

Correction du DS3 TP du 4 Décembre 2025

Q₁ : On isole le winch 1, le moteur et le réducteur
on détermine l'inertie équivalente J_{eq} ramenée à l'arbre moteur

$$\frac{dE_c}{dt} = P_{int} + P_{ext}$$

P_{int} : puissance absorbée par les frottements et
le couple résistant

P_{ext} : puissance délivrée par le moteur

J_{eq} est obtenu en écrivant la linéarité de l' E_c

$$E_{c2} = E_{c1} + E_{c_{red}} + E_{c_{moteur}}$$

ramener tous les éléments du torseur cinématique à
la vitesse de rotation du moteur ω_m en utilisant
les rapports de transmission

Q₂ (i) donne $Q_p(p) = K_s U_s(p)$

(ii) donne $\frac{V_0}{B} \cdot p \Delta P(p) = Q_p(p) - Q_m(p)$

(iii) donne $Q_m(p) = C_y \Omega_m(p)$

(iv) donne $C_m(p) = C_y \cdot \Delta P(p)$

v) donne $J_{eq} p \Omega_m(p) + a \Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$

$$Q_3 \quad (i) \Leftrightarrow \frac{Q_p(p)}{U_s(p)} = K_s = H_1(p)$$

$$(ii) \Leftrightarrow \frac{\Delta P(p)}{Q_p(p) - Q_m(p)} = \frac{B}{V_0} \times \frac{1}{p} = H_2(p)$$

$$(iii) \Leftrightarrow \frac{C_m(p)}{\Delta P(p)} = C_y = H_3(p)$$

$$(iv) \Leftrightarrow \frac{Q_m}{\Omega_m} = C_y = H_4(p)$$

$$(v) \Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{a + T_{eq} p} = H_5(p)$$

Q4 K_{ihm} va donner l'image de la vitesse de consigne

Si $V = V_c$ alors on doit avoir $E_v = 0$

$$\text{or } E_v = K_{ihm} V_c - \frac{2K_{gen}}{R_2} V = V_c \left(K_{ihm} - \frac{2K_{gen}}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow K_{ihm} = \frac{2K_{gen}}{R_2}$$

$$Q_5 \quad \frac{\Omega_m}{U_s} = H_1 \times \frac{H_2 H_3 H_5}{1 + H_2 H_3 H_4 H_5}$$

$$H(p) = \frac{H_1 H_2 H_3 H_5}{1 + H_2 H_3 H_4 H_5}$$

$$Q_6: G_{Bo}(p) = \frac{V(p)}{E} = K_o \times C(p) \times \frac{K_h}{1 + \frac{2\zeta_n p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

$$G_{Bo}(p) = \frac{K_o C(p) K_h}{1 + \frac{2\zeta_n p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Q7: Avec un correcteur proportionnel on aura une valeur finale égale à $\frac{K_o C(p) K_h}{1 + K_o C(p) K_h} V_c \neq V_c$

