

PARTIE 1 ETUDE D'UN ACTIONNEUR HYDRAULIQUE (EXTRAIT D'UN SUJET CCINP MP)

**Sous-systèmes Servo-pompe, Circuit hydraulique et Moteur hydraulique**

Ces sous-systèmes sont représentés sur le schéma-bloc de la figure 5. Le dispositif de positionnement de la table de forage et de son outil utilisent de l'énergie hydraulique. Les modèles de connaissance pour ces systèmes hydrauliques sont donnés ci-dessous :

- Le dispositif est contrôlé par une électrovanne proportionnelle de gain  $K_s$ . Le débit disponible est noté  $q_p$ , la tension délivrée par la partie commande est notée  $U_s$  et on a :

$$q_p(t) = K_s \cdot u_s(t) \quad (i)$$

- Les équations de mécanique des fluides dans un circuit fermé permettent d'écrire :

$$\frac{V_0}{B} \cdot \frac{d\Delta p(t)}{dt} = q_p(t) - q_m(t) \quad (ii)$$

$V_0$  désigne le volume dans le circuit et  $B$  est le coefficient de compressibilité du fluide.  $\Delta p$  désigne une différence de pression dans le circuit et  $q_m$  un débit retour.

- Les lois de comportement hydromécanique permettent d'introduire le lien entre la vitesse de rotation du moteur hydraulique  $\omega_m$  et le débit  $q_m$  d'une part et entre le couple moteur et le différentiel de pression  $\Delta p$  d'autre part. On note  $C_\gamma$  la cylindrée du moteur et on a :

$$q_m(t) = C_\gamma \cdot \omega_m(t) \quad (iii)$$

$$C_m(t) = C_\gamma \cdot \Delta p(t) \quad (iv)$$

- L'équation du mouvement du mécanisme s'écrit :

$$J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + a \cdot \omega_m(t) = C_m(t) - C_r(t) \quad (v)$$

où  $J_{eq}$  est l'inertie équivalente des solides en mouvement ramenée sur l'axe de rotation du moteur,  $a$  un coefficient de frottement visqueux équivalent et  $C_r$  modélisant les couples résistants autres que ceux dus au frottement visqueux.

**Q1.** D'après les figures 3 et 4 et sans détailler les calculs, indiquer par quel théorème et par quel isolement peut être obtenue l'équation (v). Sans la mettre en œuvre, proposer une méthode permettant de déterminer l'expression théorique du paramètre  $J_{eq}$ .

**Q2.** Traduire les cinq équations (i), (ii), (iii), (iv) et (v) dans le domaine de Laplace.

**Q3.** Expliciter les cinq fonctions de transfert  $H_1(p), H_2(p), H_3(p), H_4(p)$  et  $H_5(p)$  à partir des résultats de la question précédente.

**Étude de l'asservissement de la vitesse d'avance de la table de forage**

**Q4.** Préciser le rôle du gain  $K_{ihm}$  de la partie " Chaîne d'information " de la figure 5 et donner son expression en fonction des transmittances figurant dans le schéma-bloc pour que le système soit correctement asservi.

On décide dans la suite de ne pas prendre en compte l'amortisseur en considérant la tige Kelly en liaison complète rigide avec la table de forage, afin de valider les performances de l'asservissement en poursuite.

Cette hypothèse sera validée en fin de partie et permet pour l'instant de travailler sur le schéma-bloc simplifié de la figure 1.

**Q5.** À partir de la figure 1, exprimer la fonction de transfert  $\frac{\Omega_m(p)}{U_s(p)}$ , notée  $H(p)$ , à partir des fonctions de transfert  $H_j(p)$ , où  $j \in \{1;2;3;4;5\}$ .

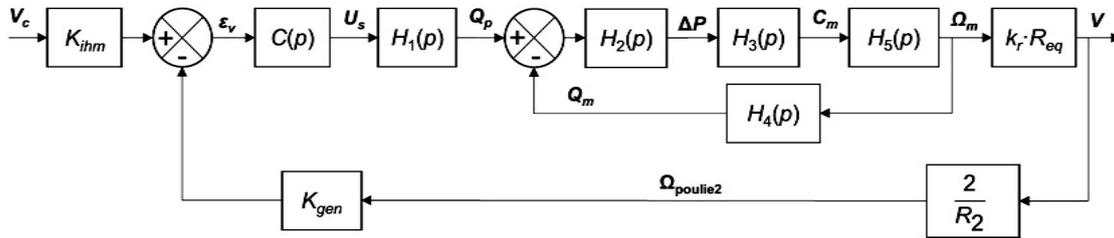


Figure 1 - Schéma-bloc pour l'étude en poursuite de l'asservissement en vitesse

Quels que soient les résultats trouvés précédemment, on travaille désormais avec le schéma-bloc simplifié de la figure 2 où  $K_0$  est un gain d'adaptation fixe.

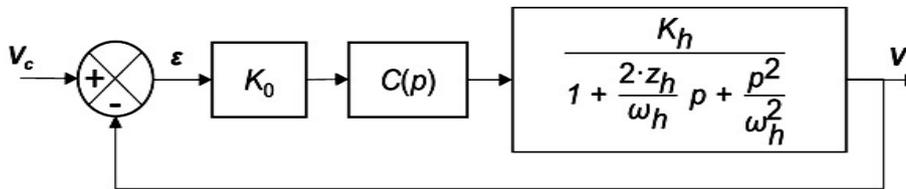


Figure 2 - Schéma-bloc de l'asservissement en vitesse simplifié

On prend dans un premier temps un correcteur  $C(p)$  proportionnel :  $C(p)=K_p$ .

**Q6.** Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte  $G_{BO}(p)=\frac{V(p)}{\epsilon(p)}$ .

**Q7.** Avec un correcteur proportionnel, peut-on satisfaire l'exigence de précision de vitesse indiquée à l'exigence 2.1.1., figure 6? Justifier.

On utilise dans un second temps un correcteur proportionnel intégral :  $C(p)=K_p \cdot \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p}\right)$ .

**Q8.** L'exigence de précision sur la vitesse est-elle satisfaite ? Justifier.

Ce correcteur est initialement réglé avec les valeurs suivantes:  $K_p=1$  et  $T_i=10$  s.

**Q9.** Tracer les diagrammes de Bode asymptotique et réel de ce correcteur sur le DR3, page 4. Détailler les constructions.

