

III Mise en place d'un modèle numérique pour le Sled 0,3g

Le bureau d'études décide de poursuivre le dimensionnement en modélisant l'asservissement du Sled. Il sera ainsi possible de définir la structure de commande de l'actionneur qui permettra de respecter les exigences définies dans le diagramme présenté en figure A.

III.A – Commande en vitesse sans correction

Objectif

L'objectif consiste dans un premier temps à valider, à partir d'un modèle, le principe d'une structure d'asservissement en vitesse, sur une commande en accélération.

Un premier modèle multiphysique (modèle n°1, figure 20) a été réalisé par les ingénieurs du bureau d'études à partir des éléments fournis par le prédimensionnement réalisé précédemment.

Hypothèses d'étude

— Le modèle proposé comporte trois parties :

- une partie électrique avec un moteur contrôlé en courant qui convertit l'énergie électrique en énergie mécanique en rotation ;
- une partie mécanique en rotation constituée d'un axe moteur et de ses frottements internes ;
- une partie mécanique en translation issue d'un dispositif de transformation de mouvement de rotation en mouvement de translation. Le dispositif associé de type pignon-crémaillère est considéré parfaitement rigide. Cette partie mécanique en translation comporte les différentes masses embarquées : plateforme + siège + capteurs et volontaire.

— La particularité de ce modèle réside dans le fait qu'il s'agit d'une structure d'asservissement en vitesse, sur une commande en accélération. En effet, afin de répondre à la problématique exposée en introduction, la consigne appliquée au modèle est une accélération de $+0,3g$ appliquée pendant une durée de 1 seconde, suivi d'une accélération de $-0,3g$ (ou décélération) appliquée pendant une durée de 1 seconde également (figure 4).

— Les performances attendues (stabilité, précision, rapidité...) et définies dans le diagramme des exigences (figure A) sont donc des performances en accélération (sauf indication contraire). Cette consigne en accélération est adaptée pour permettre la commande en vitesse du moteur. Un asservissement en vitesse est réalisé à l'aide d'un capteur de vitesse de gain unitaire.

Q 13. Quels sont les rôles respectifs des blocs A et B du modèle n°1 (figure 20) ?

La modélisation multiphysique proposée peut ainsi être modélisée sous la forme d'un schéma bloc (figure 7).

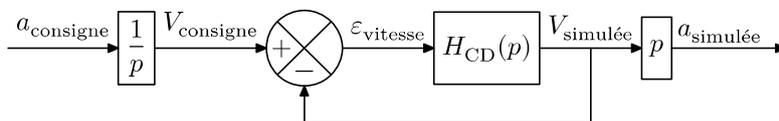


Figure 7 Modélisation n°1 du Sled sous forme de schéma bloc à retour unitaire

Notations et données

— L'ensemble des trois parties du modèle décrites précédemment (électrique, mécanique en rotation et mécanique en translation) constitue la chaîne directe du système que l'on modélise par la fonction de transfert $H_{CD}(p)$.

— La fonction de transfert de l'asservissement en accélération est modélisée sous la forme

$$H_{acc}(p) = \frac{\text{Accélération simulée}(p)}{\text{Consigne accélération}(p)} = \frac{a_{simulée}(p)}{a_{consigne}(p)}.$$

— La fonction de transfert de l'asservissement en vitesse en boucle ouverte peut s'écrire sous la forme d'un second ordre

$$H_{BO}(p) = H_{CD}(p) = \frac{\text{Vitesse simulée}(p)}{\text{Écart vitesse}(p)} = \frac{V_{simulée}(p)}{\varepsilon_{vitesse}(p)} = \frac{K_{BO}}{1 + \frac{2\xi_{BO}}{\omega_{0BO}}p + \frac{1}{\omega_{0BO}^2}p^2}.$$

— La fonction de transfert de l'asservissement en vitesse en boucle fermée est modélisée sous la forme

$$H_{BF}(p) = \frac{\text{Vitesse simulée}(p)}{\text{Consigne vitesse}(p)} = \frac{V_{simulée}(p)}{V_{consigne}(p)}.$$

— Il est rappelé que pour la pulsation de résonance, notée ω_r , le gain en décibel s'exprime sous la forme

$$G_{\text{dB-BO}}(\omega = \omega_r) = 20 \log \left(\frac{K_{\text{BO}}}{2\xi_{\text{BO}} \sqrt{1 - \xi_{\text{BO}}^2}} \right).$$

Pour effectuer la commande en accélération du modèle n°1 (figure 20), les ingénieurs du bureau d'études proposent de travailler sur la commande en vitesse.

