Correction de questions CCINP PSI 2024

Q4 : $\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/4} + \vec{\Omega}_{4/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{24}\vec{z}_0 + \omega_{41}\vec{z}_0 + \omega_{10}\vec{z}_0$

$\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/3} + \vec{\Omega}_{3/0} = \omega_{23}\vec{x}_0 + \omega_{30}\vec{x}_0$

ce qui donne $(\omega_{24} + \omega_{41} + \omega_{10})\vec{z}_0 = (\omega_{23} + \omega_{30})\vec{x}_0$

$\vec{x}_0 \neq \vec{y}_0 \Rightarrow$ cette égalité n'est possible que si

$\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{0}$, 2 a donc un mouvement de translation par rapport à 0.

Q7 : $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} =$

$= y_A\vec{y}_0 + x_B\vec{x}_1 + y_B\vec{y}_1$

alors $\frac{d}{2} = \vec{OB}\cdot\vec{y}_0 = y_A + [x_B(\cos\alpha\,\vec{x}_0 + \sin\alpha\,\vec{y}_0) + y_B(-\sin\alpha\,\vec{x}_0 + \cos\alpha\,\vec{y}_0)]\cdot\vec{y}_0$

$$\boxed{d = (y_A + x_B\sin\alpha + y_B\cos\alpha)\times 2}$$

Q8 : or $\alpha \ll 1 \Rightarrow \sin\alpha \simeq 1$ et $\cos\alpha \simeq 1$

d'où $d = 2(y_A + y_B) + 2x_B\alpha$ $\quad d = a\alpha + b$

$b = 2(y_A + y_B)$ et $a = 2x_B$

$d = 0 \Rightarrow \alpha = 0{,}045$ rad $\quad$ d'où $0 = a \times 0{,}045 + b$

$\alpha = 0 \Rightarrow d = 8{,}6$ mm $\quad$ d'où $8{,}6 = a\times 0 + b$ $\quad b = 8{,}6$ mm

$a = -\frac{b}{0{,}045} = \frac{-8{,}6}{0{,}045} = -0{,}19$ mrad^{-1}

$$\boxed{a = -0{,}19 \text{ mrad}^{-1} \text{ et } b = 8{,}6\times 10^{-3} \text{ m}}$$

Q9 : Faisons une fermeture géométrique (O, A, E, I, C, D, O)

$$\vec{OA} + \vec{AE} + \vec{EI} + \vec{IC} + \vec{CD} + \vec{DO} = \vec{0}$$ on a $(\vec{x}_0 ; \vec{x}_2) = \alpha + \beta$

$$y_A \vec{y}_0 + x_E \vec{x}_1 + x_I \vec{x}_2 - R_g \vec{y}_2 - x_c \vec{x}_0 - y_c \vec{y}_0 - x_D \vec{x}_0 = \vec{0}$$

$$(y_A - y_c) \vec{y}_0 - (x_c + x_D) \vec{x}_0 + x_E \vec{x}_1 + x_I \vec{x}_2 - R_g \vec{y}_2$$

on cherche x_D projetons cette expression sur $\vec{y}_2$ pour faire apparaître un angle β (changement de base de 2 vers 1)

$$(y_A - y_c) \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_2 - (x_c + x_D) \vec{x}_0 \cdot \vec{y}_2 + x_E \vec{x}_1 \cdot \vec{y}_2 - R_g = 0$$

$$(y_A - y_c) \cos(\alpha+\beta) + (x_c + x_D) \sin(\alpha+\beta) - \sin\beta \, x_E - R_g = 0$$

$$(x_c + x_D) \sin(\alpha+\beta) = (y_c - y_A) \cos(\alpha+\beta) + \sin\beta \, x_E + R_g$$

$$\boxed{x_D = \frac{x_E \sin\beta + (y_c - y_A) \cos(\alpha+\beta) + R_g}{\sin(\alpha+\beta)} - x_c}$$

$$\boxed{d_1 = x_E \quad d_2 = y_c - y_A \quad d_3 = R_g \quad d_4 = x_c}$$

Q10 Pour $\Delta\alpha = 0{,}04 - 0$ $\quad \Delta x_D = 0{,}9 - 0$

d'où $k_D = \dfrac{\Delta x_D}{\Delta\alpha} = \dfrac{0{,}9}{0{,}04} \times 10^{-3} = 22{,}5 \times 10^{-3}$ m rad^{-1}

Q11 $d = a\alpha + b$ $\qquad d = a \dfrac{x_D}{K_D} + b$

or $x_D = \text{pas} \dfrac{\theta_2}{2\pi}$ $\qquad$ d'où $\boxed{d = a \dfrac{\text{pas}\ \theta_3}{2\pi K_D} + b}$