Pour le réglage de la question précédente, on donne le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte ainsi corrigée sur le DR3.

**Q10.** Affiner le réglage du correcteur (sans modifier la valeur de  $T_i$ ) en proposant une valeur de  $K_p$  permettant de garantir la marge de phase spécifiée dans l'exigence 2.1.1. On répondra à cette question sur le DR3.

Enfin, on souhaite valider ou invalider l'hypothèse faite en début de cette sous-partie concernant la non-influence de l'amortisseur sur les performances d'asservissement en vitesse d'avance de la table de forage. Les diagrammes de Bode du document D4, page 5, illustrent la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée sans (en train plein) et avec amortisseur (en pointillés).

**Q11.** Sur quelle(s) performance(s) la présence de l'amortisseur peut-elle influencer? Justifier que le correcteur choisi permet de répondre aux exigences 2.1.1 en présence de l'amortisseur.

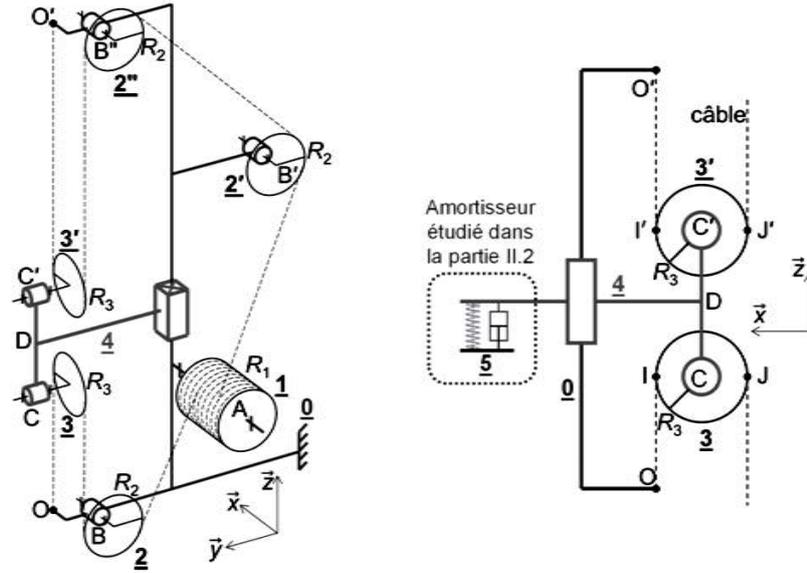


Figure 3 - Schéma cinématique 3D du système d'entraînement de la table de forage (à gauche) vue 2D simplifiée à droite;

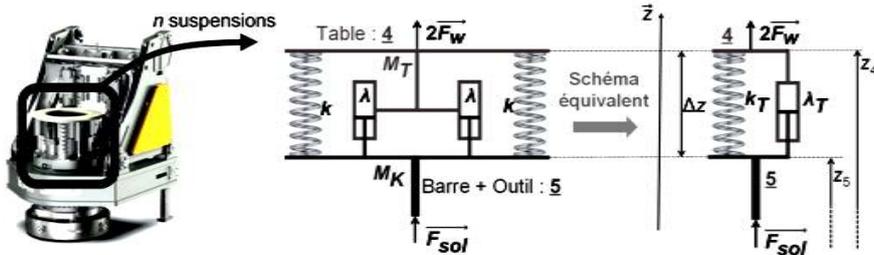


Figure 4 - Modélisation de liaison entre la table et la barre Kelly lors du forage