Q 14. Justifier cette proposition en déterminant la fonction de transfert en accélération $H_{\text{acc}}(p)$ en fonction de $H_{\text{BF}}(p)$. Conclure sur l'intérêt de cette proposition.

Une première simulation avec ce modèle n°1 (figure 20) permet d'obtenir le diagramme de Bode de l'asservissement en vitesse en boucle ouverte $H_{\text{BO}}(p)$, proposé en figure 8.

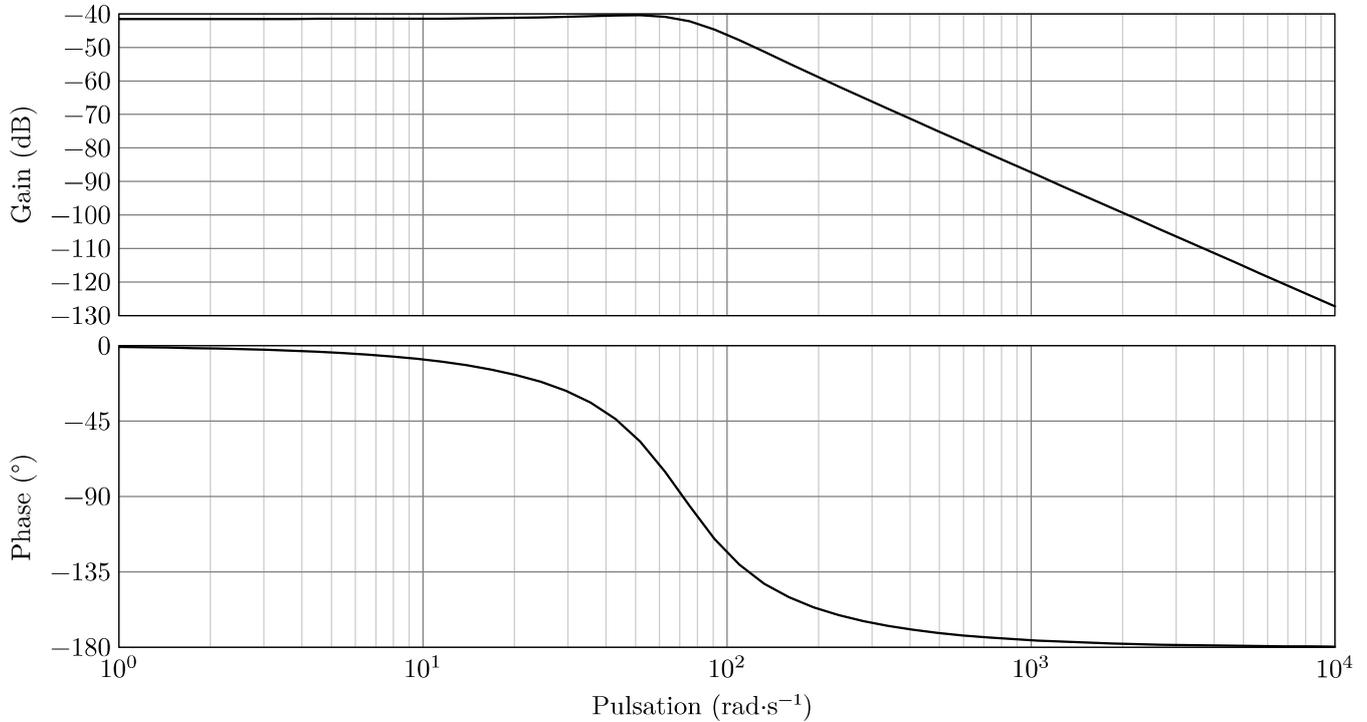


Figure 8 Diagramme de Bode en boucle ouverte de l'asservissement en vitesse du modèle n°1 (figure 20)

Q 15. Évaluer graphiquement les marges de stabilité du système et conclure sur le respect de l'exigence Id = 1.1.1.1.1.

Une résonance de +1,1 dB par rapport à l'asymptote horizontale située à -41,5 dB est observée à la pulsation de 49,4 rad·s⁻¹.

Q 16. Calculer les valeurs numériques des paramètres K_{BO} , $\omega_{0\text{BO}}$ et ξ_{BO} de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{\text{BO}}(p)$ de l'asservissement en vitesse.

