

## 1. Optimisation de la réponse d'un pendule à un séisme par un asservissement

À chaque mouvement du sol, un capteur mesure la position angulaire du pendule (2) par rapport au bâti (1). Des bobines de contre-réaction situées sur le pendule (voir Figure 2 et l'Annexe 1) génèrent un moment de rappel sur son axe de rotation par rapport au bâti, qui le ramène à sa position d'équilibre.

- La bobine HF (pour Haute Fréquence) pilote l'asservissement entre 0,05 Hz et 0,5 Hz. Son rôle principal est d'amortir les secousses trop brusques et d'éliminer la résonance du pendule.
- La bobine BF (pour Basse Fréquence) a été conçue pour intervenir sur les fréquences inférieures à 0,05 Hz. Elle permet de filtrer la variation journalière de température et les dérives saisonnières plus lentes.

L'asservissement mis en place est donc une régulation devant permettre d'annuler en régime permanent les effets des secousses sismiques sur le pendule, tout en étant sensible aux signaux dans une large bande de fréquences d'ondes sismiques, entre 0,01 Hz et 0,5 Hz.

Les exigences auxquelles doit répondre cet asservissement sont fournies dans la TABLE 1.

3	Acquérir les vibrations du sol martien		
3.1	Éliminer la résonance du système tout en maintenant une rapidité maximale	Résonance du système avec l'action de la bobine HF seule	aucune
		Rapidité du système avec l'action de la bobine HF seule	bande passante à -3 dB maximale
3.2	Ramener le déplacement du pendule à zéro	Précision de l'asservissement en tension	écart statique nul en réponse à un échelon d'accélération du sol
3.3	Filtrer le signal	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	$\geq 110$ dB limitée à la bande $[0,06; 3]$ rad $\cdot$ s $^{-1}$
3.4	Éviter des problèmes de saturation	Amplification des mouvements du sol par l'asservissement en tension	$< 120$ dB pour tous les signaux mesurés

TABLE 1 - Liste (non exhaustive) des exigences de l'asservissement

Objectif : régler la correction des bobines HF et BF.

Pour simplifier l'étude, on néglige les frottements dans l'articulation à lamelles, et on note  $K = k - dMg_M \cos \alpha_0$  la raideur équivalente du pendule.

La grandeur utile aux scientifiques qui analysent les données mesurées par le sismomètre est la tension électrique en sortie du capteur de déplacement, image de la position angulaire du pendule autour de sa position d'équilibre.

Le schéma-blocs de l'asservissement complet en tension d'un système est fourni en Annexe 4, ainsi que la description des grandeurs physiques intervenant dans l'asservissement et les données numériques utiles à cette partie.

On s'intéresse dans un premier temps à l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule. Le schéma-blocs correspondant est fourni à la Figure 4.

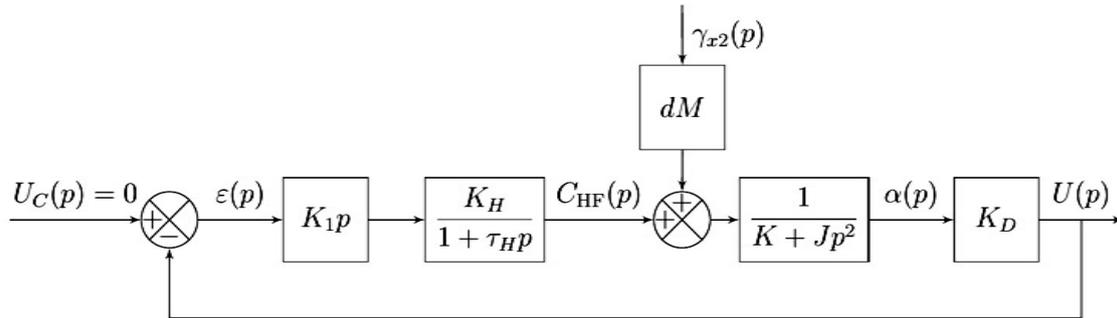


Figure 4 - Schéma-blocs de la boucle HF seule

Q1. Déterminer la fonction de transfert  $H_\gamma(p) = \frac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ , avec  $U_c(p) = 0$ , en l'exprimant sous la forme:

$$H_\gamma(p) = K_{HF} \cdot \frac{1 + a_1 p}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3}$$

où l'on précisera les expressions de  $K_{HF}$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  et  $b_3$ .

On donne les pôles  $p_i$  de  $H_\gamma(p)$  en Table 4 et le diagramme de Bode en gain de  $H_\gamma(p)$  en Figure 5 pour différentes valeurs de  $K_1$ .