L'application à un $\Delta d = d_2 - d_1$ correspond à $\Delta\theta_3$

$$\boxed{\Delta d = a \frac{P^{ab}}{\cancel{2\pi} K_D} \cdot \frac{\cancel{2\pi}}{2^{14}} \ mm/inc}$$

Q12 : On cherche $\omega_{4/0}$: La condition de roulement sans glissement donne :

$$\vec{V}_{I\in 4/1} = \vec{V}_{I\in 4/0} + \vec{V}_{I\in 0/1} = \vec{V}_{I\in 4/0} - \vec{V}_{I\in 1/0} = \vec{0}$$

$$\vec{V}_{I\in 4/0} = \vec{V}_{I\in 4/2} + \vec{V}_{I\in 2/0}$$

$$= \underbrace{\vec{V}_{C\in 4/2}}_{=\vec{0}} + \vec{IC}\wedge\vec{\Omega}_{4/2} + \dot{x}_D \vec{x}_0$$

$$= -R_g \vec{y}_2 \wedge \omega_{4/2}\vec{z}_2 + \dot{x}_D \vec{x}_0$$

$$= -R_g \omega_{4/2}\vec{x}_2 + \dot{x}_D \vec{x}_0 = \underbrace{\vec{V}_{A\in 1/0}}_{=\vec{0}} + \vec{IA}\wedge\vec{\Omega}_{1/0}$$

Or $\omega_{4/0} = \omega_{4/2} + \underbrace{\omega_{2/0}}_{=0} \Rightarrow \omega_{4/2} = \omega_{4/0}$

$$-R_g\,\omega_{4/0}\vec{x}_2 + \dot{x}_D\vec{x}_0 = \left(-x_I\vec{x}_2 - x_E\vec{x}_1\right)\wedge\dot{\alpha}\,\vec{z}_{12}$$

$$= x_I\dot{\alpha}\,\vec{y}_2 + x_E\dot{\alpha}\,\vec{y}_1$$

en projection sur $\vec{x}_2$ cela donne $-R_g\,\omega_{4/0} + \dot{x}_D\cos(\alpha+\beta)$

$$= x_E\dot{\alpha}\,\vec{y}_1\cdot\vec{x}_2 = x_E\dot{\alpha}\sin\beta$$

$$\omega_{4/0} = \frac{\dot{x}_D \cos(\alpha+\beta) - x_E \dot{\alpha} \sin\beta}{R_g}$$

$$\boxed{\omega_{4/0} = \dot{\alpha}\, \underbrace{\frac{(k_D \cos(\alpha+\beta) - x_E \sin\beta)}{R_g}}_{= K_G}}$$

Q13 : $E_{c_T} = E_{c_1} + E_{c_{1'}} + E_{c_2} + E_{c_3} + E_{c_4} + E_{c_{4'}}$

$$= \frac{1}{2}\left(2 I_1 \dot{\alpha}^2 + m_2 \dot{x}_D^2 + I_3 \dot{\theta}_3^2 + 2 m_4 \dot{x}_D^2 + 2 I_4 \omega_{4/0}^2\right)$$

on a $\omega_{4/0} = K_G \dot{\alpha}$ $\quad \dot{\alpha} = \frac{\dot{x}_D}{K_D}$ $\quad \dot{x}_D = \frac{\dot{\theta}_3}{2\pi} \times pas$

d'où :

Q14 : $$E_{c_T} = \frac{1}{2}\underbrace{\left(2 I_1 \cdot \left(\frac{pas}{2\pi K_D}\right)^2 + m_2 \left(\frac{pas}{2\pi}\right)^2 + I_3 + 2 m_4 \left(\frac{pas}{2\pi}\right)^2 + 2 I_4 \left(\frac{K_G\, pas}{2\pi K_D}\right)^2\right)}_{J_{eq}}$$

Q15 : On néglige les efforts de pesanteur, les torseurs extérieurs qui génèrent des puissances sont ceux-ci.

Le moteur $P_{mot} = +\dot{\theta}_3 C_m$

Effort de l'utilisateur $P_{ut.} = 2 F_u \cdot \vec{V}_{E\in 1} \cdot \vec{y}_0 = 2 F_u \cdot (\vec{EA} \wedge \dot{\alpha} \vec{z}) \cdot \vec{y}_0$

$$= 2 F_u \left(-x_E \vec{x}_1 \wedge \dot{\alpha} \vec{z}\right) \cdot \vec{y}_0$$

