplacer dans l'une ou l'autre des directions, avec des vitesses atteignant jusqu'à  $8 \text{ m.s}^{-1}$  (Figure 15). À une extrémité du bassin se trouve un batteur à houle permettant de générer des houles unidirectionnelles régulières de hauteur crête-à-creux maximale de 0,5 m. À son autre extrémité, une plage d'amortissement sert à faire déferler les vagues pour limiter leur réflexion dans le bassin.



Figure 14 : Bassin de traction

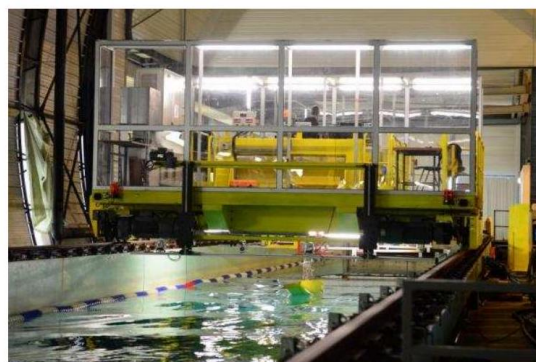


Figure 15 : Chariot de traction

Ce bassin, 2<sup>ème</sup> plus grand bassin de traction en France et le 1<sup>er</sup> au niveau académique, permet de mener un certain nombre d'expériences:

- études de navires sur eau calme et sur houle ;
- tests de résistance à l'avancement de navires avec ou sans houle ;
- optimisations de carènes, tenue à la mer de navires ou structures flottantes ;
- tests de technologies en Energies Marines Renouvelables.

Il a par exemple servi aux tests menés sur la nouvelle hydrolienne développée par Alstom (Figure 16).

L'industriel a utilisé une maquette de l'hydrolienne sur ce bassin de traction afin d'étudier son comportement pendant la phase de remorquage et, ainsi, vérifier jusqu'à quel état de mer elle pouvait être tractée.

L'analyse fonctionnelle globale de ce bassin est disponible en Annexe 2. Le diagramme des exigences est consultable en Annexe 4.

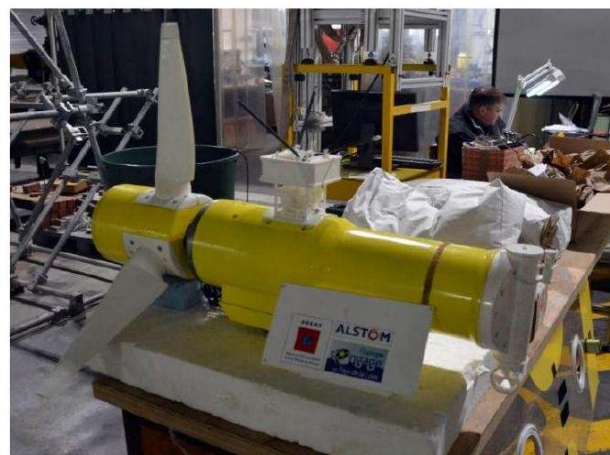


Figure 16 : Maquette de l'Hydrolienne testée par Alstom

## 2 ÉTUDE DE L'EXIGENCE 1.1.1 : « DURÉE DE L'ESSAI »

Objectif: Choisir un matériau pour la bande de roulement de chaque roue en contact avec le rail, afin de permettre des mesures correctes pendant une durée minimale de mesure  $t_{acq}$  donnée.

### 2.1 Détermination de l'accélération minimale

Dans un premier temps, on va déterminer l'accélération minimale nécessaire pour que le chariot puisse se déplacer à une vitesse constante  $V_m=8 \text{ m.s}^{-1}$  pendant une durée d'acquisition  $t_{acq}=10 \text{ s}$ .

#### Modélisation :

Lors d'un essai, le chariot (3) (voir Figure 18) se déplace par rapport au sol (0) en translation rectiligne à une vitesse  $V_3(t)$  qui suit une loi de vitesse (Figure 17) découpée en 3 phases :

- première phase: accélération  $\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$  constante ( $\gamma > 0$ ) jusqu'à atteindre la vitesse terminale souhaitée  $V_3(T_1) = V_m$ ;
- deuxième phase: vitesse terminale conservée pendant la durée de l'acquisition  $t_{acq} = T_2 - T_1$ ;
- troisième phase : décélération  $-\gamma = \frac{dV_3(t)}{dt}$  constante ( $\gamma > 0$ ) jusqu'à l'arrêt complet.