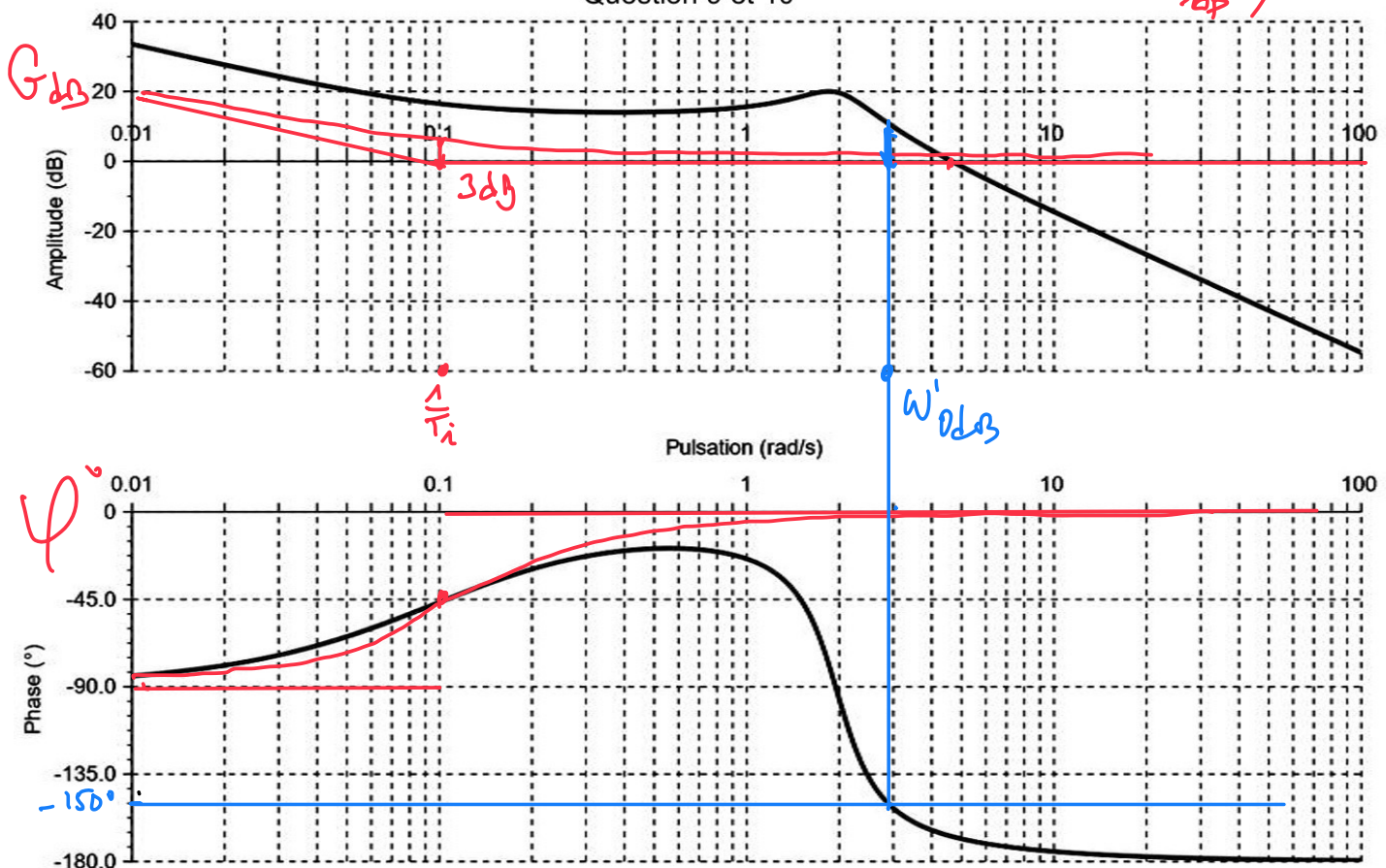
le système est stable mais non précis.

Q8: la précision va être réalisée grâce à l'effet intégrateur $\frac{1}{p}$

Q9: $k_p = 1$ $T_i = 10s$

Question 9 et 10

$$C(p) = \left(\frac{1 + 10p}{10p} \right)$$



Q10 $M\varphi^\circ = 30^\circ$ d'où $\varphi^\circ(\omega_{0dB}) = 30 - 180 = -150^\circ$

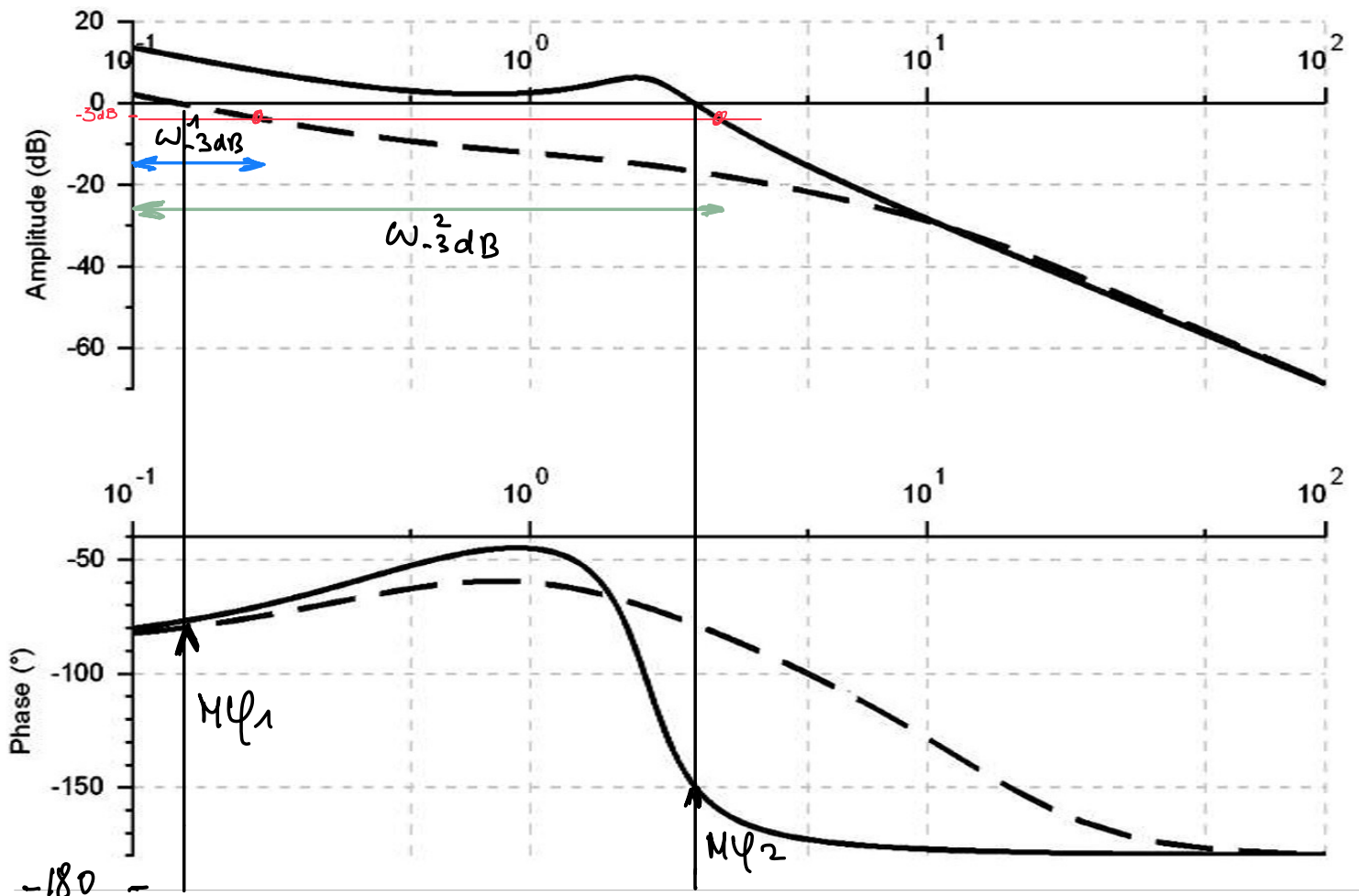
Il faut baisser la courbe de Gain de 10dB.