$$= 2 F_u \cdot x_E \dot{\alpha}\, \vec{y}_1 \cdot \vec{y}_0$$

$$= 2 F_u\, x_E \dot{\alpha} \cos\alpha$$

Couple de rappel $P_r = -2C_r \dot{\alpha}\alpha$

Déformation $P_{def} = -2\vec{F_0} \cdot \vec{V}_{B \in 1/0} \cdot \vec{y_0} = -2F_0 \left[(-x_B\vec{x_1} - y_B\vec{y_1}) \wedge \dot{\alpha}\vec{z} \right] \cdot \vec{y_0}$

$$= -2F_0 \left(x_B \dot{\alpha} \vec{y_1} - y_B \dot{\alpha} \vec{x_1} \right) \cdot \vec{y_0}$$

$$P_{def} = -2F_0 \left(x_B \dot{\alpha} \cos\alpha - y_B \dot{\alpha} \sin\alpha \right)$$

Q16 : Puissances intérieures

Les liaisons sont considérées parfaits donc la puissance absorbée est nulle, il n'y a que le frottement fluide

$$P_f = -C_f \dot{\theta}_3 \cdot \dot{\theta}_3 = -C_f \dot{\theta}_3^2$$

Q17 On applique le théorème de l'Energie cinétique à l'ensemble $\{1, 1', 2, 3, 4, 4'\}$:

$$\frac{d}{dt} E_{CT} = \sum P_{int} + \sum P_{ext}$$

$$2 \times \frac{1}{2} \times J_{eq} \ddot{\theta}_3 \cancel{\dot{\theta}_3} = -C_f \dot{\theta}_3^{\cancel{2}} + C_m \cancel{\dot{\theta}_3} + 2 \frac{\cancel{\dot{\theta}_3}}{2\pi K_D} \times pas \left(F_u x_e - F_0 x_B \right) - 2C_r \theta_3 \cancel{\dot{\theta}_3} \left(\frac{pas}{2\pi K_D} \right)^2$$

$$J_{eq} \ddot{\theta}_3 + C_f \dot{\theta}_3 + \underbrace{2C_r \left(\frac{pas}{2\pi K_D} \right)^2}_{C_{eq}} \theta_3 = C_m + \underbrace{\frac{2 pas\, x_e}{2\pi K_D}}_{-k_u} F_u \underbrace{- \frac{2 pas}{2\pi K_D} x_B}_{-k_0} F_0$$

Q18 : Pince maître moteur bloqué $\Rightarrow$ $\theta_3 = cte$ $\dot\theta_3 = 0$ $\ddot\theta_3 = 0$

$F_u \neq 0$ $F_o = 0$ $C_{eq}\theta_3 = C_m - l_u F_u$

$$\boxed{C_m = C_{eq}\theta_3 + l_u F_u}$$

Q19 : $F_u = 0$ $F_o \neq 0$ $\theta_3 = cte$

$$C_m = C_{eq}\theta_3 - l_o F_o$$

Q20 : Id 1.4.1 Id 2.1.1.1 effort max de 5N

couple moteur max $= 7\,mN.m \Rightarrow I_{max} = \dfrac{7\times10^{-3}}{0,00352}$

$\simeq 2A$ ⚠

2A > 1,5A Exigence non vérifiée.

Q21 : $J_{eq}\ddot\theta_3 + f_{eq}\dot\theta_3 + C_{eq}\theta_3 = C_m - l_u F_u + l_o F_o$ (1)

$J_{eq}\ddot\theta_3 + f_{eq}\dot\theta_3 + 2C_a\left(\dfrac{pas}{2\pi K_D}\right)^2\theta_3 = -l_u F_u + l_o F_o$ (2)

(1) - (2) donne : $C_m = \left(C_{eq} - 2C_a\left(\dfrac{pas}{2\pi K_D}\right)^2\right)\theta_3$

$$C_m = \left(2C_r\left(\frac{pas}{2\pi K_D}\right)^2 - 2C_a\left(\frac{pas}{2\pi K_D}\right)^2\right)\theta_3$$

$$\boxed{C_m = 2\left(\frac{pas}{2\pi K_D}\right)^2\theta_3\left(C_r - C_a\right)}$$

Q22 $i = \dfrac{C_m}{K_c} = \dfrac{2\theta_3}{K_c}\left(\dfrac{pas}{2\pi K_D}\right)^2\left(C_r - C_a\right) = 0$ si $C_r = C_a$

Q23 $H_4(p) = \frac{1}{p}$

passons l'expression de la Q17 dans le domaine de Laplace : (1) $J_{eq}\, p^2\, \theta_3(p) + f_{eq}\, p\, \theta_3(p) + C_{eq}\, \theta_3(p) = -l_u F_u + l_0 F_0 + C_m$

or $\omega_3 = \frac{d\theta_3}{dt}$ $\quad \Omega_3(p) = p\, \theta_3(p)$

l'équation (1) devient $J_{eq}\, p\, \Omega_3(p) + f_{eq}\, \Omega_3(p) + \frac{\Omega_3}{p} C_{eq}$
$= -l_u F_u + l_0 F_0 + C_m$