$K_1$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
0,05	-1000	-0,38 - 2,33j	-0,38 + 2,33j
0,5	-1000	-0,64	-9,32
5	-1000	-0,069	-95,7

Table 4 - Pôles de la fonction de transfert  $H_\gamma(p)$

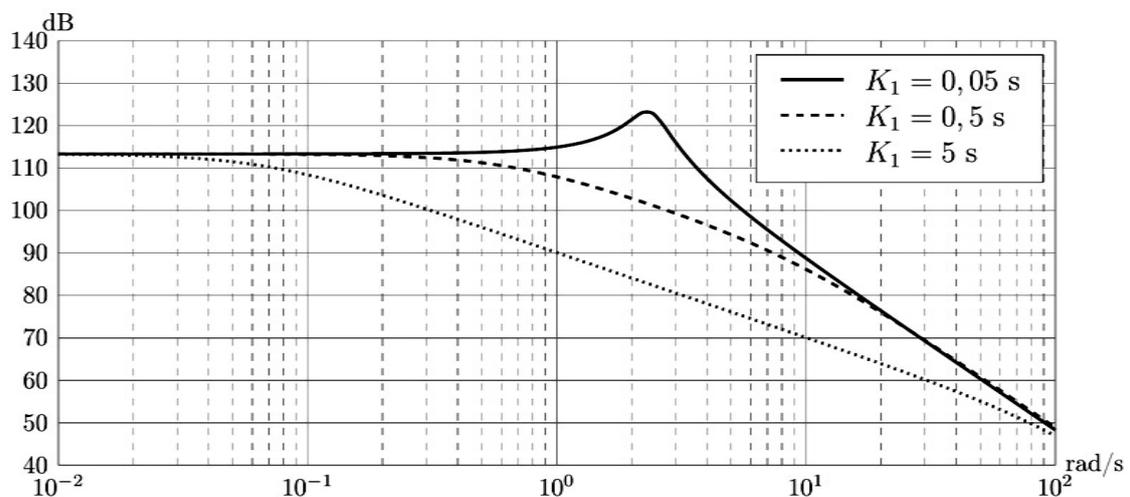


Figure 5 - Diagramme de Bode en gain de la fonction de transfert  $H_\gamma(p)$

Le réglage du correcteur HF doit permettre de répondre à l'exigence 3.1.

- Q2. Justifier que  $H_\gamma(p)$  correspond à un système stable quelle que soit la valeur retenue pour  $K_1$  dans la gamme  $[0,05; 5]$  s. Choisir, en justifiant, la valeur de  $K_1$  parmi les valeurs proposées, la plus adaptée au réglage de l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule.
- Q3. En s'appuyant sur les données numériques de la TABLE 4 et de l'Annexe 4, justifier que, pour la valeur retenue de  $K_1$ , la fonction de transfert peut s'écrire sous la forme:

$$H_\gamma(p) = \frac{dMK_D}{K} \cdot \frac{1}{(1 + \tau_2 p)(1 + \tau_3 p)}, \text{ avec } \tau_2 \gg \tau_3$$

Préciser les valeurs des constantes de temps  $\tau_2$  et  $\tau_3$ .

Pour la suite des questions, on conservera cette forme simplifiée de  $H_\gamma(p)$ .

- Q4. Justifier que l'asservissement avec l'action de la bobine HF seule ne permet pas de satisfaire les exigences 3.2 et 3.3.

En tenant compte des résultats précédents, le schéma-blocs de l'Annexe 4 peut se mettre sous la forme de celui de la Figure 6.

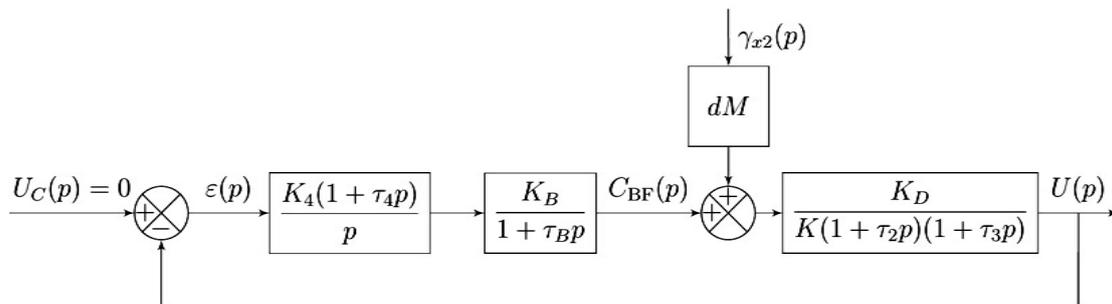


Figure 6 - Schéma-blocs de l'asservissement d'un système

Le correcteur BF est un correcteur proportionnel intégral. Pour optimiser la rapidité,  $\tau_4$  doit permettre de compenser le pôle dominant de la boucle ouverte.  $K_4$  est réglé de façon à répondre aux exigences 3.3 et 3.4.

- Q5. Préciser l'intérêt de la chaîne d'action BF vis-à-vis de l'exigence 3.2.
- Q6. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement,  $H_{BO}(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)}$ . Donner, en justifiant, la valeur retenue pour  $\tau_4$ .

On donne, pour la valeur de  $\tau_4$  retenue et différentes valeurs de  $K_4$ , le diagramme de Bode de l'asservissement en tension,  $\frac{U(p)}{\gamma_{x2}(p)}$ , sur la Figure B du Cahier Réponses.

- Q7. Choisir, en justifiant, la valeur de  $K_4$  qui permet de vérifier au mieux les exigences 3.3 et 3.4. Les tracés nécessaires apparaîtront sur la Figure B du Cahier Réponses.
- Q8. Donner le nom du type de filtre réalisé par le pendule asservi et préciser l'intérêt de cette solution pour la mesure des séismes par le sismomètre VBB.