on aura $G_{dB} = -10 = 20 \log(K_p)$

$$K_p = 10^{-1/2} = 0,316$$

d'où $C(p) = 0,316 \left(1 + \frac{1}{10p}\right)$

Q11

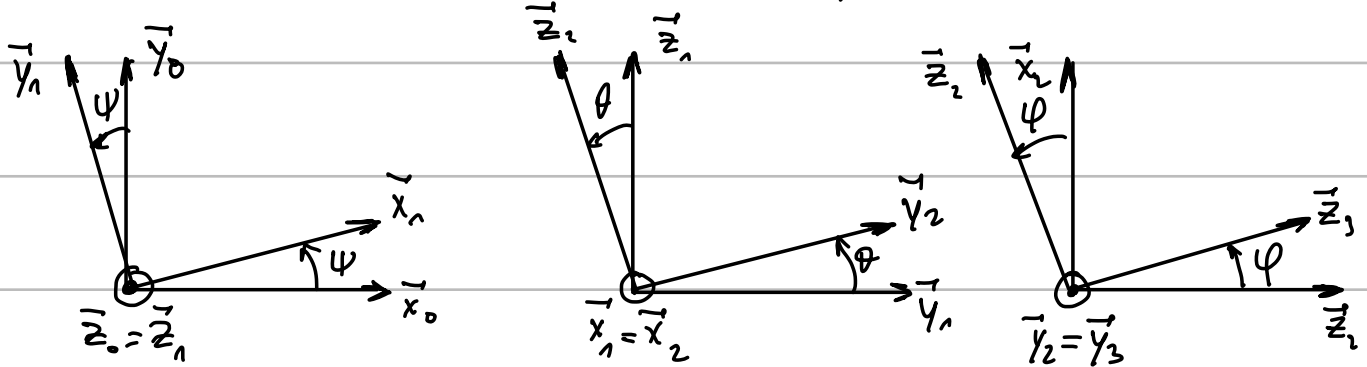


Le diagramme de G_{dB} pour le système amorti présente une bande passante à -3dB plus petite que pour le système sans amortisseur. $\omega_{-3dB}^1 \ll \omega_{-3dB}^2$

L'amortisseur ralentit le système.

En revanche, la phase du système amorti est considérablement réduite on a $M\varphi_1 \gg M\varphi_2$, le système d'amortissement va donc dans le sens de la stabilité (les marges de gains restant dans les 2 cas très élevées).

