

## Etude du vérin d'un batteur créateur de houle dans un bassin d'essai hydrodynamique

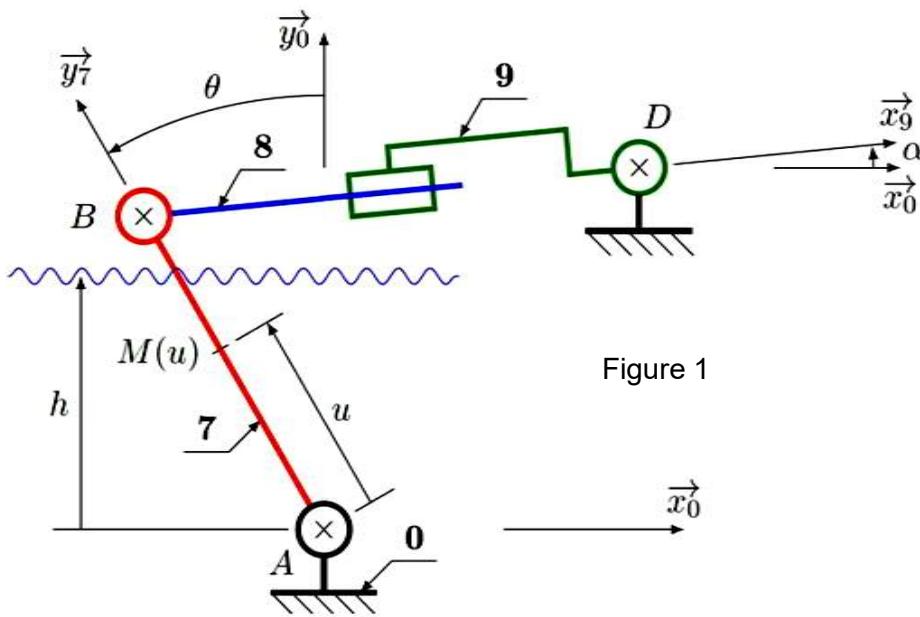


Figure 1

On donne :

$$\overrightarrow{AB} = b \cdot \overrightarrow{y_7}$$

$$\overrightarrow{BD} = \lambda(t) \cdot \overrightarrow{x_9}$$

$$\overrightarrow{AD} = d \cdot \overrightarrow{x_0} + b \cdot \overrightarrow{y_0}$$

$$\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_7}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_7})$$

$$\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_9}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_9})$$

Le plan  $(A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0})$  est un plan de symétrie pour le volet (7) de largeur  $l = 5 \text{ m}$  suivant  $\overrightarrow{z_0}$ .

Le volet (7) est partiellement immergé dans une hauteur d'eau notée  $h$ . Dans son mouvement, il va comprimer l'eau qui se trouve en aval et détendre celle du côté amont. Le côté comprimé, appelé côté aval, sera celui qui se trouve dans le sens de déplacement du volet. Pour la suite on définira la position d'un point du volet (7) par  $:\overrightarrow{AM} = u \cdot \overrightarrow{y_7}$

**Hypothèses:**

- L'eau étant présente de chaque côté du volet (7), les efforts dus à la pression hydrostatique se compensent.
- Le déplacement du volet (7) immergé induit une différence de pression hydrodynamique entre les 2 faces opposées à  $\overrightarrow{V_{M \in 7/0}}$ .
- On définit par  $\Delta p(M) = \frac{1}{2} \rho \cdot \left\| \overrightarrow{V_{M \in 7/0}} \right\|^2$  la différence de pression hydrodynamique en un point M du volet (7).
- On note  $dP(M) = \overrightarrow{dF(M)} \cdot \overrightarrow{V_{M \in 7/0}}$  la puissance galiléenne élémentaire de l'action de l'eau sur le volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0).
- La masse volumique  $\rho$  de l'eau sera supposée constante.
- Pour les questions 1 et 2, on fera l'étude pour  $\frac{d\theta(t)}{dt} > 0$ .

Si on considère que  $\theta$  est proche de 0, on peut écrire que  $\lambda(t) \approx \sqrt{d^2 + 2bd\theta} \approx d(1 + \frac{b}{d}\theta)$  d'où en dérivant :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{b} \cdot \frac{d\lambda(t)}{dt}$$

Q1 : Donner l'expression littérale de  $\overrightarrow{V_{M \in 7/0}}$ , vitesse du point M dans le mouvement de (7/0). Donner l'expression littérale de  $\overrightarrow{dF(M)}$ , force élémentaire de l'action de l'eau sur une surface élémentaire  $ds$  au point M du volet (7). En déduire l'expression de  $dP(M)$ , puissance galiléenne élémentaire de l'action de l'eau sur le volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) (les 3 expressions demandées seront écrites en fonction de  $\frac{d\lambda(t)}{dt}$ ).

On continue à travailler avec  $\theta(t)$  au voisinage 0 .

Le mouvement de la tige du vérin sera pris sinusoïdal, c'est-à-dire  $\lambda(t)=\lambda_0 \cdot \sin(\omega_B \cdot t)+d$ .

Q2 : Déterminer l'expression de la puissance galiléenne  $P_{e \rightarrow 7/0}$  de l'action de l'eau sur la surface totale du volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) en fonction de  $\rho, l, b, h, \lambda_0$  et  $\omega_B$ . Donner l'expression de la puissance maximale.