2. Insensibilité des pendules au bruit environnant

Les parties précédentes ont mis en évidence la sensibilité à l'accélération du sol dans une direction privilégiée pour chaque système pendulaire. La disposition des trois systèmes dans la sphère de SEIS permet de recombinaison les mesures selon les trois directions de sensibilité, tout en minimisant l'influence du bruit environnant (vibrations résiduelles dues au vent, variations du champ magnétique, variations de températures quotidiennes, bruits dans les circuits électroniques, etc.).

Objectif : montrer l'intérêt de la disposition des trois systèmes quant à l'atténuation du bruit environnant. Le paramétrage et les notations utiles à cette partie sont fournis en Annexe page 4.

Q9. Ecrire les 6 termes manquants de la matrice  $P$ , en fonction de  $\alpha_0, \beta_u, \beta_v$  et  $\beta_w$ .

$$P = \begin{pmatrix} \cos\alpha_0 \sin \beta_u & \text{---} & \text{---} \\ \cos\alpha_0 \sin \beta_v & \text{---} & \text{---} \\ \cos\alpha_0 \sin \beta_w & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix}$$



Figure 7 - Photographie de la sphère de SEIS ouverte, contenant les trois systèmes vus de haut

Q10. Exprimer la matrice  $P$  en fonction de l'angle  $\alpha_0$  uniquement, en utilisant les valeurs numériques  $\beta_u = 0^\circ, \beta_v = 120^\circ$  et  $\beta_w = 240^\circ$ .

L'inversion de la matrice  $P$  donne :

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{3}\cos\alpha_0} & -\frac{1}{\sqrt{3}\cos\alpha_0} \\ \frac{1}{3\sin\alpha_0} & \frac{1}{3\sin\alpha_0} & \frac{1}{3\sin\alpha_0} \\ \frac{2}{3\cos\alpha_0} & -\frac{1}{3\cos\alpha_0} & -\frac{1}{3\cos\alpha_0} \end{pmatrix}$$

On note  $\varepsilon$  le bruit extérieur mesuré identiquement par chaque pendule. L'accélération du sol par rapport à  $R_0$  en  $O_1$ , impactée par ce bruit, s'écrit, dans la base  $b_0$  :

$$\vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0}^* = \gamma_{x_0}^* \vec{x}_0 + \gamma_{y_0}^* \vec{y}_0 + \gamma_{z_0}^* \vec{z}_0$$

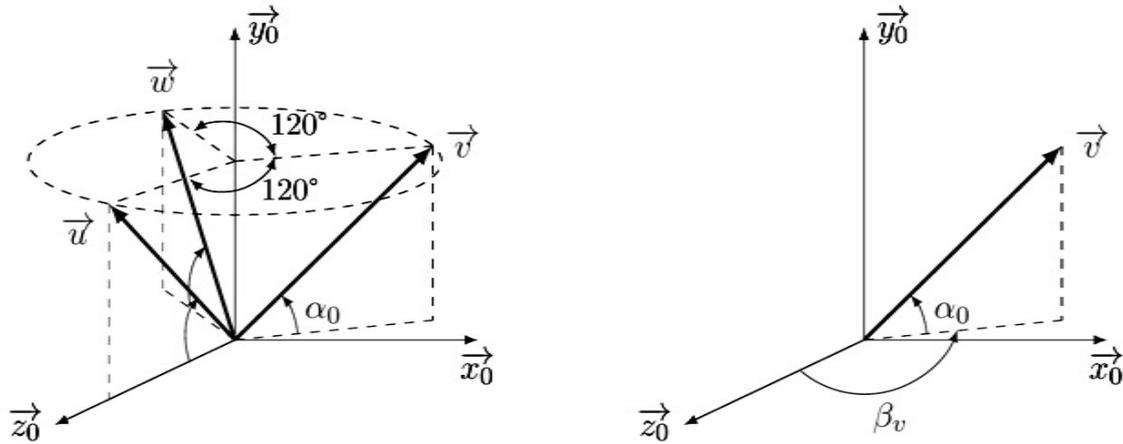
avec  $\vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0}^* \cdot \vec{u} = \gamma_u + \varepsilon$      $\vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0}^* \cdot \vec{v} = \gamma_v + \varepsilon$      $\vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0}^* \cdot \vec{w} = \gamma_w + \varepsilon$

Q11. Déterminer les expressions des composantes  $\gamma_{x_0}^*, \gamma_{y_0}^*$  et  $\gamma_{z_0}^*$  en fonction de  $\gamma_u, \gamma_v, \gamma_w, \alpha_0$  et  $\varepsilon$ , puis en fonction de  $\gamma_{x_0}, \gamma_{y_0}, \gamma_{z_0}, \alpha_0$  et  $\varepsilon$ . Préciser l'impact du bruit dans chacune des directions de la base  $b_0$ .

Q12. Comment choisir la valeur de  $\alpha_0$  de façon à minimiser l'impact du bruit mesuré?