Q12: $\psi = (\vec{x}_0; \vec{x}_1)$ $\theta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$ $\varphi = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$



$$\omega_{1/0} = \dot{\psi}$$

Q13: On a le vecteur position $\vec{OI} = -R\vec{y}_1$

$$\Rightarrow \vec{V}_{IE1/0} = \vec{V}_{IE2/0} = \vec{V}_{IE3/0} = \frac{d}{dt}(-R\vec{y}_1) = \underline{R\dot{\psi}\vec{x}_1}$$

Avec la composition des vitesses et la formule de Vanigung

$$\begin{aligned} \vec{V}_{IE3/0} &= \vec{V}_{IE3/2} + \vec{V}_{IE2/1} + \vec{V}_{IE1/0} = \vec{V}_{0E1/0} + \vec{I}_{01} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} \\ &\stackrel{\parallel 0}{=} \vec{0} \stackrel{\parallel 0}{=} \vec{0} = \vec{0} + R\vec{y}_1 \wedge \dot{\psi}\vec{z}_1 = \underline{R\dot{\psi}\vec{x}_1} \end{aligned}$$

$$Q14 \quad \vec{a}_{I \in 3\%} = \frac{d}{dt} \vec{V}_{I \in 3\%} = \underline{R \ddot{\psi} \vec{x}_1 + R \dot{\psi}^2 \vec{y}_1}$$

en régime permanent $\dot{\psi} = \text{cte} \Rightarrow \ddot{\psi} = 0$

d'où $\|\vec{a}_{I \in 3\%}\| = R \dot{\psi}^2$

A.N. $N_{1\%} = 51 \text{ tr/min} \Rightarrow \omega_{1\%} = \frac{51 \times 2\pi}{60} = 5,34 \text{ rad/s}$

d'où $\|\vec{a}_{I \in 3\%}\| = 7 \times 5,34^2 = 199 \text{ m/s}^2$

avec $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

cela donne $\|\vec{a}_{I \in 3\%}\| = \frac{199}{9,81} = 20,34 G$

le cahier des charges est bien respecté.

$20,34 G < 1,05 \times 20 G = 21$

Q15: $P_{r \rightarrow 1\%} = C_{r \rightarrow 1\%} \cdot \omega_{1\%} \Rightarrow C_{r \rightarrow 1\%} = \frac{P_{r \rightarrow 1\%}}{\omega_{1\%}}$

A.N. $C_{r \rightarrow 1\%} = \frac{10^6}{5,34} = \underline{187,2 \text{ kN.m}}$

Q15. On isole l'ensemble $\Sigma = \{1, 2, 3\}$

Les échanges de puissance intérieurs à Σ sont nuls
puisque les liaisons pivot sont parfait

Les échanges de puissance extérieurs à Σ sont du

à la motovisation et à la pesanteur

$$P_{\text{motoreducteur} \rightarrow \Sigma} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_0 \otimes \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{C}_{r-1/0} \end{Bmatrix} = \vec{\Omega} \cdot \vec{C}_{r \rightarrow 0}$$

$$P_{\text{motoreducteur} \rightarrow \Sigma} = \dot{\psi} C_{r \rightarrow 0}$$

$$\begin{aligned} Q16: P_{\text{pesanteur} \rightarrow \Sigma} &= P_{\text{pesanteur } 1 \rightarrow \Sigma} + P_{\text{pesanteur } 2+3 \rightarrow \Sigma} \\ &= \underbrace{\begin{Bmatrix} m_1 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_0 \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{1/0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_0}_{\parallel \vec{0}} + \underbrace{\begin{Bmatrix} m_{23} g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_1 \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{3/0} \\ \vec{V}_{1/0} \end{Bmatrix}}_{(m_2+m_3)g \parallel \vec{z}_0 \cdot R \dot{\psi} \vec{x}_1} \end{aligned}$$

$\vec{x}_1$ et $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ étant orthogonaux $(m_2+m_3)g \vec{z}_0 \cdot R \dot{\psi} \vec{x}_1 = 0$

Par ailleurs $E_{c \Sigma} = E_{c_1} + E_{c_2} + E_{c_3}$

$$= \frac{1}{2} J_1 \omega_{1/0}^2 + \frac{1}{2} 0 \times \omega_{2/0}^2 + \frac{1}{2} m_3 R^2 \omega_{3/0}^2$$

$$\text{or } \omega_{3/0} = \underbrace{\omega_{3/2}}_0 + \underbrace{\omega_{2/1}}_0 + \omega_{1/0}$$

→ puisque θ et φ sont constants

$$\text{alors } E_{c \Sigma} = \frac{1}{2} (J_1 + m_3 R^2) \omega_{1/0}^2 = \frac{1}{2} (J_1 + m_3 R^2) \dot{\psi}^2$$

en appliquant le théorème de l'Energie Cinétique (ou énergie/puissance) on a:

$$\frac{dE_{c \Sigma}}{dt} = \underbrace{P_{\text{int}}}_0 + P_{\text{ext}} = \dot{\psi} C_{r \rightarrow \Sigma}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} (J_1 + m_3 R^2) \dot{\psi}^2 \right) = \dot{\psi} C_{r \rightarrow z}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 (J_1 + m_3 R^2) \cancel{\dot{\psi}} \ddot{\psi} = \cancel{\dot{\psi}} C_{r \rightarrow z}$$