**Vérification du dimensionnement du vérin et du groupe hydraulique**

L'objectif maintenant est de vérifier le dimensionnement du vérin et du groupe hydraulique. On s'appuie sur la modélisation cinématique déjà retenue sur la Figure 1.

**Hypothèses:**

- Les liaisons sont supposées parfaites.
- Les masses et inerties du volet (7), de la tige de vérin (8) et du corps du vérin (9) sont négligeables.
- Dans tout le circuit hydraulique, on suppose que le débit volumique se conserve.
- On considère que  $\alpha$  et  $\theta$  (Figure 1) restent au voisinage de 0 .

**Données:**

On considèrera que la puissance galiléenne maximale dissipée par l'action de l'eau sur le volet (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) s'écrit :  $P_{e \rightarrow 7/0} = -\frac{1}{2} \rho \cdot K \cdot V_V^3$

$$\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \quad K = 1,5 \text{ m}^2 \quad V_V = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Pour ces valeurs, on a :  $|P_{e \rightarrow 7/0}| = 6 \text{ kW}$

La vitesse  $V_V$  correspond à la vitesse de déplacement maximale admissible de l'extrémité du volet :

$$\vec{V}_{B \in 7/0} = -V_V \cdot \vec{x}_0 \quad \text{dans la configuration } \alpha = 0 \text{ et } \theta = 0 \text{ avec } \frac{d\theta(t)}{dt} > 0$$

L'action de la tige vérin (8) sur le volet (7) sera modélisée par:  $\{T_{8 \rightarrow 7}\} = \begin{Bmatrix} -F_V \cdot \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$ .

Le vérin double effet (Figure 2) possède un piston de diamètre D et une tige traversante de diamètre d.

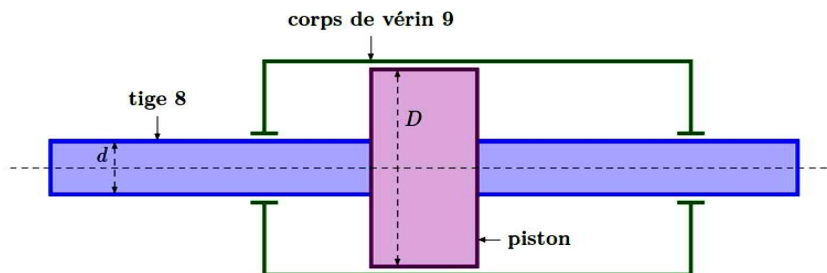


Figure 2 : Schéma de principe d'un vérin double effet avec tige traversante

La mise en mouvement du volet (7) est possible grâce aux composants suivants:

- Un groupe hydraulique permet de fournir une puissance hydraulique à partir d'une puissance électrique  $P_{elec}$ . On considèrera que le rendement de ce groupe hydraulique est  $\eta_1=0,75$ .
- Une servovalve associée à un distributeur hydraulique permet de réguler le débit et de distribuer la puissance hydraulique reçue. L'ensemble servovalve + distributeur aura un rendement  $\eta_2=0,5$ .
- Un vérin hydraulique permet enfin de convertir la puissance hydraulique reçue en puissance mécanique (on considèrera une puissance mécanique de translation pour  $\theta$  au voisinage de 0 ). Ce vérin aura un rendement  $\eta_3=0,8$ .

Q3 : Isoler le volet (7). Appliquer le Théorème de l'Energie Cinétique (ou Energie Puissance) pour déterminer l'expression littérale de  $F_V$  en fonction de  $\rho, K$  et  $V_V$ . Faire l'application numérique.

Le vérin hydraulique utilisé est dimensionné pour fonctionner jusqu'à une différence de pression  $\Delta P_V$  maximale de 50 bar . On pourra utiliser la relation suivante entre le débit volumique  $Q$ , la vitesse de déplacement  $V_V$  et la surface utile du vérin  $S_V$  (surface sur laquelle agit la différence de pression  $\Delta P_V$ ):

$$Q=S_V \cdot V_V$$

Q4 : Déterminer l'expression de la surface utile du vérin  $S_V$  en fonction des diamètres  $D$  et  $d$ . En raisonnant sur la puissance d'entrée et la puissance de sortie du vérin, déduire l'expression de la force  $F_V$  correspondante, puis en déduire la valeur numérique de la force  $F_V$  que l'on peut générer (prendre  $S_V \approx 0,01 \text{ m}^2$  pour l'application numérique). Conclure.

Afin de prendre en compte les conséquences des hypothèses simplificatrices de cette étude, on introduit un coefficient de sécurité  $c=4$  sur la puissance  $P_{e \rightarrow 7/0}$  tel que  $c = \frac{P_{réelle}}{P_{théorique}}$ .

Q5 : A partir des diverses données techniques précédemment fournies, déterminer l'expression littérale de la puissance électrique réelle du groupe hydraulique  $P_{elec}^{réelle}$  à fournir puis faire l'application numérique. Le concepteur ayant choisi un groupe hydraulique de puissance électrique maximale de 90 kW , conclure quant à la capacité de ce groupe hydraulique à apporter suffisamment de puissance pour générer la houle la plus énergivore.