## Annexe partie 2 - Disposition des trois systèmes du sismomètre VBB

Les trois systèmes pendulaires du sismomètre VBB sont répartis à  $120^\circ$  les uns des autres autour de l'axe vertical et leurs directions de sensibilité, notées respectivement  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$ , sont toutes inclinées d'un même angle  $\alpha_0$  par rapport à l'horizontale.



avec:

$$\beta_u = 0^\circ, \quad \beta_v = 120^\circ, \quad \beta_w = 240^\circ$$

On définit la base orthonormée directe  $b_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  constituée des vecteurs  $(\vec{z}_0, \vec{x}_0)$ , qui forment le plan horizontal lié au sol, et du vecteur vertical  $\vec{y}_0$ , normal au sol.

Les directions de sensibilité  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont orientées par rapport à la base  $b_0$  à l'aide des angles suivants :

- $\alpha_0$  oriente la direction de sensibilité des pendules par rapport au plan horizontal  $(\vec{z}_0, \vec{x}_0)$  (identique pour les trois directions de sensibilité),
- $-\beta_u, \beta_v$  et  $\beta_w$  orientent la projection de la direction du pendule par rapport à  $\vec{z}_0$  dans le plan horizontal.

Le vecteur accélération du sol par rapport au repère galiléen  $R_0$  au point  $O_1$  lors d'un séisme se décompose, dans la base  $b_0$ , comme suit :

$$\vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0} = \gamma_{x0}\vec{x}_0 + \gamma_{y0}\vec{y}_0 + \gamma_{z0}\vec{z}_0$$

Par ailleurs, les accélérations mesurées dans les directions de sensibilité sont notées respectivement :

$$\gamma_u = \vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0} \cdot \vec{u} \quad \gamma_v = \vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0} \cdot \vec{v} \quad \gamma_w = \vec{\Gamma}_{O_1,1/R_0} \cdot \vec{w}$$

La matrice  $P$  fait le lien entre l'expression de l'accélération du sol dans  $b_0$  et selon les différentes directions de sensibilité :

$$\begin{pmatrix} \gamma_u \\ \gamma_v \\ \gamma_w \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} \gamma_{x0} \\ \gamma_{y0} \\ \gamma_{z0} \end{pmatrix}$$

3 Etude d'un robot à déplacement autonome horizontal et vertical dans des racks

Présentation

Le système Skypod est une solution d'aide à la préparation de commande dans des zones de stockage de grande capacité. Il est conçu en France (région Hauts-de-France) par la société Exotec. Sa flexibilité et son adaptabilité en font un leader de son domaine, ce qui a permis à Exotec de devenir en 2022 la première licorne industrielle française ("start-up" valorisée à plus d'un milliard de dollars US). De grands noms internationaux du commerce en ligne ou physique comptent parmi ses principaux clients.

L'une de ses spécificités est son robot manipulateur de bac qui peut évoluer dans les trois dimensions. Il peut ainsi se déplacer sur le sol pour circuler dans les allées et rejoindre les postes de livraison (figure 8). Mais il peut également évoluer verticalement pour atteindre les bacs dans lesquels les produits sont stockés (figure 9).



Figure 8 - Robot évoluant horizontalement



Figure 9 - Robot évoluant verticalement

Quatre composants permettent de mettre en œuvre cette solution:

- la flotte de robots qui transporte les bacs entre opérateurs et zones de stockage;
- les racks, permettant de stocker les bacs, et dont le positionnement et la structure permettent les déplacements horizontaux et verticaux des robots;
- les stations qui permettent aux opérateurs de déposer et récupérer les produits dans les bacs apportés par les robots;
- le serveur permettant de gérer la flotte de robots en lien avec les consignes données par les stations.

3.1 Trajectoire d'un robot en phase de déplacement au sol

Objectif : étudier le comportement cinématique du robot en phase de déplacement au sol.

Pour ses déplacements au sol, le robot possède deux roues motrices 2 et 3 insérées dans deux chaînes de puissance différentes (et donc entraînées par deux moteurs différents). Pour assurer la stabilité au sol, deux autres roues laissées libres de leurs mouvements (dites « folles ») sont associées à un mécanisme permettant aux quatre roues d'être en contact avec le sol en permanence.

On s'intéresse à une trajectoire composée d'un segment droit, d'une courbe permettant au robot de tourner d'un quart de tour vers la gauche, puis d'un dernier segment droit (figure 10).

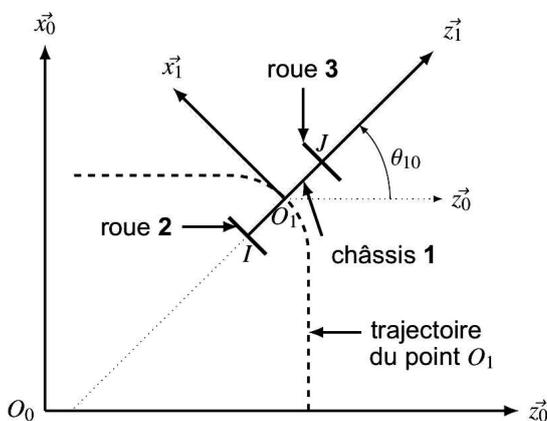


Figure 10 - Paramétrage du robot au sol

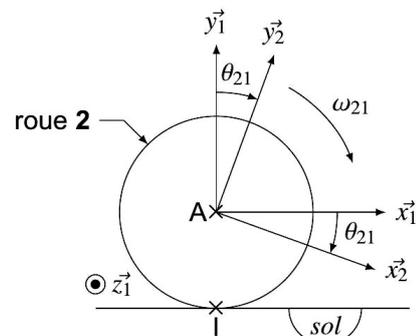


Figure 11 - Paramétrage de la roue 2 en contact avec le sol en I

Le robot est vu comme un ensemble de trois solides : le châssis 1, la roue gauche 2 en contact avec le sol 0 au point I et la roue droite 3 en contact avec le sol 0 au point J .