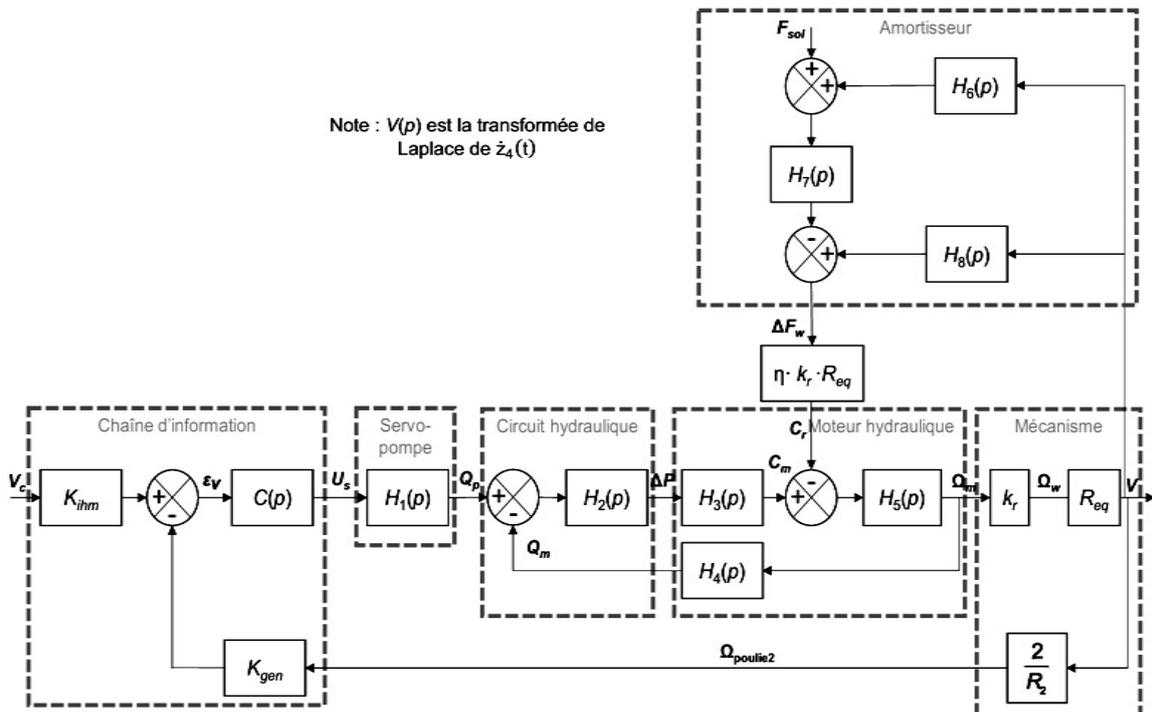


Figure 5 Schéma bloc de l'ensemble hydraulique

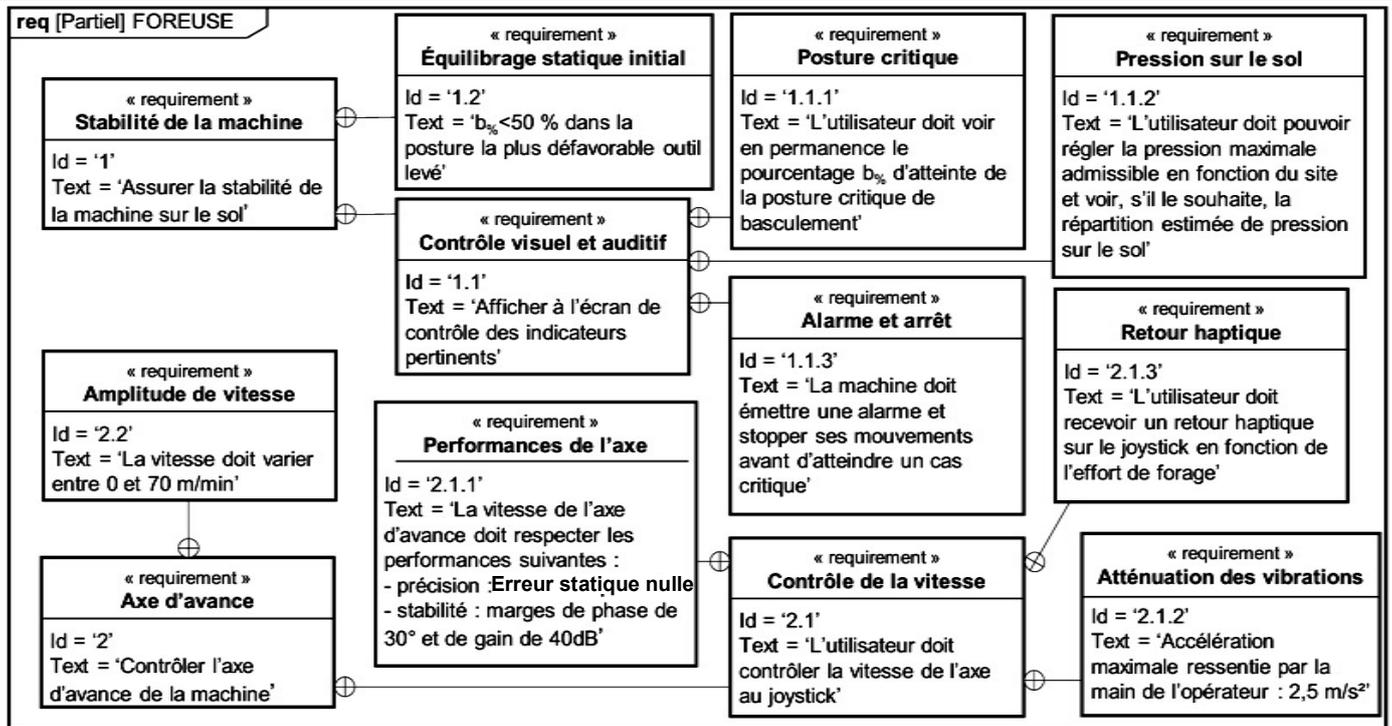
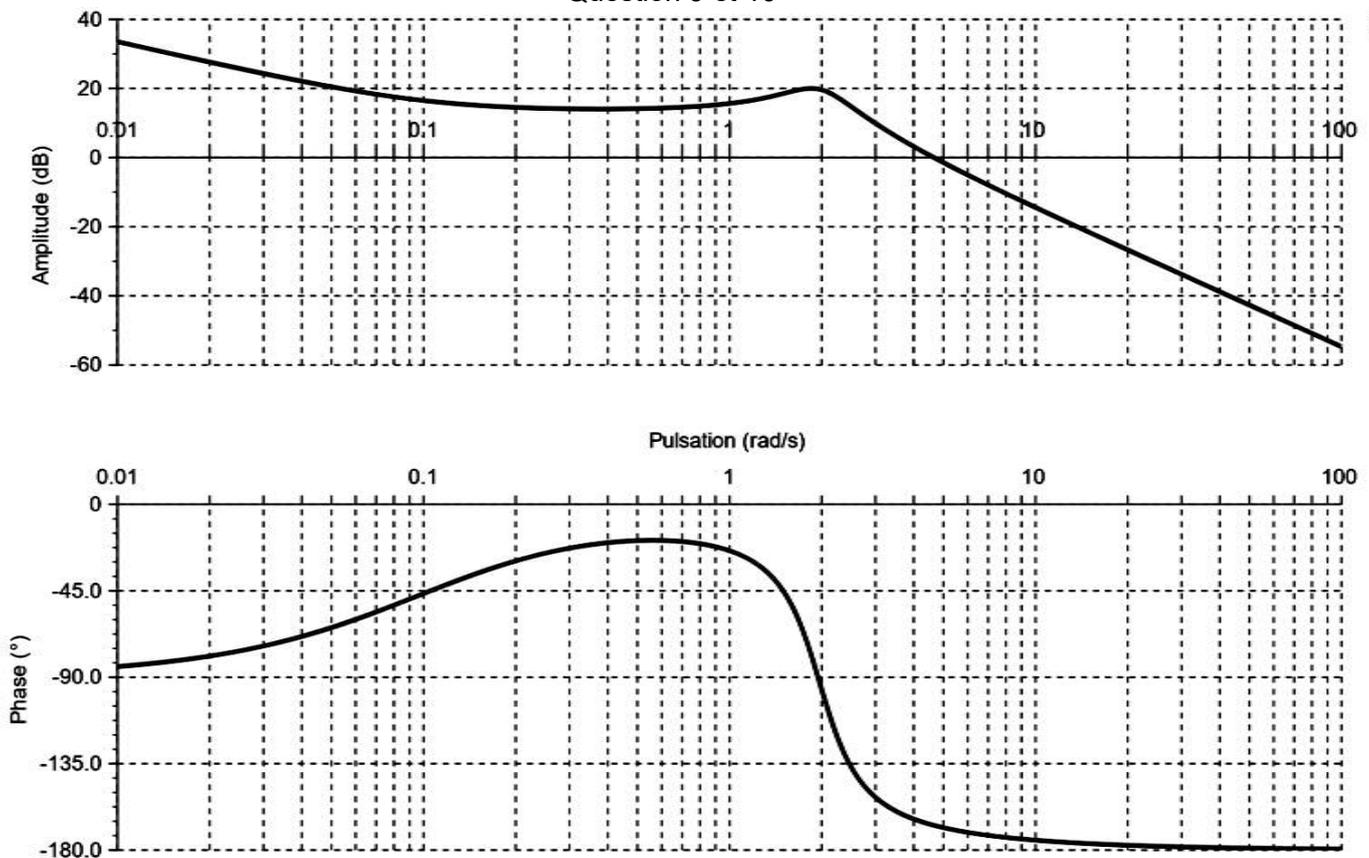