d'où $C_{r \rightarrow z} = (J_1 + m_3 R^2) \ddot{\psi}$

Q17: $P_{2 \rightarrow 1/0} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/0} \\ \vec{V}_{I \in 2/0} \end{Bmatrix}_I \otimes \begin{Bmatrix} X\vec{x}_1 + Y\vec{y}_1 + Z\vec{z}_1 \\ M_1\vec{y}_1 + N_1\vec{z}_1 \end{Bmatrix}_I$

or $\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta} \vec{x}_1 + \dot{\psi} \vec{z}_0 = \dot{\theta} \vec{x}_1 + \dot{\psi} \vec{z}_1$

d'où $P_{2 \rightarrow 1/0} = (\dot{\theta} \vec{x}_1 + \dot{\psi} \vec{z}_1) \cdot (M_1 \vec{y}_1 + N_1 \vec{z}_1) + R \dot{\psi} \vec{x}_1 \cdot (X \vec{x}_1 + Y \vec{y}_1 + Z \vec{z}_1)$

$P_{2 \rightarrow 1/0} = \dot{\psi} N_1 + R \dot{\psi} X \neq 0$

Q18:

On a $\omega_{1/0} = 5,34 \text{ rad/s}$ et $C_{r \rightarrow z} = 187,2 \text{ kJ.m}$.

Si on considère que $C_{r \rightarrow z}$ est constant on peut écrire que l'accélération angulaire est égale à :

$$\frac{C_{r \rightarrow z}}{J_1 + m_3 R^2} = \ddot{\psi} = \text{cte.}$$

d'après la loi de commande $\ddot{\psi} = \frac{\omega_{1/0}}{t_a}$

d'où $t_a = \frac{\omega_{1/0}}{\ddot{\psi}} = \frac{\omega_{1/0} (J_1 + m_3 R^2)}{C_{r \rightarrow z}} t_a$

A.N. $t_a = \frac{5,34 (2 \times 10^4 + 200 \times 7^2)}{187,2 \times 10^3} = 0,85 \text{ s}$

Q19: On cherche K_3 et K_5

D'après le schéma bloc on a: $QC_m(p) = \frac{K_3}{R} U_i(p)$

or $C_m = K_c i_m$ et $U_i = R i_m$

$$\text{d'où } C_m = \frac{K_c}{R} U_i$$

alors dans le domaine de la Laplace cela donne:

$$C_m(p) = \frac{K_c}{R} U_i(p)$$

par identification $K_3 = Q K_c$

D'autre part on a $C_r = T y$ dans le domaine de LAPLACE

cela donne $C_r(p) = T Y(p)$ or sur le schéma bloc

on a $C_r(p) = K_5 Y(p)$ d'où $K_5 = T$

Q20: On cherche $H_G(p)$

Sur le schéma bloc $Y(p) = H_G(p) \Omega_m(p)$

or $y(t) = K_{trans} \omega_m(t)$

dans le domaine de LAPLACE cela donne:

$$p Y(p) = K_{trans} \Omega_m(p)$$

$$\text{d'où } H_G(p) = \frac{K_{trans}}{p}$$

Q21: On a $\varepsilon_f = K_{adapt} F_c(p) - K_{capt} \times \frac{F(p)}{K_{res}}$

$\varepsilon_f = 0$ si $F_c(p) = F(p)$

ce qui donne

$$K_{adapt} = \frac{K_{capt}}{K_{res}}$$

Q22: $H_{Bov}(p) = \frac{1}{I_{eq} p} \times \frac{k_1 k_3}{R} \times K_i \times \frac{1 + z_i p}{z_i p}$

$$= \frac{K_i k_1 k_3}{I_{eq} R} \times \frac{1 + z_i p}{z_i p^2}$$

$$\varphi^0 = \text{Arg}(H_{Bo}(j\omega)) = \text{Arg}\left(\frac{k_1 k_1 k_3}{I_{eq} R z_i} \times \frac{(1 + z_i j\omega)}{(j\omega)^2}\right)$$

$$= \underbrace{\text{Arg}\left(\frac{k_1 k_1 k_3}{I_{eq} R z_i}\right)}_{= 0^\circ} + \text{Arg}(1 + z_i j\omega) - \underbrace{\text{Arg}(-\omega^2)}_{= 0^\circ}$$