Les roues 2 et 3 sont en liaison pivot d'axe respectivement  $(A, \vec{z}_1)$  et  $(B, \vec{z}_1)$  avec le châssis 1 et on considérera qu'il y a roulement sans glissement de la roue 2 (respectivement roue 3) par rapport au sol 0 en I (respectivement en J). Pour des raisons de simplification, les roues «folles » ne sont pas étudiées ou représentées mais imposent que le châssis 1 ne peut être en rotation que selon  $\vec{y}_1$ .

On définit:

- $\mathcal{R}_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le référentiel supposé galiléen lié au sol 0 . On notera que  $\vec{y}_0$  est donc la verticale ascendante;
- $\mathcal{R}_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  le référentiel lié au châssis 1, avec  $\theta_{10} = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ ,  $\omega_{10}(t) = \frac{d\theta_{10}(t)}{dt}$  et la vitesse du robot  $\vec{V}(O_1 \in 1/0) = V(t)\vec{x}_1$ ;
- $\mathcal{R}_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  le référentiel lié à la roue gauche 2 , avec A le centre de la roue, R=20 mm son rayon,  $\theta_{21}(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$  et  $\omega_{21}(t) = \frac{d\theta_{21}(t)}{dt}$  (figure 11);
- $\mathcal{R}_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  le référentiel lié à la roue droite 3 , avec B le centre de la roue, R=20 mm son rayon,  $\theta_{31}(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$  et  $\omega_{31}(t) = \frac{d\theta_{31}(t)}{dt}$  (paramétrage analogue à la roue 2);
- L la largeur du robot:  $\overline{AO_1} = \overline{O_1B} = \frac{L}{2}\vec{z}_1$ .

Q13. À l'aide de la condition de roulement sans glissement en I, donner la relation entre  $V(t)$ ,  $\omega_{21}(t)$  et  $\omega_{10}(t)$ .

Q14. Par un raisonnement analogue, donner directement la relation entre  $V(t)$ ,  $\omega_{31}(t)$  et  $\omega_{10}(t)$ .

Q15. En déduire  $\omega_{10}(t)$  en fonction de  $\omega_{21}(t)$  et de  $\omega_{31}(t)$ .

On s'intéresse dans un premier temps à une trajectoire rectiligne. On note  $\omega_{moy}(t)$  la vitesse de rotation des roues pour cette trajectoire pour une vitesse  $V(t) = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Q16. Démontrer que pour une trajectoire rectiligne,  $\omega_{21}(t) = \omega_{31}(t)$ . En déduire  $\omega_{moy}(t)$  et donner sa valeur.

On s'intéresse dans un deuxième temps à la réalisation du virage de  $90^\circ$  vers la gauche (figure 10). Pour cela, on fait varier la vitesse  $\omega_{21}$  par une loi en trapèze et la vitesse  $\omega_{31}$  par une seconde loi en trapèze telle que  $\dot{\omega}_{21}(t) = -\dot{\omega}_{31}(t)$ , avec  $\dot{\omega}_{21}$  et  $\dot{\omega}_{31}$  les accélérations angulaires des roues 2 et 3 par rapport au châssis 1.

Q17. Donner dans ces conditions la valeur de l'accélération angulaire  $\dot{\omega}_{10}(t)$  en fonction de  $\dot{\omega}_{21}(t)$ .

Ces lois de commande de vitesse des roues aboutissent à l'évolution de  $\omega_{10}(t)$  au cours d'un virage de  $90^\circ$  donnée figure 12 . La norme de l'accélération angulaire pendant les phases 1 et 3 est constante et notée  $\gamma_{10}$ .

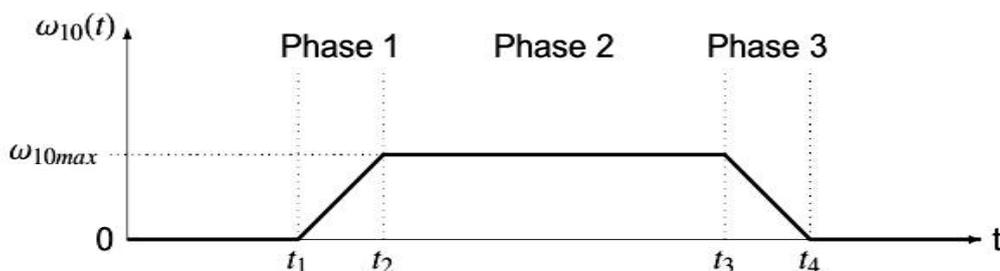


Figure 12 - Évolution de  $\omega_{10}$  lors d'un virage de  $90^\circ$

Q18. En faisant l'hypothèse que  $t_1=0$ , donner les expressions littérales de  $t_2$ , de  $t_3$  et de  $t_4$  en fonction de  $\omega_{10max}$  et de  $\gamma_{10}$ .