Le profil de vitesse adopté est le suivant :

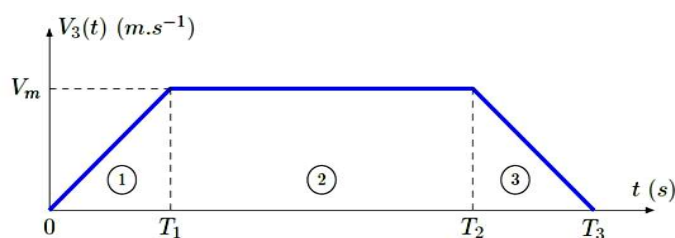


Figure 17 : Profil de vitesse souhaité du chariot

A chaque essai, le chariot part d'une position initiale  $X_0$  et termine sa course à une position finale  $X_f$ .

#### Données :

Pour rappel, la longueur complète du bassin est de 140 m . Le chariot doit observer une distance de sécurité à chaque côté du bassin. Autrement dit on prendra  $X_0=10 \text{ m}$  et  $X_f=130 \text{ m}$ .

La vitesse de déplacement du chariot pendant la deuxième phase sera prise maximale et égale à  $V_m=8 \text{ m.s}^{-1}$ . La durée de l'acquisition sera prise égale à  $t_{acq}=10 \text{ s}$ .

**Q22.** A partir de la Figure 17, donner l'expression du temps  $T_1$  nécessaire pour avoir  $t_{acq}=10 \text{ s}$ . En déduire l'expression littérale de l'accélération  $\gamma$  de la première phase en fonction de  $V_m$ ,  $t_{acq}$ ,  $X_0$  et  $X_f$ . Faire l'application numérique.

### 2.2 Détermination du facteur de frottement minimal

Afin d'éviter un phénomène de glissement entre les roues motrices et le rail au moment où l'accélération est maximale (phase 1 de la Figure 17), il est nécessaire de déterminer le facteur de frottement minimal entre le rail et les roues. On pourra ainsi valider l'hypothèse de roulement sans glissement.

**Modélisation :**

Le chariot est composé de quatre roues motrices et de quatre roues libres en rotation. Pour des raisons de symétrie, on ne considère qu'une moitié du chariot. On fait alors l'hypothèse de problème plan, dans le plan  $(G_3, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Par souci de simplification, on fera l'étude à partir du schéma cinématique simplifié de la Figure 18 où seules les deux roues motrices ont été conservées.

**Schéma de principe :**

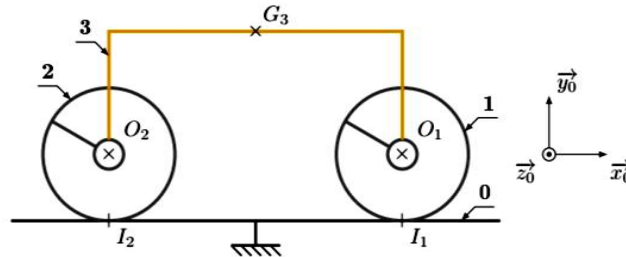


Figure 18 : Modélisation plane simplifiée du chariot (moteurs et réducteurs non représentés)