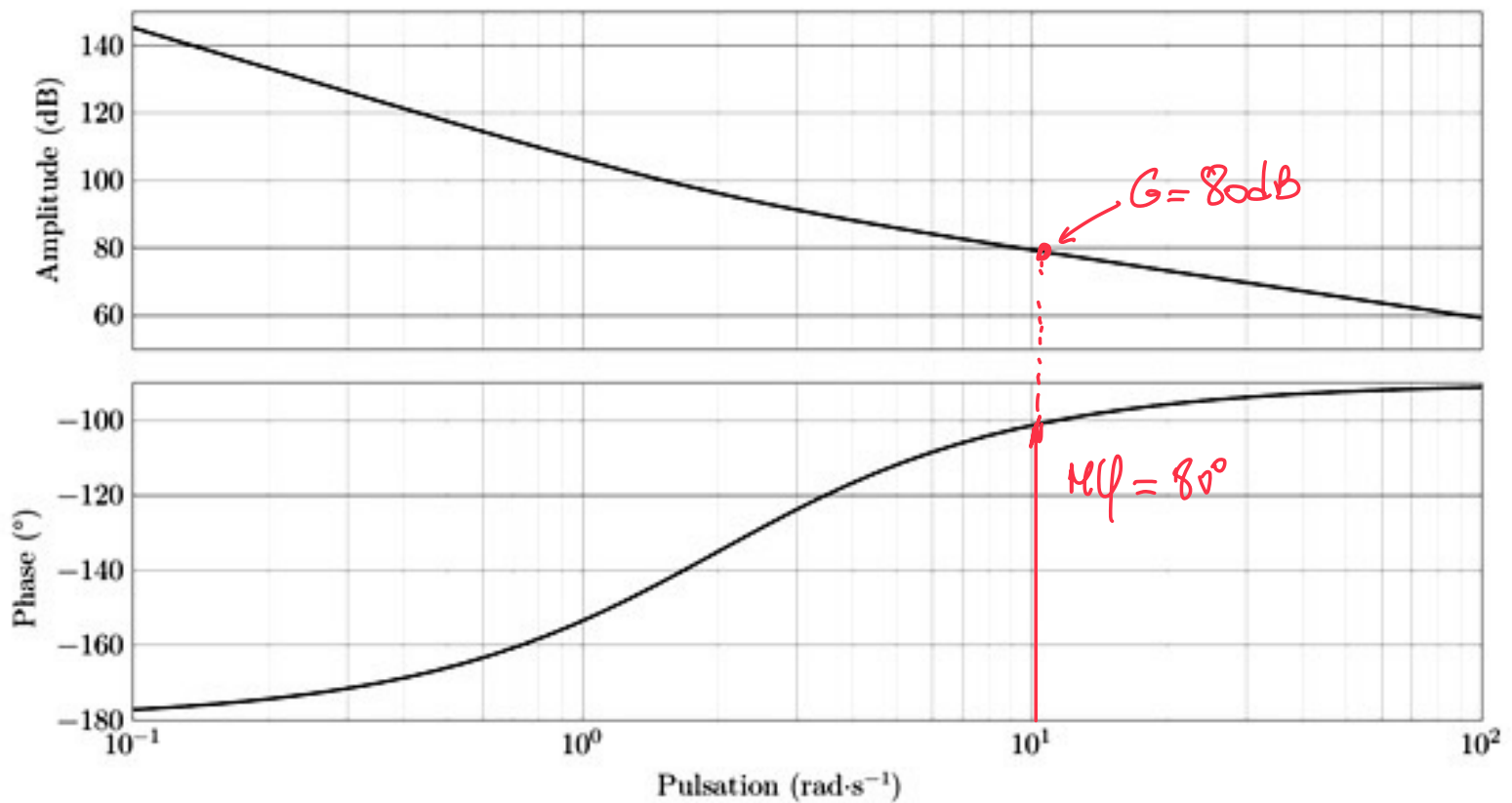
on a donc $\tan \varphi^0 = \frac{z_i \omega}{1} = z_i \omega$

pour avoir une marge de phase de 80° on doit avoir une phase de -100° pour ω_{dB}

d'où $z_i = \frac{\tan \varphi^0}{\omega_{dB}}$ A.N. $z_i = \frac{\tan(-100^\circ)}{10}$
 $= 0,57 \Delta$

$$z_i = 0,57 \Delta$$

Q23:



Pour une marge de phase de 80° on a $G_B = 80 \text{ dB}$, il faut donc "baisser" la courbe de gain de 80 dB

$$20 \log k_i = -80 \Rightarrow k_i = 10^{-4} \text{ V.s/rad}$$

Q24 Détermination de $H_e(p)$ et $H_g(p)$

Sur le schéma bloc figure 8 si on décale la prise d'information en $Y(p)$ au lieu de $\Sigma_m(p)$ pour la chaîne de retour alors $H_g(p) = \frac{1}{H_6(p)}$

entre $Q_C(p)$ et $Y(p)$ on a alors une boucle de Black

$$\frac{Y(p)}{QC_m(p)} = \frac{\frac{H_6}{I_{eqp}}}{1 + \frac{K_5 H_6}{I_{eqp}}} = \frac{H_6}{I_{eqp} + K_5 H_6}$$