Figure 6 Diagramme des exigences

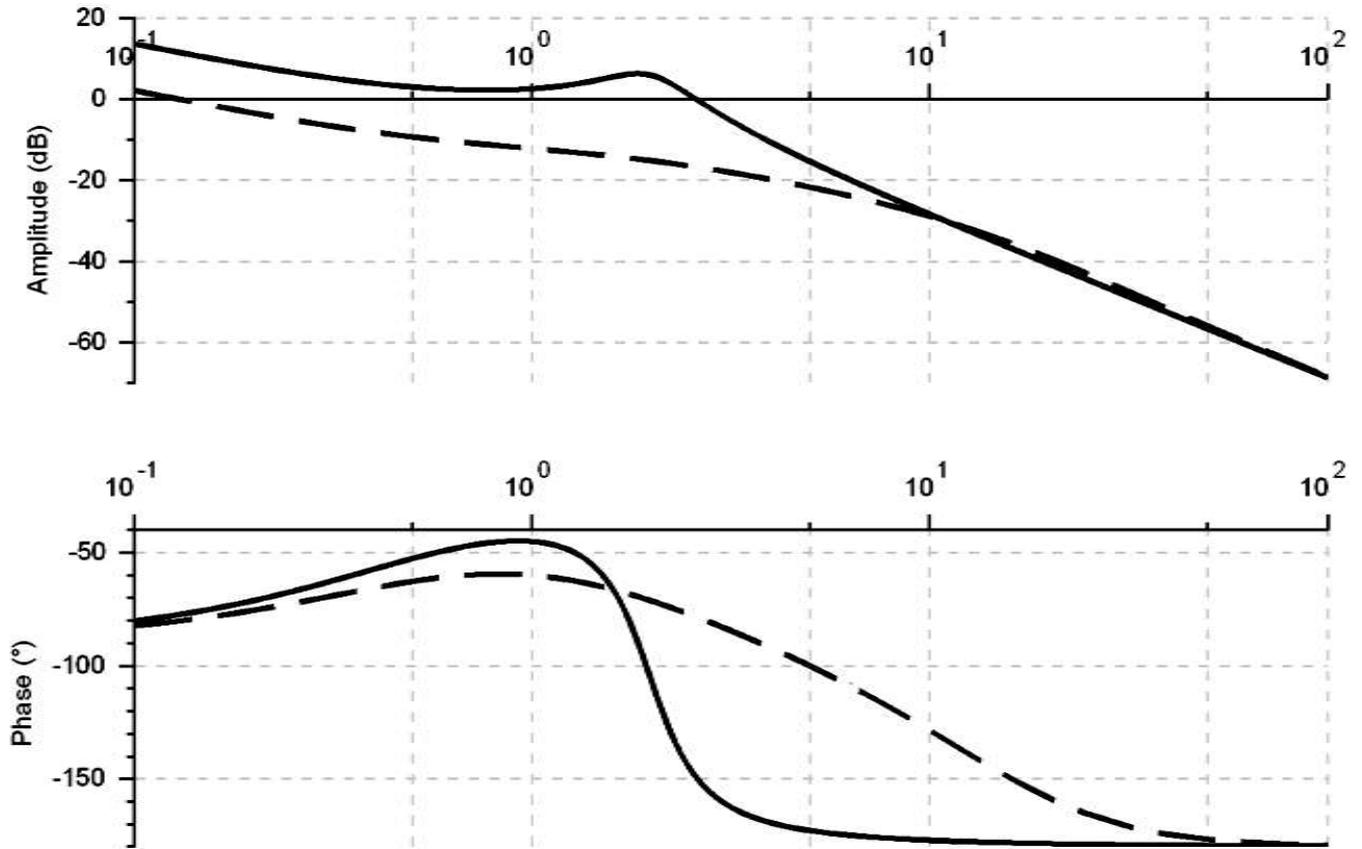
Question 9 et 10



229

DR3 - Réponse fréquentielle

D4 Diagrammes de Bode corrigés sans (traits pleins) et avec (traits pointillés) amortisseur



PARTIE 2 : CENTRIFUGEUSE HUMAINE (EXTRAIT D'UN SUJET CCINP)

Les centrifugeuses humaines sont utilisées dans les centres d'entrainement afin d'habituer les futurs pilotes ou spationautes aux accélérations qu'ils seront amenés à subir en situation de vol. Les accélérations sont quantifiées en G (1G correspondant l'accélération  $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$  de la gravité terrestre).

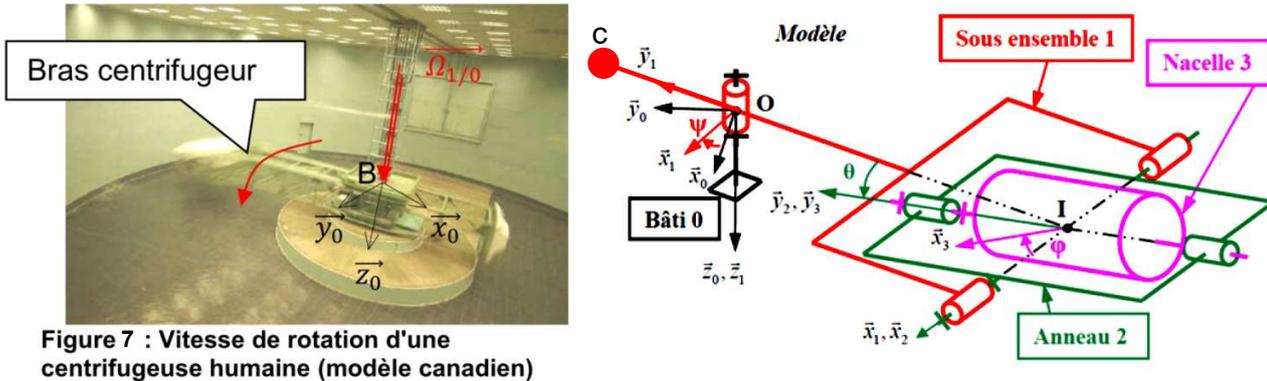


Figure 7 : Vitesse de rotation d'une centrifugeuse humaine (modèle canadien)

La centrifugeuse étudiée est constituée de 4 éléments principaux :

- un massif-bâti en béton 0 sur lequel est rigidement ancré un axe assurant le guidage en rotation du sous-ensemble 1 autour d'un axe vertical,
- un sous-ensemble 1 en rotation autour de l'axe vertical qui est composé d'un contrepois c, d'une virole v et d'un bras en treillis tubulaire b,
- un anneau 2, interposé entre la nacelle et le bras, autorisant les rotations autour des 2 axes orthogonaux (roulis et tangage),
- une nacelle instrumentée 3 équipée du siège pour le pilote.