D'après le schéma bloc on a :

$$\Omega_3(p) = H_3(p)\left(C_m - H_1(p) F_u(p) + H_2(p) F_0(p)\right)$$

$$\Omega_3\left(J_{eq} p + f_{eq} + \frac{C_{eq}}{p}\right) = -l_u F_u(p) + l_0 F_0 + C_m$$

$$\Omega_3 = \underbrace{\frac{1}{\left(J_{eq} p + f_{eq} + \frac{C_{eq}}{p}\right)}}_{H_3(p)} \left(\underbrace{-l_u}_{H_1(p)} F_u(p) + \underbrace{l_0}_{H_2(p)} F_0(p) + C_m\right)$$

$$= \frac{p}{J_{eq} p^2 + f_{eq} p + C_{eq}} \left(-l_u F_u(p) + l_0 F_0(p) + C_m\right)$$

Q24 : $\varepsilon_p = K_{conv}(d_c - b) - K_{jauge}\, \alpha(p)$

$$= K_{conv}(d_c - b) - K_{jauge}\left(\frac{d(p) + b}{K_6}\right)$$

$\Rightarrow \varepsilon_p = 0$ si $d = d_c$ $\quad 0 = K_{conv}(d_c - b) - K_{jauge}\left(\frac{d_c - b}{K_6}\right)$

$$0 = \left(K_{conv} - \frac{k_{jauges}}{K_6}\right)\left(d_c - b\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{conv} = \frac{k_{jauges}}{K_6}}$$

Q25 : $I = \frac{1}{R+Lp}\left(U - K_e \frac{p}{J_{eq}p^2 + f_{eq}p + C_{eq}} K_c I\right)$

$$I\left(1 + \frac{K_e K_c p}{(R+Lp)(J_{eq}p^2 + f_{eq}p + C_{eq})}\right) = \frac{U(p)}{R+Lp}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{I(p)}{U(p)} &= \frac{J_{eq}p^2 + f_{eq}p + C_{eq}}{(R+Lp)(J_{eq}p^2 + f_{eq}p + C_{eq}) + K_e K_c p} \\ &= \frac{\cancel{C_{eq}}\left(1 + \overbrace{\frac{f_{eq}}{C_{eq}}}^{a_1}p + \overbrace{\frac{J_{eq}}{C_{eq}}}^{a_2}p^2\right)}{R\cancel{C_{eq}}\left(1 + \underbrace{\frac{K_c K_e + R f_{eq} + L C_{eq}}{R C_{eq}}}_{a_3}p + \underbrace{\frac{R J_{eq} + L f_{eq}}{R C_{eq}}}_{a_4}p^2 + \underbrace{\frac{L J_{eq}}{R C_{eq}}}_{a_5}p^3\right)}\end{aligned}}$$

Q26 $C(p) = K_{pl}$

La fonction de tranfert en BF $= \frac{FTBO}{FTBO + 1}$

l'erreur statique est donc avec $FTBO' = C(p) \times \frac{I}{U} = K_{pl} \times \frac{I}{U}$

$$F_{TBF} = \frac{K_{pl}(1 + a_1 p + a_2 p^2)}{R(1 + a_3 p + a_4 p^2 + a_5 p^3)} \times \frac{1}{1 + \frac{K_{pl}}{R}\frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{(1 + a_3 p + a_4 p^2 + a_5 p^3)}}$$

$$FTBF = \frac{K_{pl}(1+a_1p+a_2p^2)}{R(1+a_3p+a_4p^2+a_5p^3)+K_{pl}(1+a_1p+a_2p^2)}$$

$$\lim_{t\to+\infty} i(t) = \lim_{p\to 0} p\,I(p) = \lim_{p\to 0} FTBF = \frac{K_{pl}}{R+K_{pl}}$$

$$\text{erreur} = I_0\left(1-\frac{K_{pl}}{R+K_{pl}}\right)$$

$$\text{erreur relative} = \frac{R+K_{pl}-K_{pl}}{R+K_{pl}} = \frac{R}{R+K_{pl}} < 0{,}05$$

$$\Rightarrow \quad R < 0{,}05(R+K_{pl}) \Rightarrow 0{,}95R < 0{,}05K_{pl}$$

$$\Rightarrow \boxed{K_{pl} > \frac{0{,}95}{0{,}05}R = 19R = 55{,}1\ \Omega}$$

Q27 Le correcteur proportionnel intégral va amplifier les basses fréquences, la courbe de gain dans les basses fréquence est autour de -8 dB le gain du correcteur est égal à 8 dB pour :