Si on identifie avec le schéma bloc figure 11 on a

$$\frac{1}{I_{eqp}} H_8 = \frac{H_6}{I_{eqp} + K_5 H_6}$$

d'où $H_8 = \frac{I_{eqp} H_6}{I_{eqp} + K_5 H_6}$

Q25 Si on note e l'entrée de $C(p)$

sur le schéma figure 12 $e = K_{10}(F_c - F)$

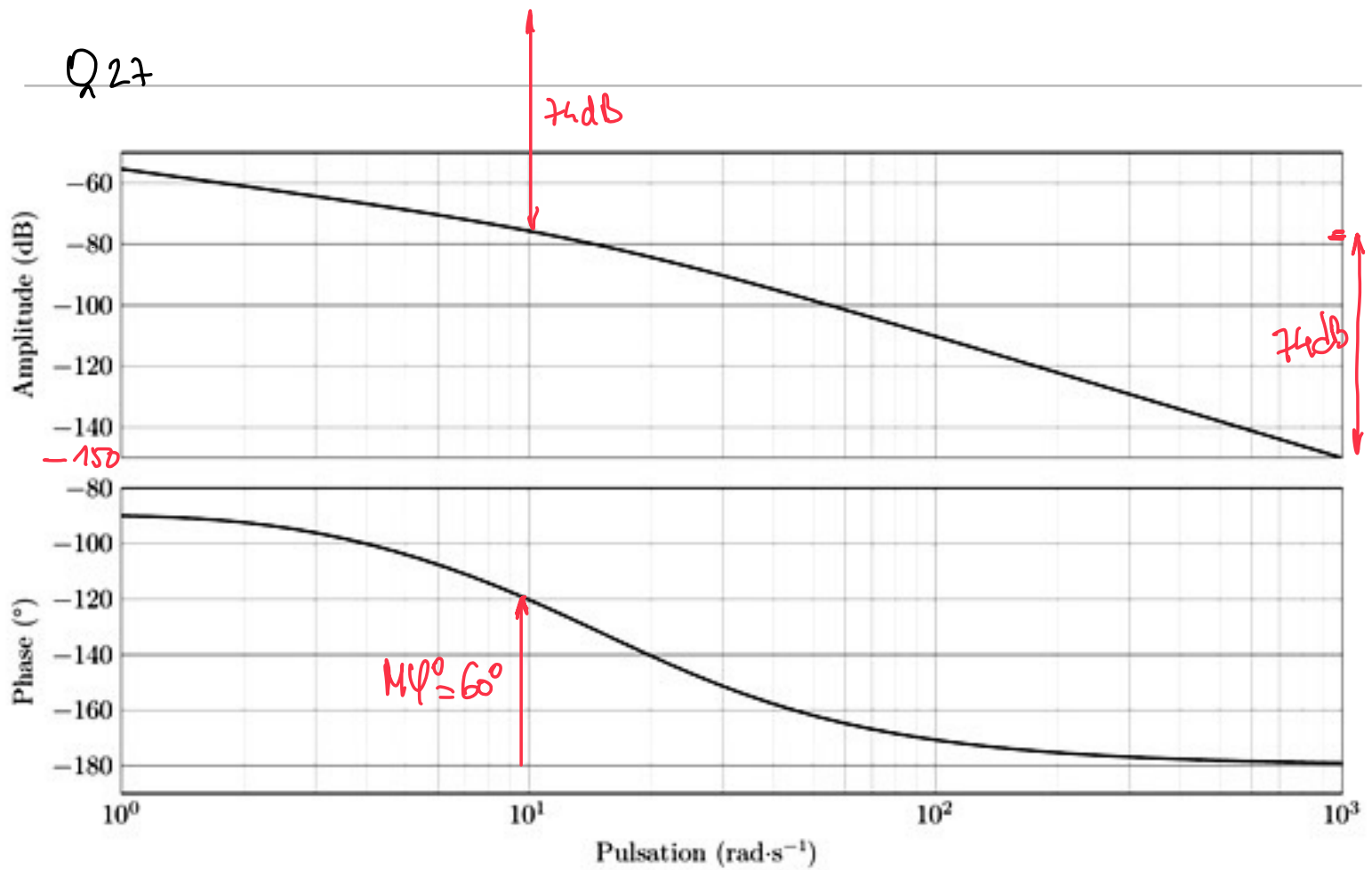
sur le schéma figure 8 $e = K_{adapt} F_c - \frac{K_{capt}}{K_{res}} \times F$

on a montré que $K_{adapt} = \frac{K_{capt}}{K_{res}}$ d'où $K_{10} = \frac{K_{capt}}{K_{res}}$