**Chaine de puissance :**

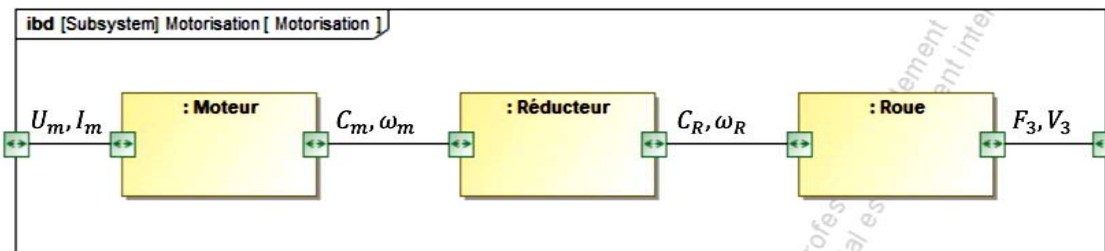


Figure 19 : Chaîne de puissance de la motorisation pour une roue

**Données et notations :**

- La plateforme (3) a pour centre de gravité le point  $G_3$  et pour masse  $m_3$ .
- Le mouvement de la plateforme sera défini par la vitesse  $\vec{V}_{G_3 \in 3/0} = V_3 \cdot \vec{x}_0$  et par l'accélération  $\vec{a}_{G_3 \in 3/0} = \gamma \cdot \vec{x}_0$
- Le point  $O_1$  est le centre d'inertie de la roue motrice avant (1), le point  $O_2$  est celui de la roue motrice arrière (2). Chaque roue motrice possède une masse  $m_R$  et un moment d'inertie  $J_R$  par rapport à son axe de rotation dans son mouvement par rapport à (3). Le rayon de chaque roue motrice est  $R$ .
- On définit les 2 grandeurs cinématiques suivantes:  $\omega_m$  vitesse de rotation du rotor du moteur par rapport à (3) et  $\omega_R$  vitesse de rotation des roues (1) et (2) par rapport à (3). Le moteur est alimenté en puissance électrique caractérisée par le courant  $I_m$  parcourant le moteur et par la tension  $U_m$  aux bornes de son induit.
- Au niveau de chaque roue, le réducteur (non représenté sur la Figure 18) positionné entre le moteur et la roue motrice possède un rapport de réduction noté  $k$  vérifiant  $\omega_R = k \cdot \omega_m$ .
  - $\vec{O}_1 G_3 = -L \cdot \vec{x}_0 + H \cdot \vec{y}_0$
  - $L = 2m$
  - $\vec{O}_2 G_3 = L \cdot \vec{x}_0 + H \cdot \vec{y}_0$
  - $J_R = 20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
  - $m_3 = 6000 \text{ kg}$
  - $H = 1m$
  - $R = 0,25m$
  - $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$  avec  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
  - $m_R = 200 \text{ kg}$
  - $k = \frac{1}{25}$

**Hypothèses :**

- Les contacts entre les roues et le rail seront considérés avec frottement (le facteur de frottement est noté  $f$  et on néglige la résistance au roulement), et on fait l'hypothèse de roulement sans glissement au niveau de ces contacts.
- Toutes les autres liaisons seront supposées parfaites. On supposera aussi que le réducteur est de rendement énergétique unitaire.
- Les actions mécaniques résistant à l'avancement et dues à l'action de l'air sur le chariot et à l'action de l'eau sur la maquette seront négligées par rapport aux effets dynamiques.
- Les masses et moments d'inertie des moteurs et des réducteurs seront négligés.
- Le sol du laboratoire (0) sera pris comme un référentiel galiléen de base  $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

**Modélisation des actions mécaniques et notations retenues :**

- Pour toutes les actions mécaniques inconnues qu'il sera pertinent de définir, on utilisera la notation suivante (écriture avec hypothèse de problème plan) :
- Pour la motorisation des roues (1) et (2), les actions respectives du rotor du moteur sur l'arbre d'entrée du réducteur seront modélisées par:

$$\{\mathcal{T}_{\text{mot } 1 \rightarrow \text{red } 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_1}$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{mot } 2 \rightarrow \text{red } 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_2}$$

- De la même manière, les actions respectives de l'arbre de sortie du réducteur sur la roue seront modélisées par :

$$\{\mathcal{T}_{\text{red } 1 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_1 \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

$$\{\mathcal{T}_{\text{red } 2 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_R \cdot \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_2}$$

On prendra  $\omega_R = -\frac{V_3}{R}$  la vitesse de rotation des roues motrices (1) et (2) par rapport à la plateforme (3).

Les réducteurs étant considérés parfaits, on admettra que:  $C_m = k \cdot C_R$

Par ailleurs, on a établi l'égalité suivante par un calcul énergétique :

$$-\frac{C_m}{k \cdot R} = \frac{M_{\text{eq}}}{2} \gamma \quad \text{avec} \quad M_{\text{eq}} = m_3 + 2 \cdot m_R + 2 \cdot \frac{J_R}{R^2}$$

**Q23.** Donner l'expression du moment dynamique  $\overline{\delta}_{O_1, 1/0}$  de la roue avant (1) au point  $O_1$  dans son mouvement par rapport au sol (0) en fonction de  $\frac{d\omega_R}{dt}$ . Réaliser l'inventaire des actions mécaniques extérieures agissant sur (1) (donner l'expression de chaque torseur).

**Q24.** On isole la roue avant (1). Écrire le théorème du moment dynamique appliqué à la roue (1) au point  $O_1$  projeté sur  $\vec{z}_0$ , puis en déduire l'expression littérale de la composante  $X_{01}$  (de l'action du sol (0) sur la roue (1)) en fonction uniquement de l'accélération  $\gamma$  et des masses. Donner alors, sans faire le calcul, l'expression littérale de la composante  $X_{02}$  de l'action du sol (0) sur la roue (2).