Q 17. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{\text{BF}}(p)$ en fonction de K_{BO} , $\omega_{0\text{BO}}$ et ξ_{BO} . Identifier ses coefficients K_{BF} , $\omega_{0\text{BF}}$ et ξ_{BF} en fonction de K_{BO} , $\omega_{0\text{BO}}$ et ξ_{BO} .

La suite du questionnement sera effectuée avec les valeurs numériques suivantes :

$$K_{\text{BO}} = 8,4 \times 10^{-3}, \quad \xi_{\text{BO}} = 0,5, \quad K_{\text{BF}} = 8,3 \times 10^{-3}, \quad \omega_{0\text{BF}} = 71,9 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}, \quad \xi_{\text{BF}} = 0,5.$$

L'abaque du premier dépassement relatif en fonction du facteur d'amortissement est donné en figure 9.

Q 18. Déterminer la valeur en % du premier dépassement et conclure au regard de l'exigence Id = 1.1.1.1.2.

Q 19. Déterminer l'expression de l'erreur d'accélération en régime permanent ε_a suite à une entrée de type échelon en accélération d'amplitude 0,3g en fonction de K_{BO} . Faire l'application numérique.

Q 20. En déduire l'erreur relative en % et conclure sur l'exigence Id = 1.1.1.2.1.

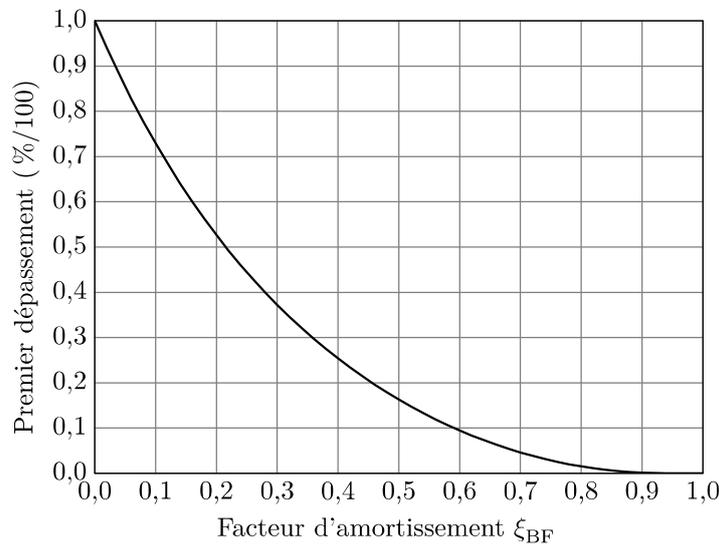


Figure 9 Abaque du premier dépassement

III.B – Introduction d’une correction

Objectif

Pour pallier le non-respect de certaine(s) performance(s) du diagramme des exigences (figure A) sur le modèle n°1 (figure 20), le bureau d’études a choisi de mettre en place un correcteur dans la chaîne directe, ou chaîne d’action. L’objectif est de valider le choix du correcteur ainsi que son dimensionnement.

III.B.1) Réglage d’un correcteur proportionnel vis-à-vis du critère de précision

Q 21. À partir de l’expression de ε_a déterminée à la question 19 montrer qu’un correcteur proportionnel de gain pur $K_{\text{corr.gain.pur}}$ placé dans la chaîne directe, ou chaîne d’action, permet d’améliorer l’erreur relative observée à la question 20.

Q 22. Déterminer la valeur de $K_{\text{corr.gain.pur}}$ permettant d’atteindre l’exigence Id = 1.1.1.2.1.

III.B.2) Réglage d’un correcteur proportionnel vis-à-vis du critère de dépassement

Q 23. À partir de l’expression de ξ_{BF} déterminée à la question 17, montrer qu’un correcteur proportionnel de gain pur $K_{\text{corr.gain.pur}}$ placé dans la chaîne directe, ou chaîne d’action, a une influence sur le dépassement observé à la question 18. Préciser alors le sens de variation du dépassement en fonction du gain $K_{\text{corr.gain.pur}}$.

Q 24. Vérifier si l’exigence Id = 1.1.1.1.2 est respectée avec la valeur de $K_{\text{corr.gain.pur}}$ déterminée à la question 22.