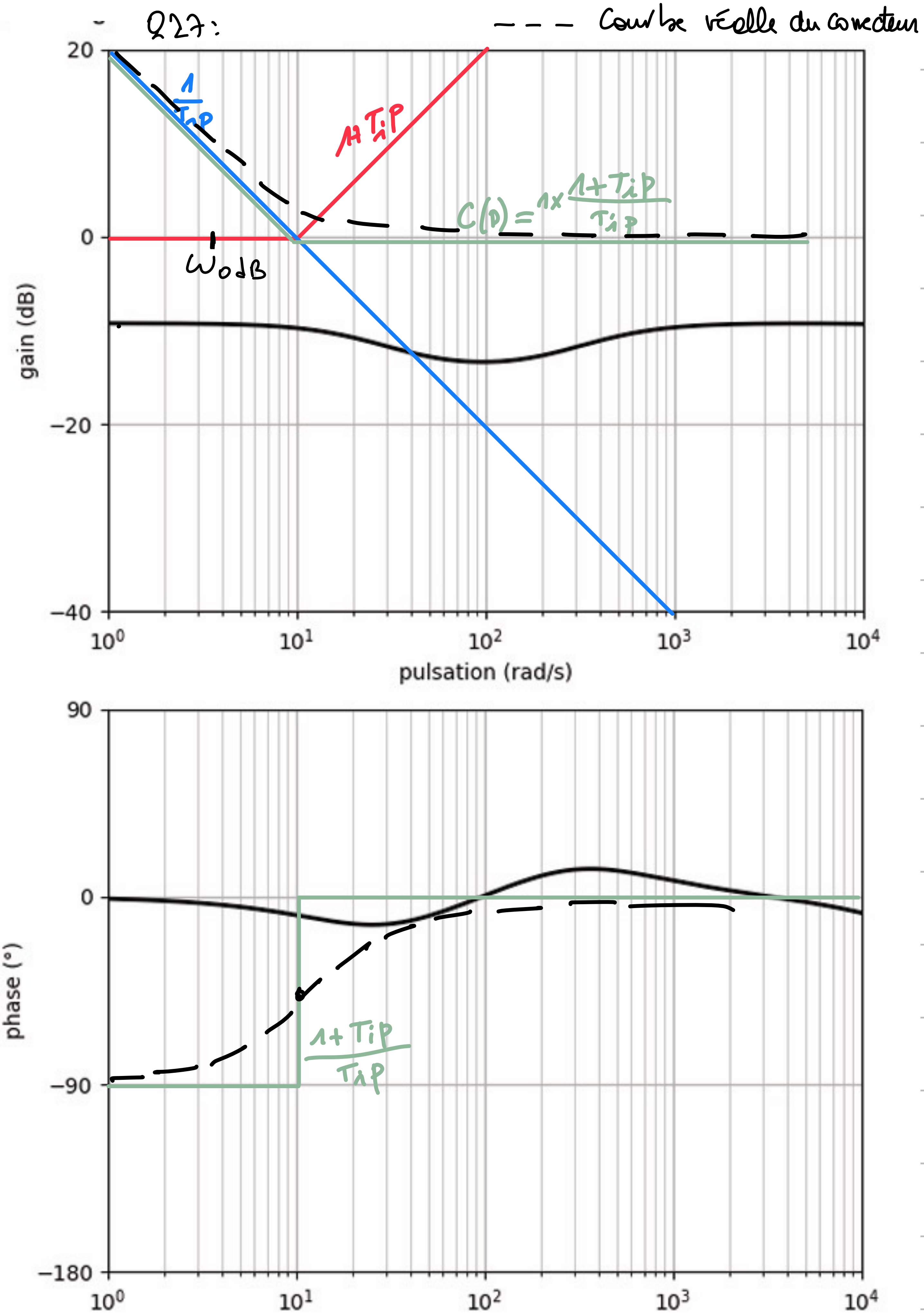
$$8 = 20\log\frac{0{,}1\,\omega_{0dB}}{\sqrt{1+(0{,}1\,\omega_{0dB})^2}}$$

d'où $$\frac{0{,}1\,\omega_{0dB}}{\sqrt{1+(0{,}1\,\omega_{0dB})^2}} = 10^{8/20} = 2{,}51$$

$$(0{,}1\,\omega_{0dB})^2 = 2{,}51\left(1+(0{,}1\,\omega_{0dB})^2\right)$$

ce qui donne $\omega_{0dB} \simeq 3{,}2$ rad/s $\Rightarrow M\varphi > 90°$ OK

Q27 :



La phase n'atteint jamais −180° ⇒ MG → +∞

Avec l'intégrateur la FTBO est de classe 1 $\Rightarrow$ le système est précis.