On propose plusieurs simulations de trajectoire pour différentes valeurs de  $\omega_{10max}$  dont le point de départ est de coordonnées (0,0) (figure 13). À des fins de comparaison, la figure 14 présente ces trajectoires en version normalisée (point de départ et d'arrivée de coordonnées (0,0) et (-1,1) ).

Q19. À l'aide des figure 13 et figure 14, commenter l'influence de  $\omega_{10max}$  sur la trajectoire du robot lors d'un virage.

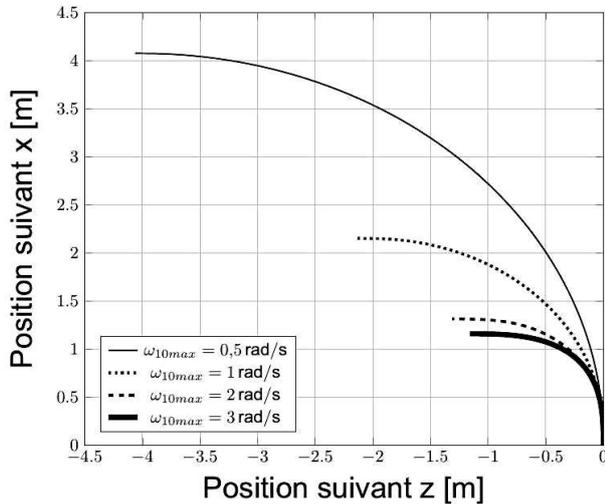


Figure 13 - Trajectoires selon plusieurs valeurs de  $\omega_{10max}$

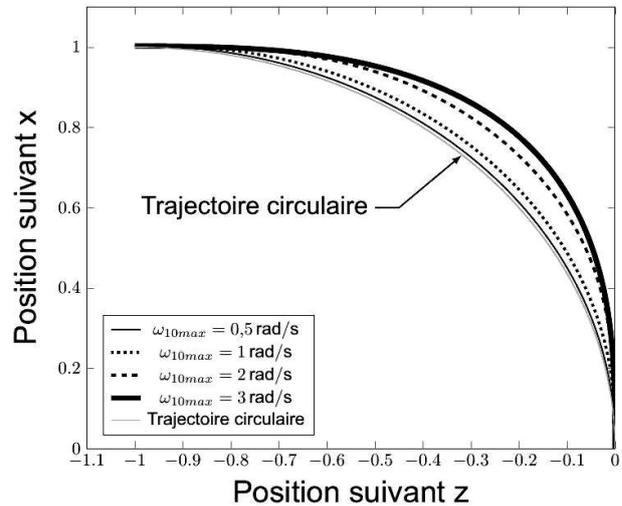


Figure 14 - Trajectoires normalisées selon plusieurs valeurs de  $\omega_{10max}$

### 3.2 Sollicitation du robot en mouvement vertical

Objectif : déterminer la puissance des moteurs nécessaire pour assurer le mouvement vertical du robot. Une fois le robot positionné aux pieds des racks, les bras rétractables sont déployés afin de mettre en contact les pignons sur les chaînes tendues le long des poteaux constituant les racks. La rotation des pignons entraînera alors l'ascension du robot, figure 15 et figure 16.

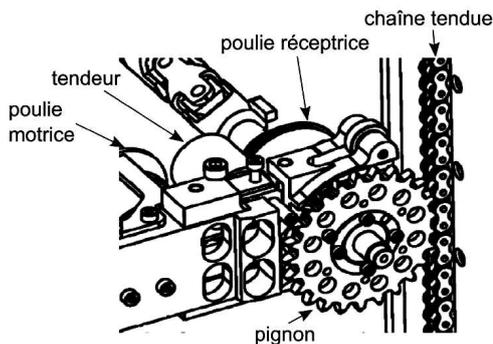


Figure 15 - Détail de l'engrènement d'un pignon sur la chaîne



Figure 16 - Vue du robot en montée (sans charge ni bac), avec pignons et chaînes redessinés

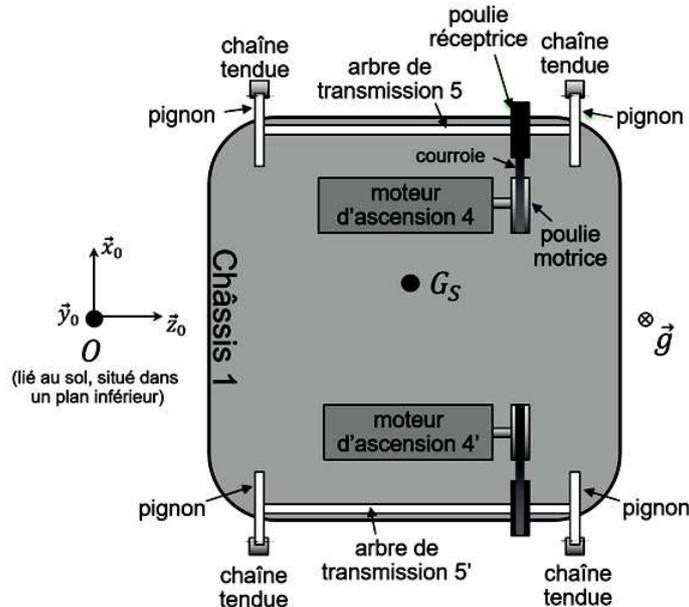


Figure 17 - Schématisation de la chaîne de puissance associée à l'ascension du robot. Vue de dessus du robot, pesantur selon  $-\vec{y}_0$ .