III.B.3) Choix et réglage d’un correcteur proportionnel-intégral

Le correcteur choisi par les ingénieurs du bureau d’études est un correcteur proportionnel-intégral, noté PI, de la forme

$$C(p) = K_{\text{corr}} \left(\frac{1 + T_{\text{corr}}p}{T_{\text{corr}}p} \right) = K_{\text{corr}} \left(1 + \frac{1}{T_{\text{corr}}p} \right) = K_{\text{corr}} \left(1 + \frac{\omega_{\text{corr}}}{p} \right).$$

Q 25. À l’aide des sections III.B.1 et III.B.2, indiquer en quoi l’utilisation d’un correcteur proportionnel n’est pas suffisante dans le cas du Sled. Justifier le choix d’un correcteur proportionnel-intégral.

Q 26. Tracer sur la copie le diagramme asymptotique de la phase du diagramme de Bode théorique du correcteur proportionnel-intégral. Préciser ses caractéristiques principales. Compléter le diagramme asymptotique de la phase avec l’allure du diagramme réel de phase du correcteur.

Dans un premier temps, le bureau d’études souhaite régler le correcteur proportionnel-intégral afin que le modèle n°1 corrigé puisse atteindre les performances de stabilité définies dans le diagramme des exigences (figure A). Pour cela, il utilise un programme codé en Python (figure 10).

```

1 import numpy as np
2 def H_BO_nc(Omega):
3     # Définition de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée
4     K_BO = 8.4e-3 # gain en boucle ouverte non corrigée
5     omega0_BO = 71 # pulsation propre en boucle ouverte non corrigée
6     Xi_BO = 0.5 # facteur d'amortissement en boucle ouverte non corrigée
7     u = Omega/omega0_BO # pulsation réduite
8     FTBO_nc = K_BO/(1 + 2*Xi_BO*(1j*u) - u**2)
9     return FTBO_nc
10 def réglage_PI(H_BO_nc,M_phi):
11     # Détermination des paramètres du correcteur P.I. à l'aide de deux paramètres :
12     # H_BO_nc : Fonction de transfert en BO du système non corrigé
13     # M_phi : Marge de phase souhaitée après réglage du correcteur
14     epsilon=0.5
15     pas = 0.001
16     Omega= 10**np.arange(0,3+pas,pas) # Pulsation de 10^0 à 10^3 en rad.s-1
17     GdB_BO_nc = 20*np.log10(np.absolute(H_BO_nc(Omega))) # Gain en dB de la fonction
18     # en BO non corrigée
19     Phi_BO_nc = np.angle(H_BO_nc(Omega),'deg') # Phase en ° de la fonction
20     # en BO non corrigée
21     Phi_recherchée_avant_correction= M_phi - 180 + 5.7
22     i=0
23     while i<len(Phi_BO_nc) and abs(Phi_BO_nc[i]-Phi_recherchée_avant_correction)>epsilon:
24         i=i+1
25     if i!=len(Phi_BO_nc):
26         Omega_corr=Omega[i]/10 # Calcul de la pulsation de cassure du correcteur
27         T_corr=1/Omega_corr # Calcul de la constante de temps du correcteur
28         K_corr=10**(-GdB_BO_nc[i]/20)# Calcul du gain du correcteur
29         return K_corr,T_corr

```

Figure 10 Code python de détermination du réglage du correcteur PI

Notations

- $\Phi(H_{BO_{nc}}(\omega_{c\ 0dB}))$ la phase de la boucle ouverte non corrigée à la pulsation de coupure à 0 dB.
- $\Phi(H_{BO}(\omega_{c\ 0dB}))$ la phase souhaitée de la boucle ouverte corrigée à la pulsation de coupure à 0 dB.
- MP la marge de phase souhaitée après correction.

- Q 27.** Exprimer $\Phi(H_{BO}(\omega_{c\ 0dB}))$ en fonction de MP .
- Q 28.** Exprimer $\Phi(H_{BO}(\omega_{c\ 0dB}))$ en fonction de $\Phi(H_{BO_{nc}}(\omega_{c\ 0dB}))$, de T_{corr} et de $\omega_{c\ 0dB}$.
- Q 29.** En déduire l'expression de $\Phi(H_{BO_{nc}}(\omega_{c\ 0dB}))$ en fonction de MP , de T_{corr} et de $\omega_{c\ 0dB}$.
- Q 30.** Préciser comment est déterminée la pulsation de cassure du correcteur dans la méthode décrite dans le code Python de la figure 10 (ligne 26).

À l'aide de l'étude précédente menée sur la correction :

- Q 31.** retrouver la valeur $5,7^\circ$ utilisée ligne 21 dans la méthode décrite dans le code Python de la figure 10 ;
- Q 32.** représenter cette valeur sur le tracé du diagramme de Bode de la phase du correcteur PI (question 26) et indiquer à quoi correspond cette valeur.