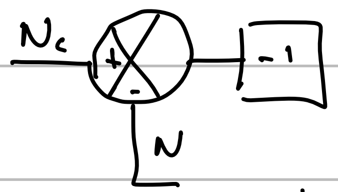
$\forall K_{pl}$ $M\varphi$ et MG resteront $>$ aux exigences, quant à la précision elle ne dépend pas de K_{pl}.

<u>Q29:</u> – – – – le moteur accompagne (intensité > 0)

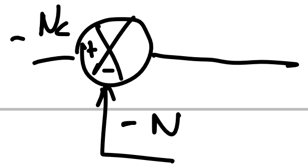
. . . . . " résiste (intensité < 0)

<u>Q30</u> ———— $I = 0 \Rightarrow C_r = C_a = 2{,}2\ N.m/rad$

<u>Q31</u> :

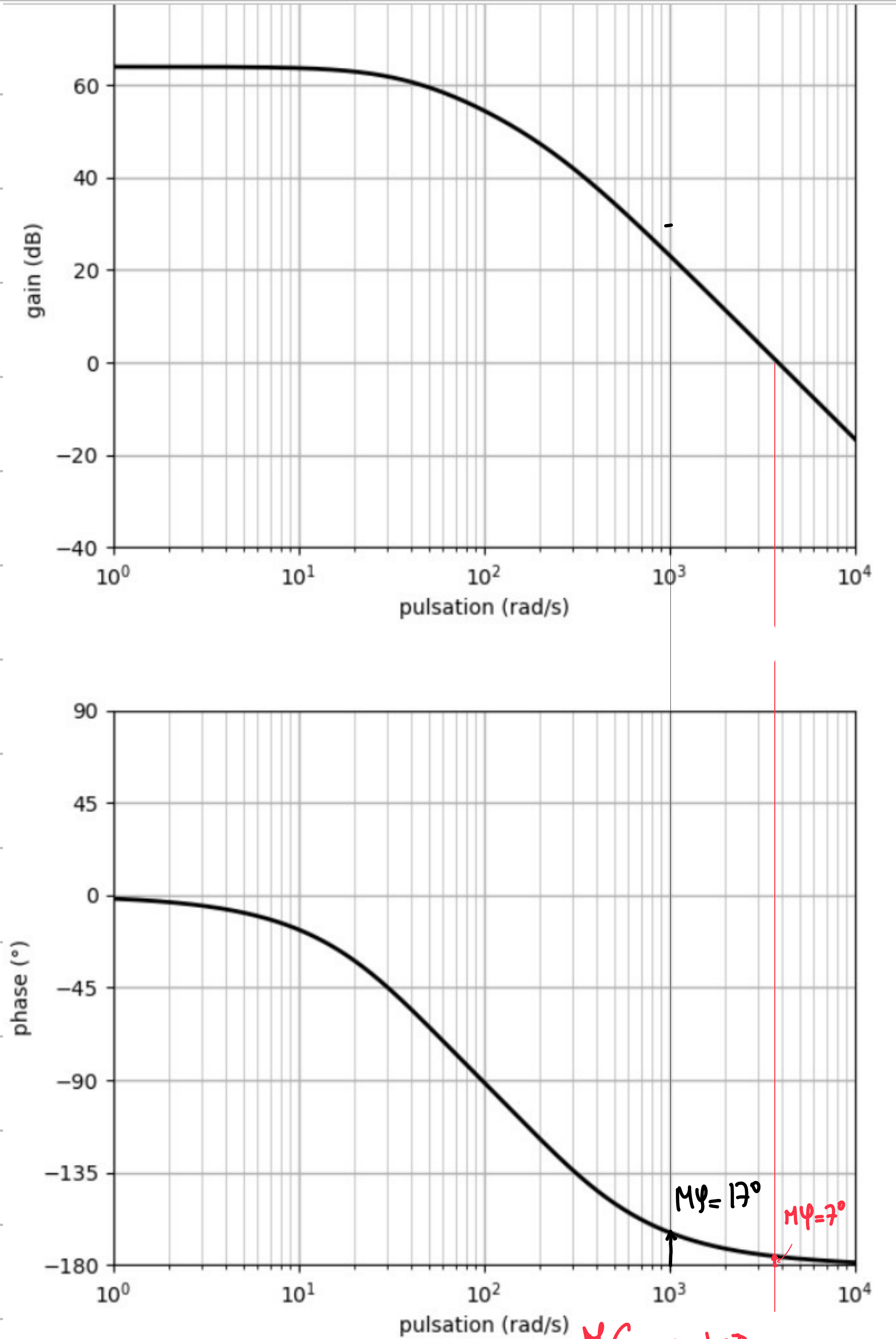
On a $K_{jauge} = -15{,}7\ inc/rad$, si on veut que le comparateur de la boucle de position soit valide et comme $K_{conv} = \dfrac{K_{jauge}}{k_6}$ et $k_6 > 0$ alors $K_{conv} < 0$ en plaçant (-1) après le comparateur cela change le signe de l'image de la consigne et l'image de la sortie 