Aux 4 éléments précédents s'ajoutent des équipements complémentaires comme :

- un générateur de puissance hydraulique,
- un réducteur pouvant transmettre une puissance de  $P_{r \rightarrow 1/0} = 1 \text{ MW}$  pour le mouvement de rotation du sous ensemble 1 par rapport à 0 et une vitesse de rotation maximale  $N_{1/0} = 51 \text{ tr.min}^{-1}$ ,
- une motorisation embarquée pour les mouvements de rotation de roulis et de tangage,
- un système d'asservissement pour chaque actionneur.

La vitesse de rotation du bras détermine l'intensité de l'accélération imposée au pilote et l'orientation de la nacelle en roulis et tangage fixe la direction de l'accélération imposée au pilote.

Extrait du cahier des charges de la centrifugeuse humaine :

Fonction de service	Critère	Valeur	Flexibilité
Faire subir une accélération au pilote	Accélération	maximum 20G	$\pm 15\%$
	Durée de l'essai	$T_e = 30\text{s}$ à 60 min	+ lancement et arrêt
	Masse embarquée	$M = 200\text{kg}$	
Optimiser le temps utile de la machine	Durée de mise en rotation	$t_m = 4\text{s}$	$\pm 20\%$
	Temps d'arrêt	$t_a = 3\text{s}$	$\pm 20\%$

Modélisation cinématique et paramétrage :

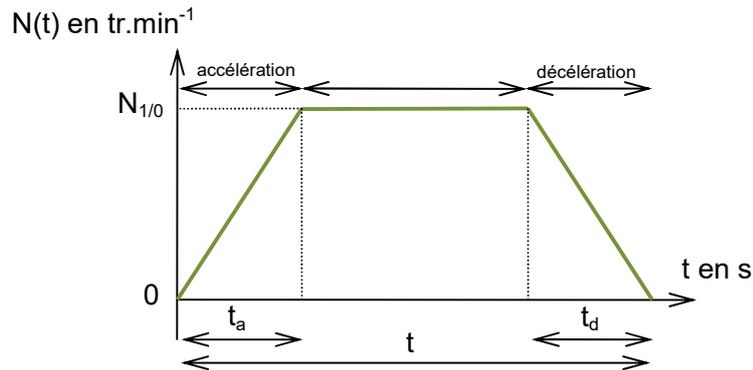
- Le repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est lié au bâti 0, ce repère sera considéré comme galiléen. Le champ de pesanteur est défini par  $\vec{g} = g \cdot \vec{z}_0$ .
- Le repère  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est lié au sous-ensemble 1 (composée du contrepoids c, de la virole v et du bras en treillis tubulaire b). La liaison 1/0 est considérée comme une liaison pivot parfaite d'axe  $(O, \vec{z}_0)$ . Sa position est paramétrée par l'angle  $\psi(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ .
- Le repère  $R_2(I, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  est lié à l'anneau 2. La liaison 2/1 est considérée comme une liaison pivot parfaite d'axe  $(I, \vec{x}_1)$ . Sa position est paramétrée par l'angle  $\theta(t) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$  est appelé angle de roulis,
- Le repère  $R_3(I, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  est lié à la nacelle 3 dans laquelle prend place le pilote. La liaison 3/2 est considérée comme une liaison pivot parfaite d'axe  $(I, \vec{y}_2)$ . Sa position est paramétrée par l'angle de tangage  $\varphi(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$ .

Données massiques :

- Sous ensemble (1) : Masse  $m_1$ , centre de gravité en O, moment d'inertie par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  :  $J_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ kg.m}^2$ .
- Anneau (2) : Masse  $m_2$ , centre de gravité I tel que  $\vec{OI} = -R \cdot \vec{y}_1$  ( $R=7\text{m}$ ), moment d'inertie par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  négligeable.
- Nacelle et pilote (3) : Masse  $m_3 = 200 \text{ kg}$ , centre de gravité en I, moment d'inertie par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  :  $J_3 = m_3 \cdot R^2$

- Q12.** Tracer les figures planes définissant les 3 angles entre les repères. Déterminer l'expression et la valeur de la vitesse de rotation  $\omega_{1/0}$  de 1 par rapport à 0.
- Q13.** Déterminer la vitesse  $\vec{V}_{I \in 3/0}$  de déplacement du centre de gravité de la nacelle.
- Q14.** En déduire l'accélération  $\vec{a}_{I \in 3/0}$  subie par le pilote. Conclure par rapport au respect du cahier des charges en régime permanent concernant l'accélération maximum.
- Q15.** Exprimer la puissance en sortie de réducteur  $P_{r \rightarrow 1/0}$  en fonction de la vitesse de rotation et du couple  $C_{r \rightarrow 1}$  disponible en sortie de réducteur. En déduire l'expression et la valeur du couple  $C_{r \rightarrow 1}$  en supposant qu'il est constant sur toute la gamme des vitesses de rotation du réducteur.
- Q16.** Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble  $\{1,2,3\}$  et en déduire la relation liant  $\omega_{1/0}$ ,  $C_{r \rightarrow 1}$  et les grandeurs inertielles (on supposera que  $\theta = \text{constante}$  et  $\varphi = \text{constante}$ ).
- Q17.** Montrer que la puissance galiléenne extérieure  $P_{2 \rightarrow 1/0}$  de l'action de 2 sur 1 est à priori non nulle bien que la liaison soit parfaite.

La loi de commande du moteur en vitesse respecte la loi en trapèze suivante :



**Q18.** En déduire la durée de mise en rotation à la vitesse maximale  $t_a$  si le couple  $C_r$  est constant et vaut sa valeur maximale. Le cahier des charges est-il respecté ?