Q26 Le schéma Fig 11 donne une boucle de Black pour $G(p)$

$$G(p) = \frac{H_2 H_8}{I_{eqp} + H_2 H_8 H_9}$$

Q27



On veut une marge de phase de 60°, or pour cette valeur le $G_{dB} = -76 \text{ dB}$ donc il faut remonter la courbe de Gain de 76 dB, pour avoir 0 dB à cette pulsation.

$$\text{d'où } 20 \log K_{cor} = 76 \text{ dB}$$

$$K_{cor} = 10^{76/20} = 6310 \text{ rad/v.s}$$

Pour la phase $\varphi^\circ = -180^\circ$ même si on remonte le gain de 76 dB il reste une marge de gain très confortable de plus de 70 dB $\gg 20 \text{ dB}$

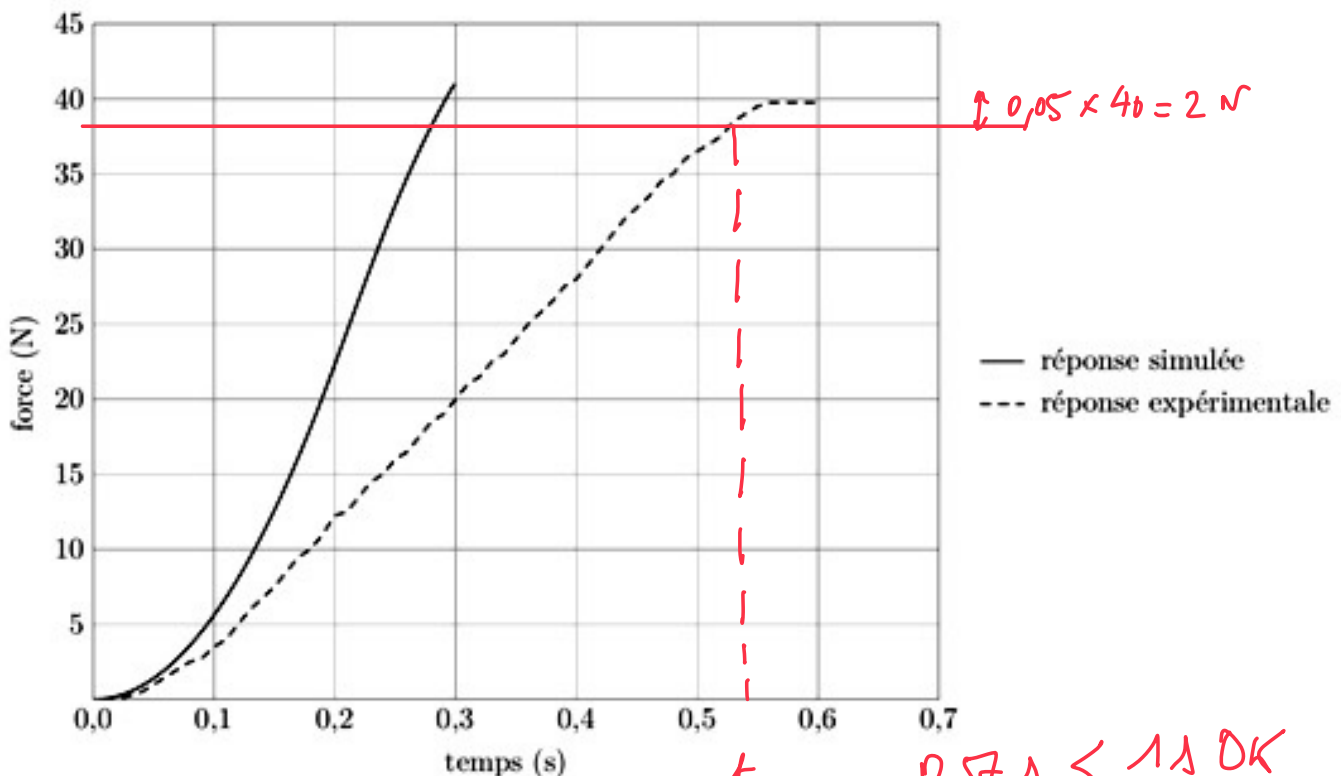
donc $K_{cor} = 6310 \text{ rad/v.s}$ vérifie bien le CAC

Q 28 Avec la réponse simulée on ne peut rien affirmer sur la précision, le dépassement et la rapidité, seule la vitesse de montée en charge peut être appréciée

ici entre 0,1 et 0,3 s
$$V_{\text{montée en charge}} = \frac{41 - 6}{0,3 - 0,1} = 175 \text{ N/s} > 100 \text{ N/s}$$

Pour l'essai expérimental $c\% \approx 0\%$ OK

Vitesse de montée en charge =
$$\frac{40 - 10}{0,55 - 0,17} = 79 \text{ N/s} < 100 \text{ N/s}$$
 OK



$t_{25\%} = 0,57 \text{ s} < 1 \text{ s}$ OK