**Q25.** On isole l'ensemble du chariot ( $\Sigma$ )=(1)U(2)U(3)U(moto-réducteurs). Proposer le théorème utilisé (T.R.D. ou T.M.D., la projection, éventuellement le point) permettant de déterminer la composante  $Y_{01}$ . Donner l'expression de la composante du torseur dynamique correspondant en fonction de  $\gamma$ , des différentes masses et/ou inerties ainsi que des grandeurs géométriques.

**Q26.** Proposer uniquement la démarche (isolement(s), inventaire des actions mécaniques, théorème(s) utilisé(s)) permettant ensuite de déterminer la composante  $Y_{02}$  de l'action du sol (0) sur la roue (2).

Une application numérique a permis de déterminer, sous les hypothèses fournies précédemment, la valeur minimale pour assurer le non-glissement du facteur de frottement noté  $f_1$  au niveau de la roue motrice avant (1) puis celle du facteur de frottement noté  $f_2$  au niveau de la roue motrice arrière (2) :  $f_1=0,177$  et  $f_2=0,146$ .

**Q27.** Dans un premier temps, en se basant sur les lois de Coulomb, indiquer la démarche qui a été mise en œuvre pour déterminer les valeurs minimales de  $f_1$  et  $f_2$ .

En réalité, le chariot ne possède pas seulement quatre roues motrices (deux de chaque côté), mais deux bogies constitués chacun de deux roues motrices et de deux roues libres en rotation (Annexe 6). La présence d'une roue libre en rotation sur chaque côté d'un bogie permet de soulager environ de moitié l'effort normal sur chaque roue motrice, tandis que l'effort tangentiel sur chaque roue motrice reste identique.

Le rail sur lequel les roues roulent sans glisser est en acier. On souhaite utiliser le même matériau pour toutes les roues (avants comme arrières, motrices comme libres).

On adoptera un coefficient de sécurité  $s=2$  afin de garantir la pertinence des résultats en tenant compte des hypothèses simplificatrices adoptées lors de la modélisation.

**Q28.** A partir des indications fournies, proposer une valeur du facteur de frottement à retenir et justifier. Enfin, à partir du Tableau 1 ci-dessous, proposer un choix de bandage (matériau de chaque roue) qui permette d'éviter le glissement en phase d'accélération, pour ainsi respecter l'exigence 1.1.1.

Matériau 1	Matériau 2	Facteur de frottement - sec
Acier	Téflon	0,05
Acier	Acier (sec)	0,2
Acier	PVC	0,5
Acier	Caoutchouc	1 à 4

Tableau 1 : Facteur de frottement en fonction du couple de matériaux - contact sec

### 2.3 Etude du système de levage

L'étude précédente a permis de montrer qu'il faut choisir un bandage (couche de matière entourant chaque roue du chariot) pour obtenir le facteur de frottement nécessaire pour assurer l'exigence 1.1.1.

Lors des phases statiques, ce bandage va se déformer de manière permanente sous le propre poids du chariot. Le risque est de se retrouver avec des roues qui possèdent des zones aplaties et qui n'ont plus un profil circulaire et par conséquent de voir les essais perturbés par des vibrations.

La solution proposée est de maintenir le chariot surélevé par des vérins lors des phases statiques. C'est pourquoi, deux mécanismes identiques de levée (un pour chaque côté) sont intégrés au chariot. La structure d'un mécanisme de levage est présentée sur le Diagramme de Bloc Interne en Annexe 7.

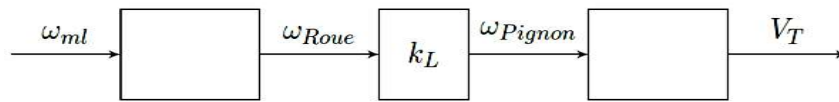


**Données :**

- Moteur de levage :  
→ Vitesse de rotation en charge :  $\omega_{ml}=200\text{rad.s}^{-1}$
- Réducteur Roue et Vis sans fin :  
→ Nombre de filets de la vis:  $n_{vis}=2$   
→ Nombre de dents de la roue:  $Z_{Roue}=50$
- Réducteur levage :  
→ Rapport de réduction:  $\omega_{pignon}=k_L \cdot \omega_{Roue}$  avec  $k_L=\frac{1}{40}$
- Pignon crémaillère :  
→ Diamètre primitif du pignon:  $d_{pignon}=0,02\text{ m}$
- Tige du vérin :  
→ Course:  $C_T=0,01\text{ m}$

La tige de vérin est solidaire de la crémaillère.