avec N_c et $N < 0$

est équivalent à 

avec $-N_c$ et $-N > 0$

Q32 $H_{Bo} = \dfrac{N(p)}{\varepsilon_p(p)}$



$MG \to +\infty$

La marge de phase est beaucoup trop juste, il manque $60 - 7 = 53°$, cela revient à dire qu'il faut remonter la phase de $53°$ pour $\omega_{0dB} = 3500$ rad/s

Q33 : On se cale sur la bande passante à 0dB qui doit être au moins égale à 1000 rad/s $\Rightarrow \omega_{0dB} = 1000$ rad/s

pour cette pulsation $M\varphi = 15°$ il faut donc que le correcteur à avance de phase ajouter $60 - 15 = 45°$

$$\text{d'où } \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a-1}{a+1} = 0{,}7$$

$$a(1-0{,}7) = 1{,}7 \Rightarrow a = \frac{1{,}7}{0{,}3} = 5{,}7$$

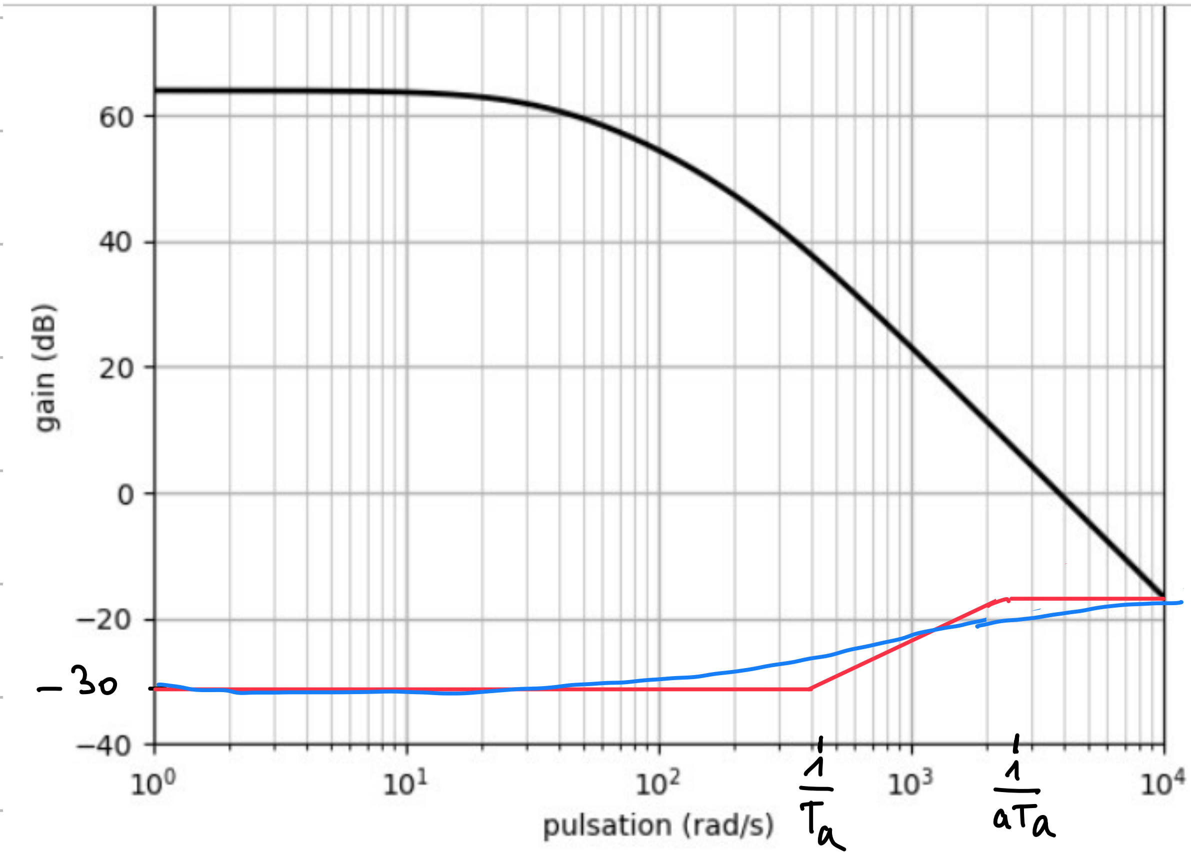
il faut alors régler K_{pP} pour que $G_{dB}(1000\,\text{rad/s}) = 0\,\text{dB}$