PARTIE 3 ÉTUDE DE L'EFFORT D'ASSISTANCE NECESSAIRE AU SOUTIEN LOMBAIRE (EXTRAIT D'UN SUJET CCS MP)

**Objectif**

Proposer un modèle de connaissance de l'asservissement en force du vérin électrique d'un exosquelette de soutien lombaire, le valider par comparaison avec une mesure sur un banc d'essai et vérifier les performances de l'actionneur linéaire sur un banc d'essai. Ce modèle permettra de valider une commande pour le cas spécifique étudié.

**Mise en place d'un modèle de connaissance**

L'actionneur linéaire placé sur le banc d'essai et sa commande peuvent être modélisés par le schéma-blocs représenté figure 8.

Notations et hypothèses :

- la transformée de Laplace de la fonction  $a(t)$  est notée  $A(p)$  dans le cas général ;
- les conditions de Heaviside sont supposées vérifiées ;
- $F_c(p)$  représente la consigne en force de l'asservissement de force, dans le domaine de Laplace ;
- $F(p)$  représente la force développée par l'actionneur linéaire, dans le domaine de Laplace.

Les équations modélisant le comportement du moteur électrique (moteur à courant continu) muni d'une boucle d'asservissement de l'intensité du courant  $i_m(t)$ , sont:

- en supposant le temps de réponse de la boucle de courant négligeable,

$$u_l(t) = R i_m(t)$$

- par application des théorèmes généraux de la dynamique appliqués à l'ensemble des solides en mouvement,

$$I_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = Q C_m(t) - c_r(t) \text{ avec } c_r(t) = T y(t)$$

- loi de couplage électromécanique,

$$c_m(t) = k_c i_m(t)$$

Avec:

- $u_1(t)$ , la consigne en tension de la boucle d'asservissement de l'intensité du courant  $i_m(t)$  (en V);
- $i_m(t)$ , l'intensité du courant d'induit absorbé par le moteur à courant continu (en A) ;
- $R$ , la résistance d'induit du moteur (en  $\Omega$ ) ;
- $k_c$ , la constante de couple ( en  $N \cdot m \cdot A^{-1}$  ) ;
- $I_{eq}$ , le moment d'inertie équivalent des solides en mouvement par rapport au référentiel lié au bâti supposé galiléen, reportée sur l'arbre moteur ( en  $kg \cdot m^2$  ) ;
- $K_1$ , le gain du modulateur d'énergie.
- $\dot{y}(t) = K_{trans} \cdot \omega_m(t)$

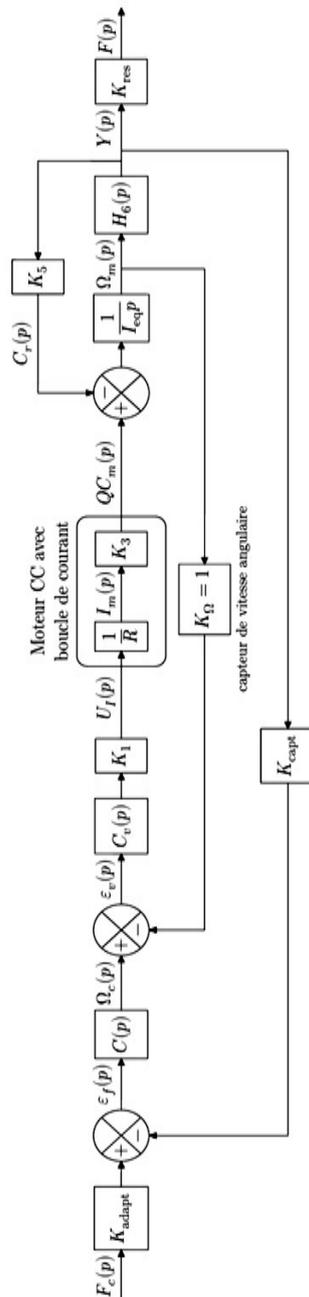


Figure 8 Schéma-blocs de l'asservissement de force développée par un actionneur linéaire placé sur le banc d'essai

Q 19. Après avoir transformé les équations précédentes dans le domaine de Laplace, exprimer les gains  $K_3$  et  $K_5$  en fonction de  $Q, k_c$  et  $T$ .

Q 20. Exprimer la fonction de transfert  $H_6(p)$  en fonction de  $K_{trans}$ .

Q 21. En supposant le système stable, déterminer l'expression de  $K_{adapt}$  en fonction de  $K_{trans}$  et  $K_{res}$  qui assure que l'écart en régime permanent ( $\varepsilon(t \rightarrow \infty)$ ) soit nul si l'erreur en régime permanent est nulle.

### Réglage de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur

Le schéma-blocs décrivant la structure de l'asservissement de la vitesse angulaire du moteur est fourni sur la figure 9. Cet asservissement doit respecter le cahier des charges fourni dans le tableau 4.

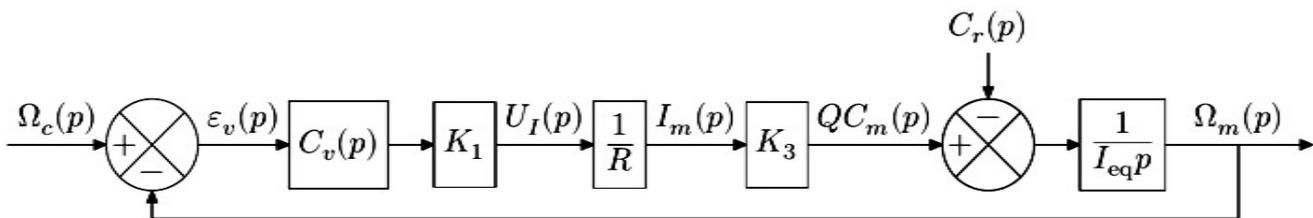


Figure 9 Schéma-blocs de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur électrique

Critère concepteur	Niveau
Marge de phase	$\geq 80^\circ$
Erreur en régime permanent pour une perturbation en échelon constante	Nulle
Pulsation de coupure à 0 dB	$\omega_{0\text{ dB}} = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Tableau 4 Critères concepteur pour la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire

Le choix d'un correcteur proportionnel intégral est fait afin de diminuer l'influence de la perturbation en couple modélisée par  $C_r(p)$ . La fonction de transfert du correcteur de la boucle d'asservissement en vitesse angulaire est noté  $C_v(p)$ , tel que

$$C_v(p) = K_i \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p}$$

On note  $H_{BOV}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\varepsilon_v(p)}$  la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de vitesse angulaire du moteur.