**Q29.** Compléter le schéma-blocs en indiquant le gain cinématique dans chaque bloc et le nom du composant sous chaque bloc. En déduire l'expression littérale de la vitesse de la tige  $V_T$  en fonction de la vitesse de rotation du moteur de levage  $\omega_{ml}$ . Faire l'application numérique.



**Q30.** Donner l'expression littérale du temps de manœuvre  $T_V$ . Faire l'application numérique puis conclure quant au respect de l'exigence 3.3.2 du cahier des charges.

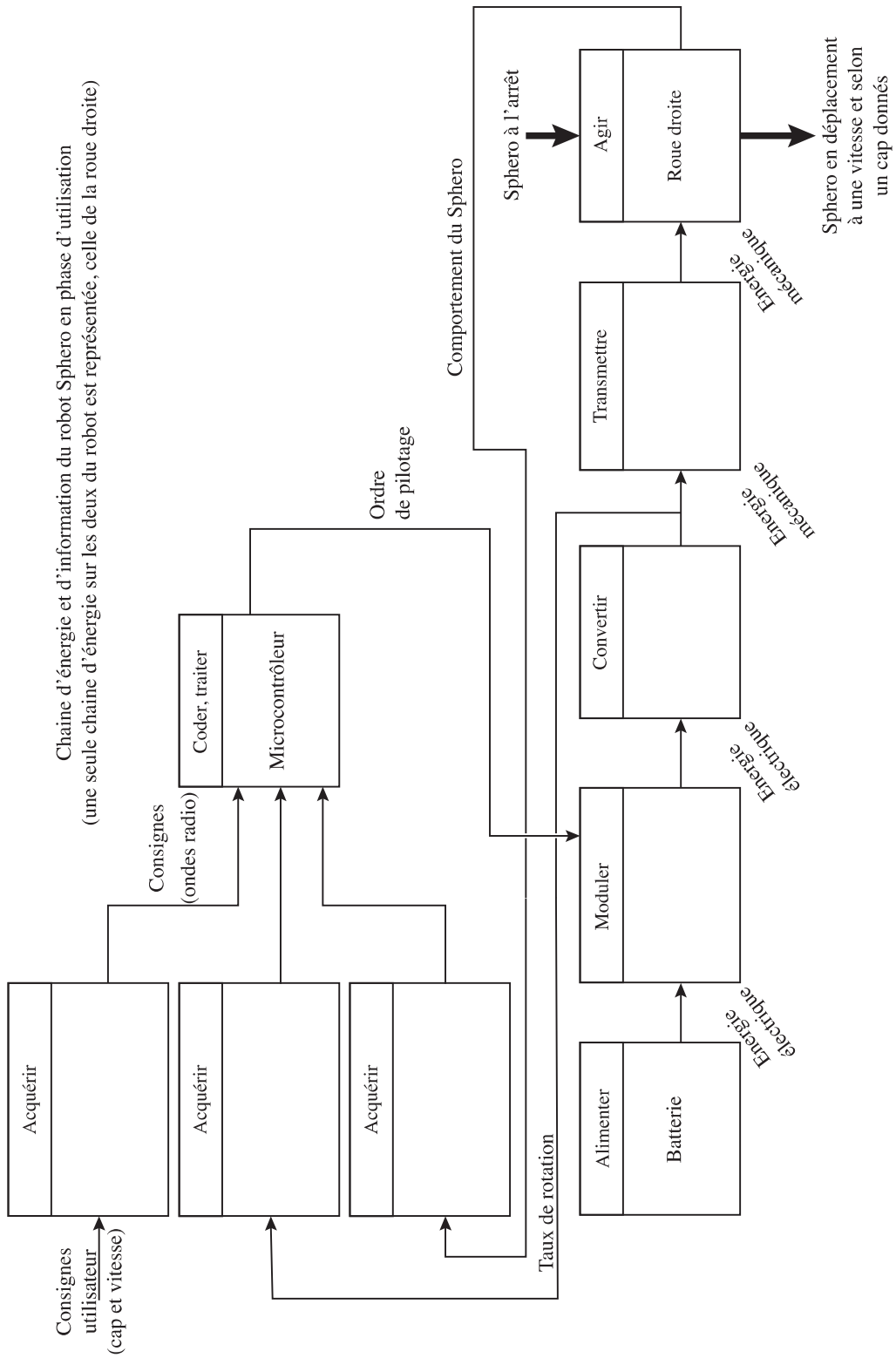


Figure A

## ANNEXE 4 : EXTRAIT DU RECUEIL DES EXIGENCES

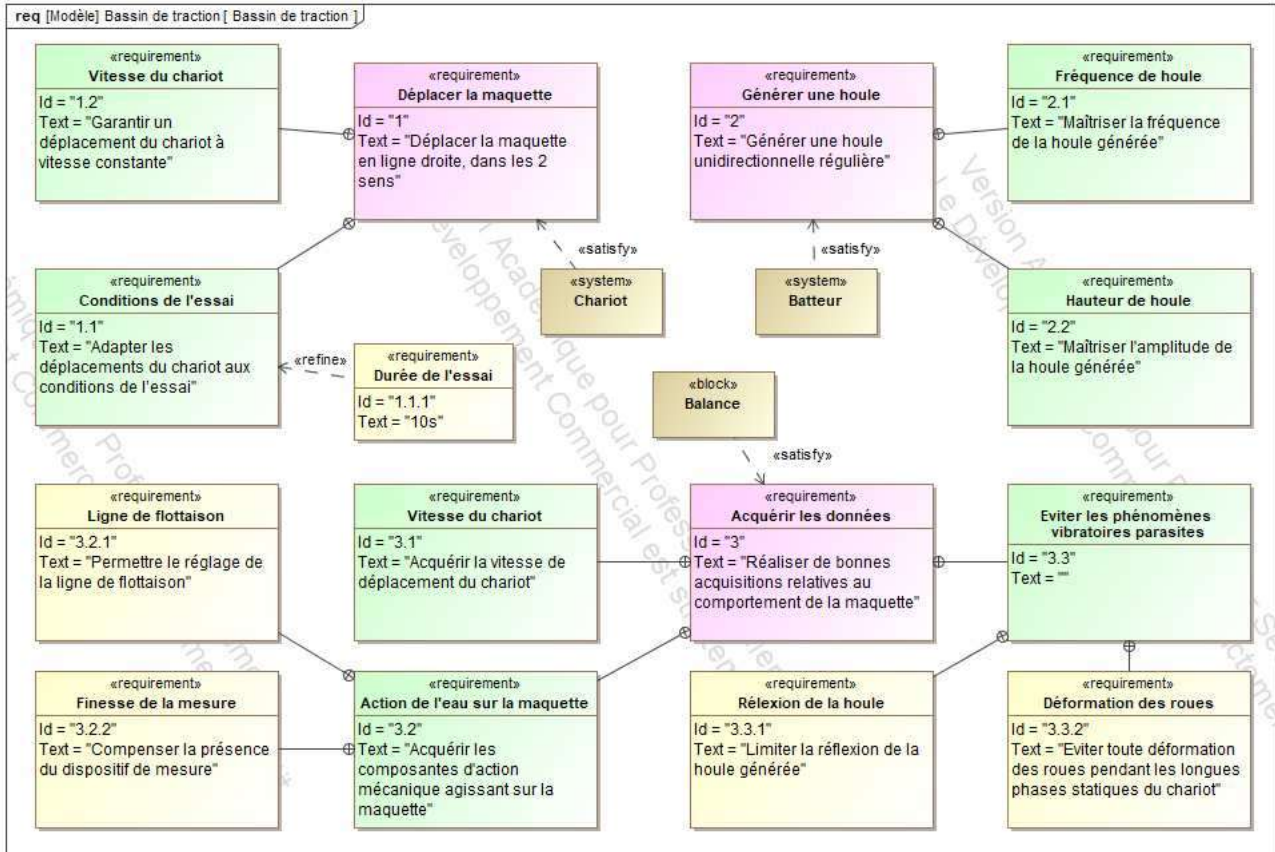


Diagramme des exigences (partiel)