La structure de la chaîne de puissance permettant l'ascension du robot est schématisée figure 17. Elle est composée de deux ensembles similaires, chacun étant constitué d'un moteur d'ascension et d'un système poulie/courroie dont la poulie motrice est liée à l'arbre de sortie du moteur et la poulie réceptrice à un arbre de transmission. Ce dernier supporte également les deux pignons qui s'engrènent sur les chaînes tendues. La rotation des pignons va donc permettre de générer le mouvement vertical du robot. Un système annexe, non étudié ni représenté ici, permet de s'assurer que les pignons soient toujours en prise dans les chaînes.

#### Hypothèses et paramétrage

- On note  $\mathcal{R}_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  le référentiel supposé galiléen lié au sol 0.
- On note S l'ensemble des pièces en mouvement:
- $S = \{\text{Châssis 1} + \text{Moteurs} + \text{Systèmes Poulie/Courroie} + \text{Arbres transmission} + \text{Pignons} + \text{Bac rempli}\}$ , de masse  $m_S$  et de centre d'inertie  $G_S$ , tel que:

$$\vec{OG}_S = x_{G_S} \vec{x}_0 + y_{G_S}(t) \vec{y}_0 + z_{G_S} \vec{z}_0.$$

La position du centre de gravité n'est pas le centre géométrique du robot car la masse transportée est potentiellement excentrée.

- Le mouvement du châssis 1 par rapport au sol 0 est une translation de vitesse  $v_a(t) \vec{y}_0 = \dot{y}_{G_S}(t) \vec{y}_0$ . Ainsi  $v_a(t)$  est la vitesse d'ascension du robot.
- On définit les vitesses de rotation du moteur 4 et de l'arbre de transmission 5 par rapport au châssis 1 par respectivement  $\vec{\Omega}_{m/1} = \omega_{m1}(t) \vec{z}_0$  et  $\vec{\Omega}_{5/1} = \omega_{51}(t) \vec{z}_0$ . Les vitesses de rotation du moteur 4' ( $\vec{\Omega}_{m'/1} = \omega_{m'1}(t) \vec{z}_0$ ) et de l'arbre de transmission 5' ( $\vec{\Omega}_{5'/1} = \omega_{5'1}(t) \vec{z}_0$ ) sont opposées respectivement à celles de 4 et de 5.
- L'action mécanique du moteur 4 est modélisée par un torseur couple dont le moment sur son axe de rotation vaut  $C_m(t)$ . On suppose ici que les deux moteurs délivrent le même couple, mais en sens opposés.
- Les différents frottements (internes et externes) sont ramenés sur l'axe de rotation de chaque arbre de transmission et sont modélisés par un moment constant  $C_f \vec{z}_0$  sur l'arbre 5,  $C'_f \vec{z}_0$  sur l'arbre 5'. Ces deux couples sont opposés aux vitesses de rotation des arbres 5 et 5', de sorte que la valeur numérique de  $C_f$  est de signe opposé à celui de  $\omega_{51}(t)$  et que la valeur numérique de  $C'_f$  est de signe opposé à celui de  $\omega_{5'1}(t)$ .
- On note respectivement  $R_m, R_r$  et  $R_p$  les rayons d'enroulement des poulies motrices et réceptrices et le rayon primitif des pignons.

- On note respectivement  $J_m$  et  $J_5$  les moments d'inertie selon leurs axes de rotation d'un arbre moteur (poulie comprise) et d'un arbre de transmission (poulie et roues dentées comprises).
- L'attraction de pesanteur est portée par  $-\vec{y}_0$  de sorte que  $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ .
- L'inertie de la courroie est négligée.
- Le châssis inclut la batterie, les cartes électroniques et la connectique.

Q20. Déterminer l'expression de l'énergie cinétique  $E_c(S/\mathcal{R}_0)$  de l'ensemble S par rapport au repère  $\mathcal{R}_0$ .

La liaison entre un pignon et une chaîne correspond à un roulement sans glissement sur le rayon primitif  $R_p$  du pignon.

Q21. Exprimer le vecteur de la vitesse d'ascension du robot  $v_a(t)\vec{y}_0$  en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre moteur  $\omega_{m1}(t)$ .

Q22. En déduire l'expression de l'inertie équivalente notée  $J_{eq}$  de l'ensemble S rapportée à l'arbre moteur, en fonction de  $m_s, J_m, J_5$  et des grandeurs géométriques.

Q23. Déterminer l'expression de la somme des puissances extérieures (galiléennes) et intérieures à l'ensemble S. On ne fera apparaître que  $\omega_{m1}(t)$  comme variable cinématique.