Q 22. Déterminer l'expression littérale de la phase de  $H_{BO}(j\omega)$ . En déduire la valeur numérique de  $\tau_i$  respectant les critères concepteur de la boucle de vitesse.

Le diagramme de Bode de la boucle ouverte  $H_{BO}(p)$ , avec  $K_i = 1$  et  $\tau_i$  déterminé à la question 22, est donné sur la figure 10.

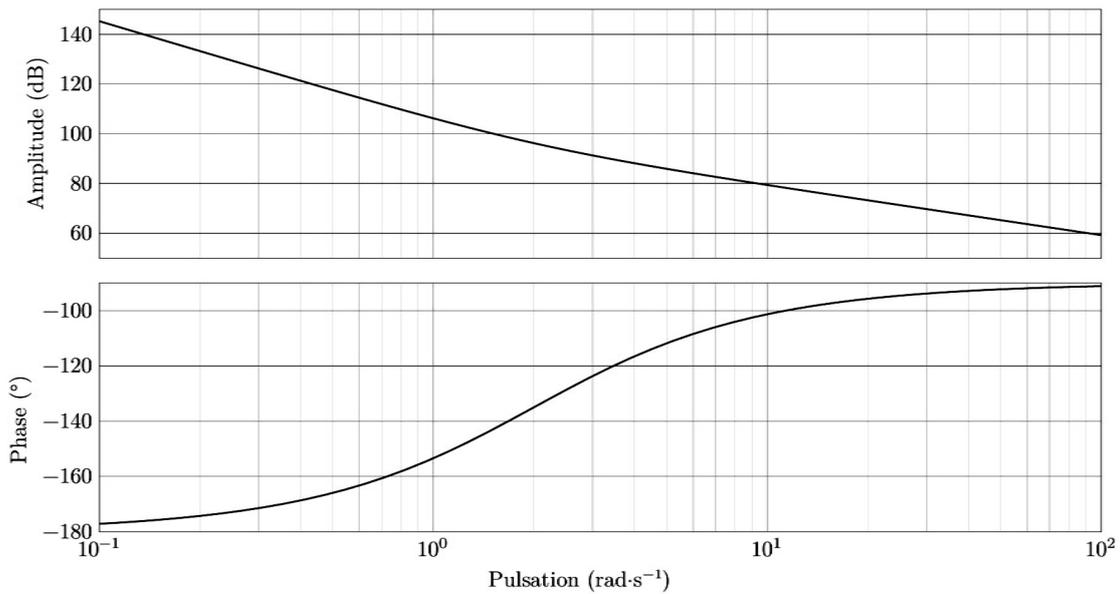


Figure 10 Diagramme de Bode de  $H_{BO}(p)$

Q 23. Déterminer la valeur numérique de  $K_i$  afin que la boucle d'asservissement de vitesse respecte les critères concepteur du tableau 4.

Simplification du modèle de connaissance

Il est possible de mettre le schéma-blocs de la figure 8 sous la forme du schéma-blocs de la figure 11, afin de faciliter la prévision des performances simulées.

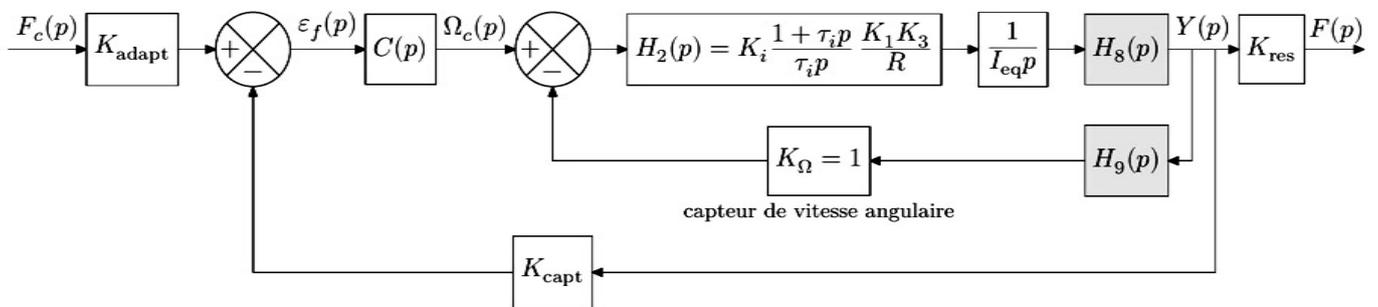


Figure 11 Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire

Q 24. Déterminer les fonctions de transfert  $H_8(p)$  et  $H_9(p)$  en fonction de  $K_5, I_{eq}$  et  $H_6(p)$ . Ne pas remplacer  $K_5$  et  $H_6(p)$  par les expressions trouvées précédemment.

Pour faciliter l'analyse des performances simulées, le schéma-blocs de la figure 11 est adapté afin de disposer d'un schéma-blocs à retour unitaire, tel que décrit sur la figure 12 .

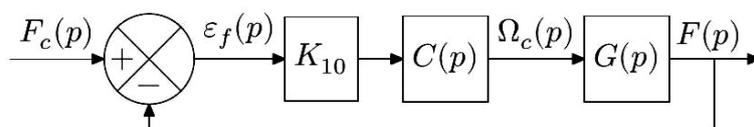


Figure 12 Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire à retour unitaire

Q 25. Déterminer l'expression du gain  $K_{10}$  en fonction de  $K_{capt}$  et de  $K_{res}$  .

Q 26. Déterminer la fonction de transfert  $G(p)$  en fonction de  $H_2(p), I_{eq}, H_8(p), H_9(p)$  et  $K_{res}$  . Ne pas remplacer  $H_2(p), H_8(p)$  et  $H_9(p)$  par les expressions trouvées précédemment.

Pour la suite, on donne la fonction de transfert  $G(p)$ , obtenue avec les valeurs de réglage correctes déterminées aux questions 22 et 23,

$$G(p) = \frac{F(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1 + \tau_i p}{p} \frac{1,2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} + 9,7 \times 10^{-5} p + 5,3 \times 10^{-6} p^2}$$

### Analyse des performances de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire

Il est proposé dans cette section d'analyser les performances simulées de l'asservissement en force dont un extrait du cahier des charges est présenté dans le tableau 5.