Id	Exigences	Id	Exigences	Niveaux
1	Déplacer la maquette en ligne droite, dans les 2 sens			
1.1	Adapter les déplacements du chariot aux conditions de l'essai	1.1.1	Durée de l'essai	$t_{acq} \geq 10 s$
		1.1.2	Distance de freinage	$D_{FU} \leq 10 m$
		1.1.3	Glissement de la roue libre sur le rail	Nul
1.2	Garantir un déplacement du chariot à vitesse constante	1.2.1	Rapidité (Temps de réponse à 5%)	$T_{r5\%} \leq 3 s$
		1.2.2	Stabilité : Marge de gain Marge de phase	$M_G \geq 12 dB$
				$M_\varphi \geq 45^\circ$
1.2.3	Précision : Erreur statique pour une entrée : $v_c(t) = V_0 \cdot u(t)$ avec $V_0 = 8m \cdot s^{-1}$	$E_S = 0$		
2	Générer une houle unidirectionnelle régulière			
3	Réaliser de bonnes acquisitions relatives au comportement de la maquette			
3.3	Eviter les phénomènes vibratoires parasites	3.3.2	Durée de manœuvre du dispositif de relevage	$T_V \leq 5 s$

Tableau des exigences (partiel)

## ANNEXE 5 : ARCHITECTURE ORGANIQUE DU SYSTEME

Le bassin de traction est composé d'un bassin rempli d'eau, d'un batteur générant une houle, de deux rails sur lesquels un chariot est mis en mouvement pour générer une vitesse relative d'une maquette par rapport à l'eau.

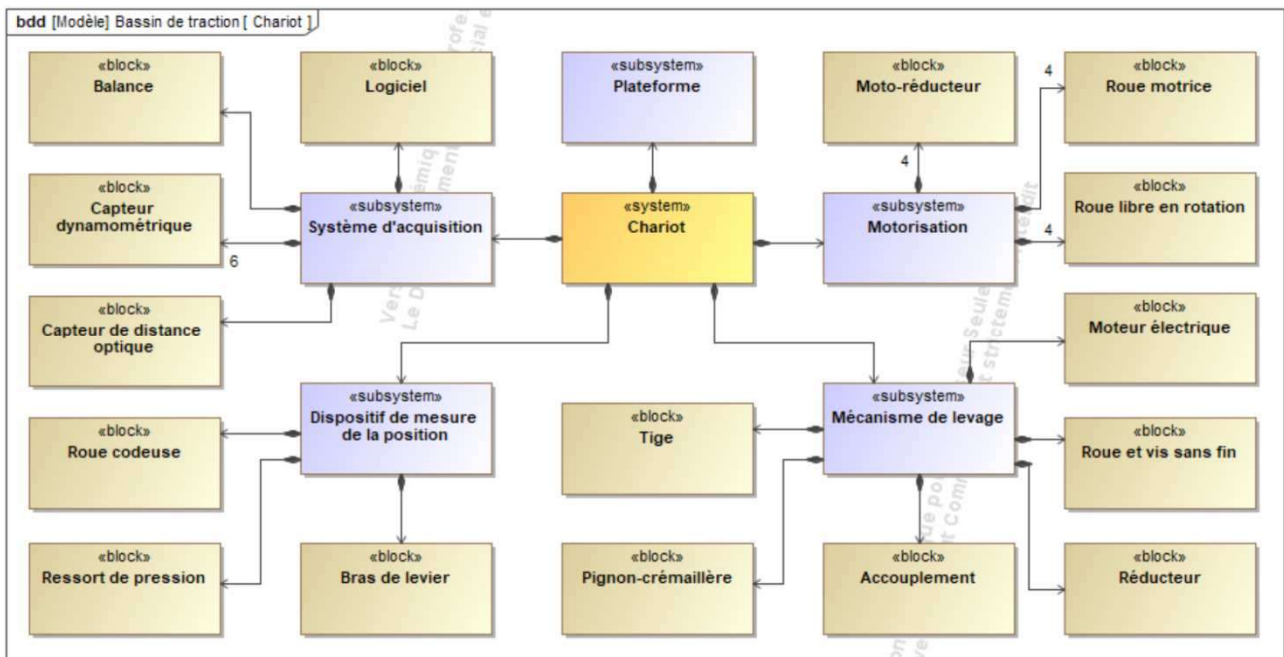
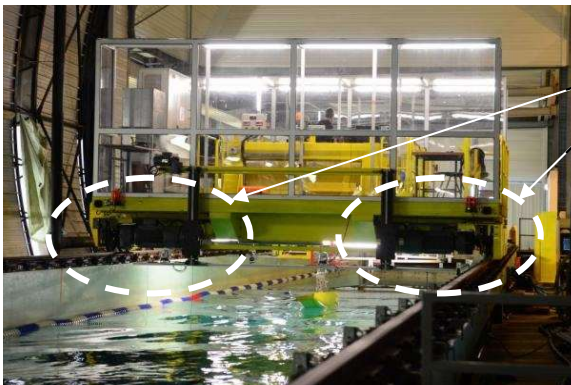


Diagramme de Définition de Blocs du Bassin de Traction

## ANNEXE 6 : MODELISATION DU CHARIOT ET DE SON GUIDAGE



La plateforme se déplace sur deux rails (voir ci-contre). Le schéma ci-dessous représente l'architecture du guidage sur un seul rail. Le système est considéré symétrique.