Q24. Déduire des questions précédentes, en justifiant rigoureusement, l'expression du couple moteur  $C_m(t)$  en fonction de  $\dot{\omega}_{m1}(t)$  et des grandeurs caractéristiques constantes du système.

On donne figure 18 le profil de vitesse choisi pour l'évolution de la vitesse verticale du robot pour un cycle de montée/descente et dans le tableau 3 les valeurs numériques associées. On souhaite déterminer l'évolution correspondante du couple moteur.

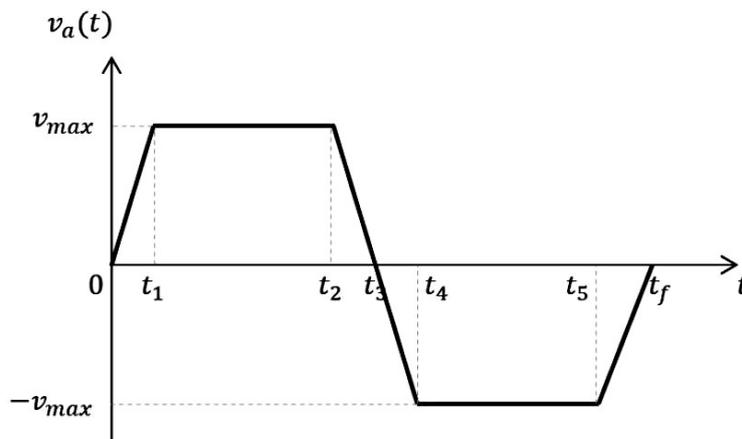


Figure 18 - Pilotage adopté pour la vitesse d'ascension pour un cycle de montée/descente

Données	
$R_m = R_r = 30 \text{ mm}$	$t_1 = 2 \text{ s}$
$ C_f  =  C'_f  = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$	$t_2 = 8 \text{ s}$
$J_{eq} = 1,14 \cdot 10^{-1} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$t_3 = 10 \text{ s}$
$R_p = 38 \text{ mm}$	$t_4 = 12 \text{ s}$
$v_{max} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	$t_5 = 18 \text{ s}$
$m_s = 78 \text{ kg}$	$t_f = 20 \text{ s}$

Tableau 3 - Valeurs numériques utiles

Q25. Compléter le DR2 en traçant l'évolution de l'accélération angulaire  $\dot{\omega}_{m1}(t)$  au cours du temps.

Q26. Tracer sur le DR3 l'évolution de  $C_f$  au cours du temps.

Il est alors possible, grâce aux travaux précédents, de calculer l'évolution du couple moteur  $C_m(t)$  pour les différentes phases (tableau 4).

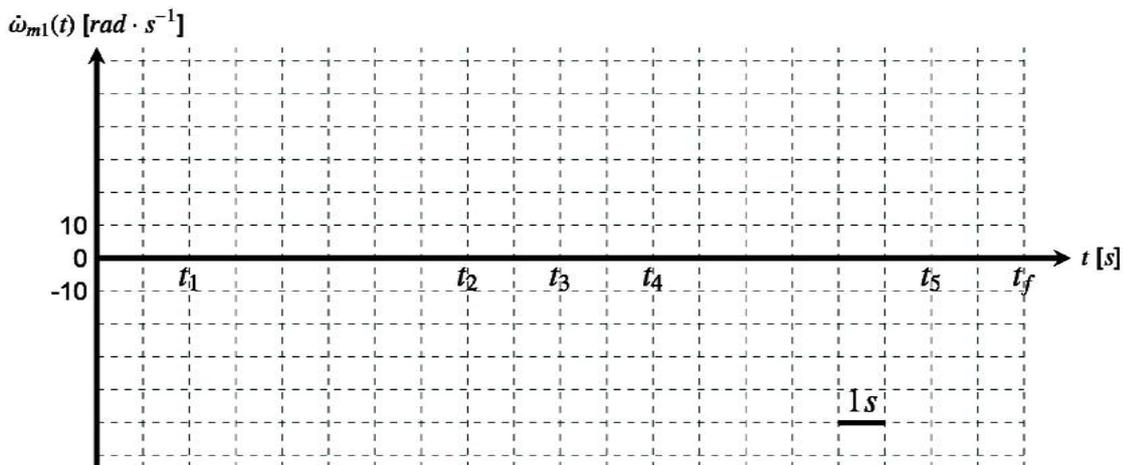
intervalle	de 0 à $t_1$	de $t_1$ à $t_2$	de $t_2$ à $t_3$	de $t_3$ à $t_4$	de $t_4$ à $t_5$	de $t_5$ à $t_f$
$C_m(t)$	-17 N · m	-15,5 N · m	-14 N · m	-12 N · m	-13,5 N · m	-15 N · m

Tableau 4 - Évolution de  $C_m(t)$  au cours du temps.

D'après les exigences, le moteur envisagé pour la motorisation est capable de fournir une puissance mécanique de 1000 W .

Q27. Après avoir précisé l'instant correspondant, déterminer la valeur numérique de la puissance maximale que le moteur devra développer pour assurer le mouvement étudié. Conclure quant au choix du moteur envisagé.

DR2 - Evolution de  $\dot{\omega}_{m1}(t)$



DR3 - Évolution du couple  $C_f$