Or $G_{dB}(1000\,\text{rad/s}) = 25$ dB, il faut donc baisser la courbe de gain de 25 dB

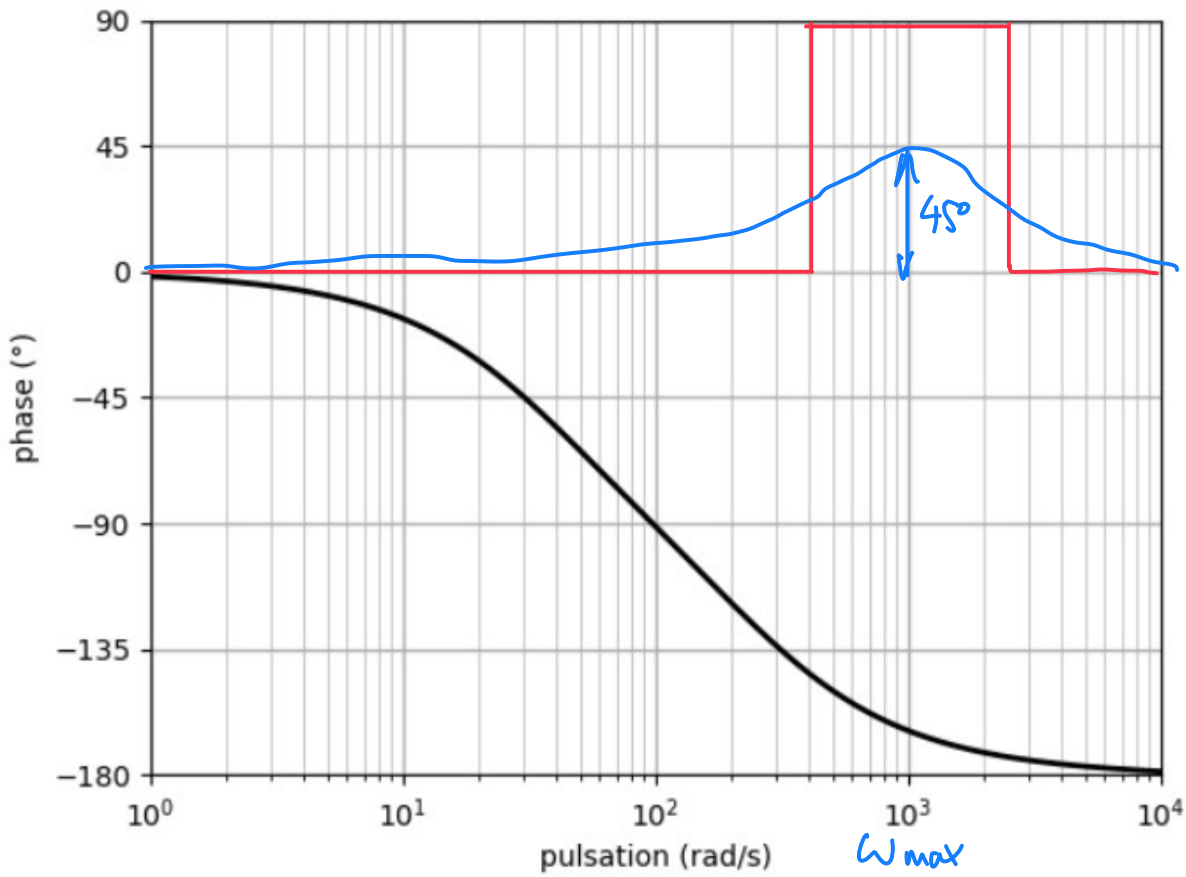
$$K_{pP} = 10^{-\frac{25}{20}} = 5{,}6 \times 10^{-2}$$

enfin $T_a = \dfrac{1}{\omega_{0dB} \times \sqrt{a}} = 4{,}2 \times 10^{-4}$ s

Q34 :



gain (dB)
60
40
20
0
−20
−30
−40
10^0
10^1
10^2
$\frac{1}{T_a}$
10^3
$\frac{1}{aT_a}$
10^4
pulsation (rad/s)



phase (°)
90
45
0
−45
−90
−135
−180
45°
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
pulsation (rad/s)
ω_{max}

Q35: L'effet du correcteur PI est de diminuer la phase de 90° sur la bande de pulsation $\left[0 ; \frac{1}{T_p}\right]$ on a donc intérêt à ce que $\frac{1}{T_p} \ll \frac{1}{T_a}$ pour ne pas affecter le +45° placé à 1000 rad/s