Dans tout l'énoncé, on utilisera la base orthonormée directe  $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  comme présentée dans la figure ci-dessous.

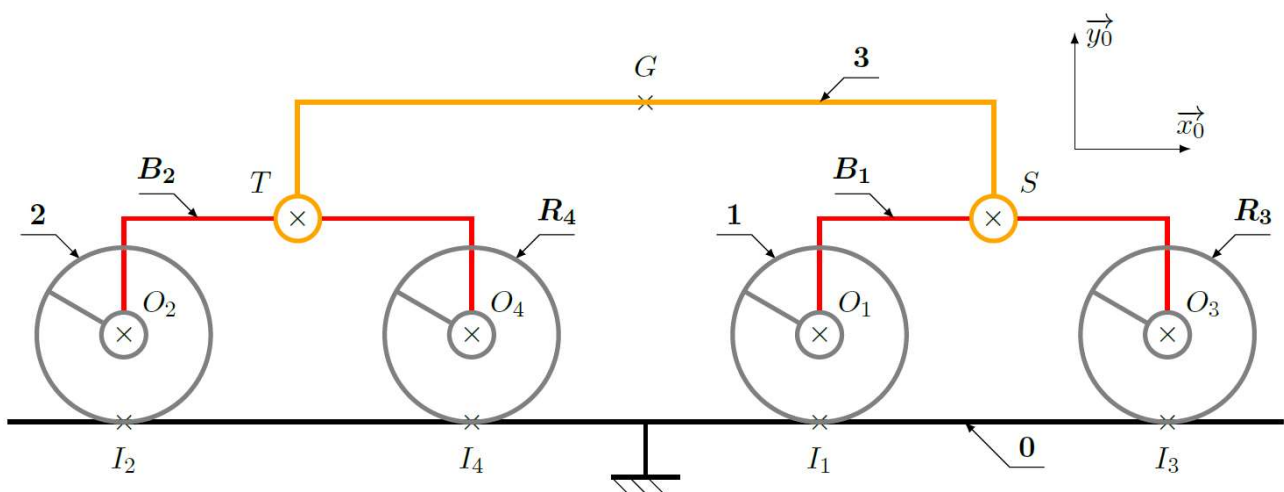


Schéma cinématique complet du chariot

ANNEXE 7 : ARCHITECTURE DU MECANISME DE LEVAGE :

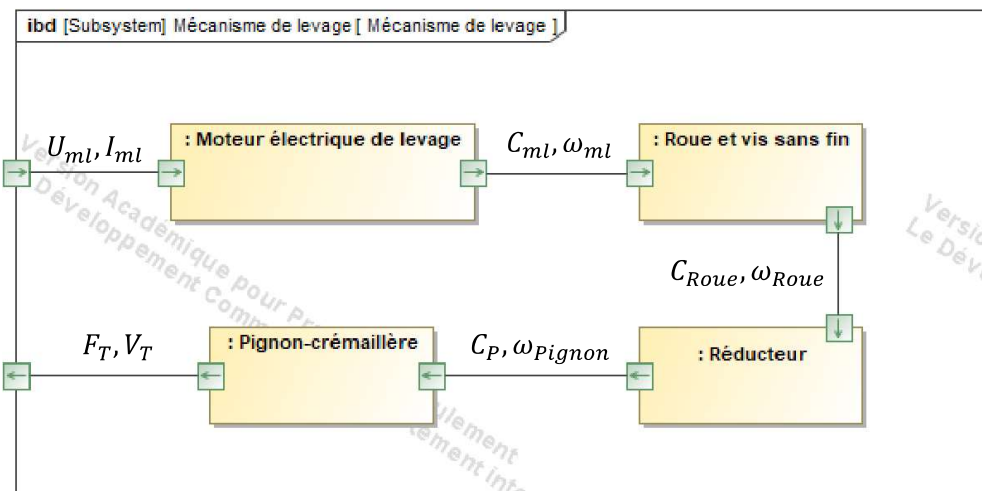


Diagramme de Bloc Interne du mécanisme de levage