Id	Exigence	Critère	Niveau
Id1.1	Stabilité	Marge de phase	$\geq 60^\circ$
		Marge de gain	$> 20$ dB
	Dépassement maximal en %	$< 2,5\%$	
Id1.2	Précision	Erreur en régime permanent pour une entrée en échelon	$< 1\%$
Id1.3	Rapidité	Temps de réponse à 5% pour une consigne en échelon de force de 40 N	$tr_{5\%} < 1$ s
		Vitesse maximale de montée de la force de traction	$100 \text{ N}\cdot\text{s}^{-1}$

Tableau 5 Extrait du cahier des charges fonctionnel de l'actionneur linéaire sur le banc d'essai

On note  $H_{Bof}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)}$  la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en force développé par un actionneur linéaire. Dans un premier temps, le choix d'un correcteur proportionnel  $C(p) = K_{cor}$  est réalisé. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $H_{Bof}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)} = K_{cor} K_{10} G(p)$ , avec  $K_{cor} = 1$  et la valeur de  $\tau_i$  déterminée à la question 22, est donné sur la figure 13.

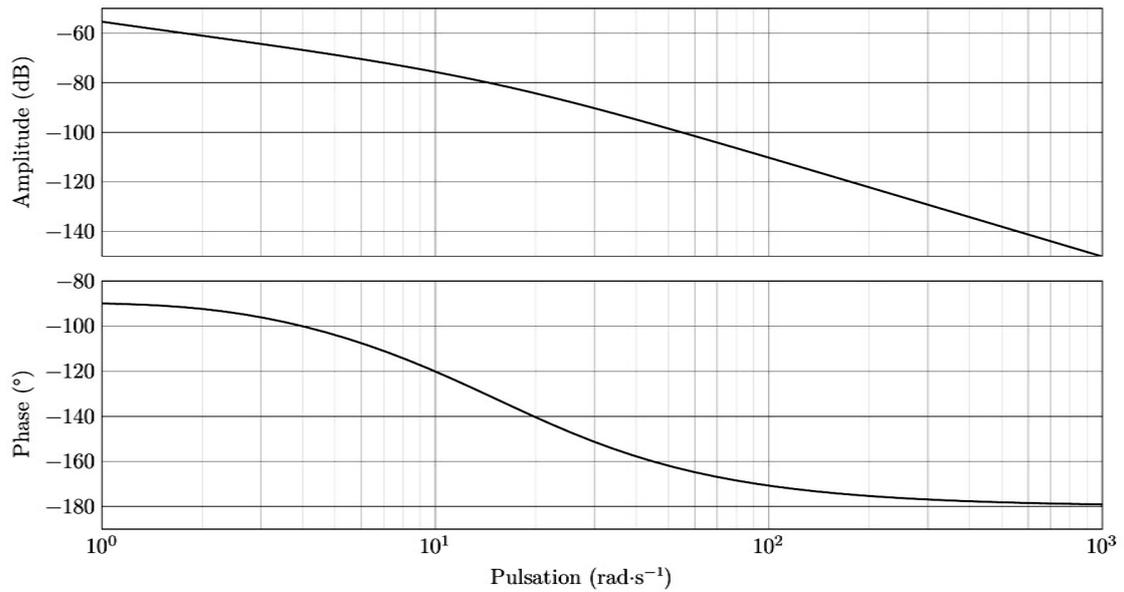


Figure 13 Diagramme de Bode de  $H_{BO}(p)$

Q 27. Déterminer la valeur numérique limite de  $K_{cor}$  afin que la boucle d'asservissement de force respecte les critères de marge de phase et de gain du tableau 5.

Les courbes sur la figure 14 représentent les réponses temporelles du modèle de connaissance de la figure 8, avec les correcteurs  $C_v(p)$  et  $C(p)$  correctement réglés, et de l'expérimentation sur le banc d'essai pour une consigne en échelon de force de 40 N .

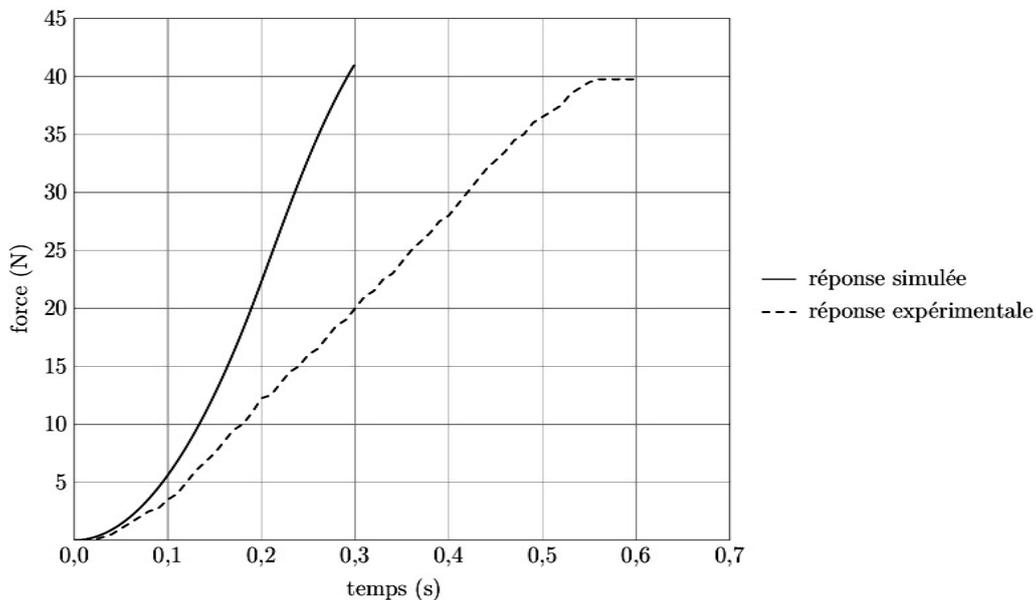


Figure 14

Réponses temporelles du modèle et expérimentale, pour une consigne en échelon de force de 40 N

Q 28. Quel critère du tableau des exigences (tableau 5) n'est pas pris en compte dans le modèle de connaissance ? D'après la courbe expérimentale, ce critère est-il respecté par le système réel ?