En utilisant la méthode de réglage du correcteur décrite dans le code Python (figure 10), les paramètres du correcteur ont été déterminés. Les ingénieurs ont retenu les valeurs $K_{corr} = 354$ et $T_{corr} = 1/15\text{ s} = 0,066\text{ s}$. La figure 11 représente le diagramme de Bode de la boucle ouverte de l'asservissement en vitesse du modèle n°1 ainsi corrigé.

III.B.4) Validation des exigences

La réponse temporelle en accélération, du modèle n°1 corrigé, en réponse à la consigne d'accélération définie figure 4 est donnée sur la figure 12.

- Q 33.** Évaluer graphiquement la marge de phase du système corrigé et conclure au regard de l'exigence Id = 1.1.1.1.1.
- Q 34.** Évaluer le premier dépassement suite à l'échelon de consigne de $0,3g$ et conclure au regard de l'exigence Id = 1.1.1.1.2.
- Q 35.** Conclure, en justifiant, au regard de l'exigence Id = 1.1.1.2.1.

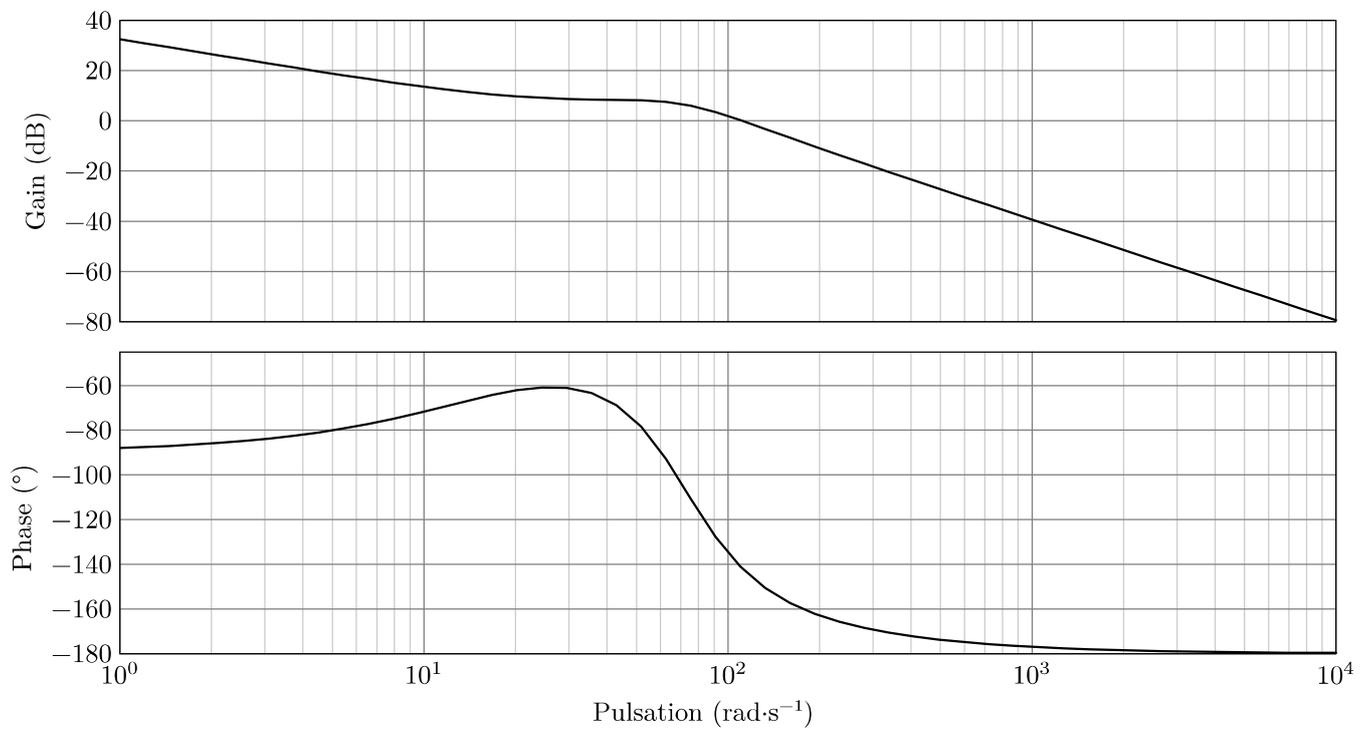


Figure 11 Diagramme de Bode de la boucle ouverte de l'asservissement en vitesse avec correction

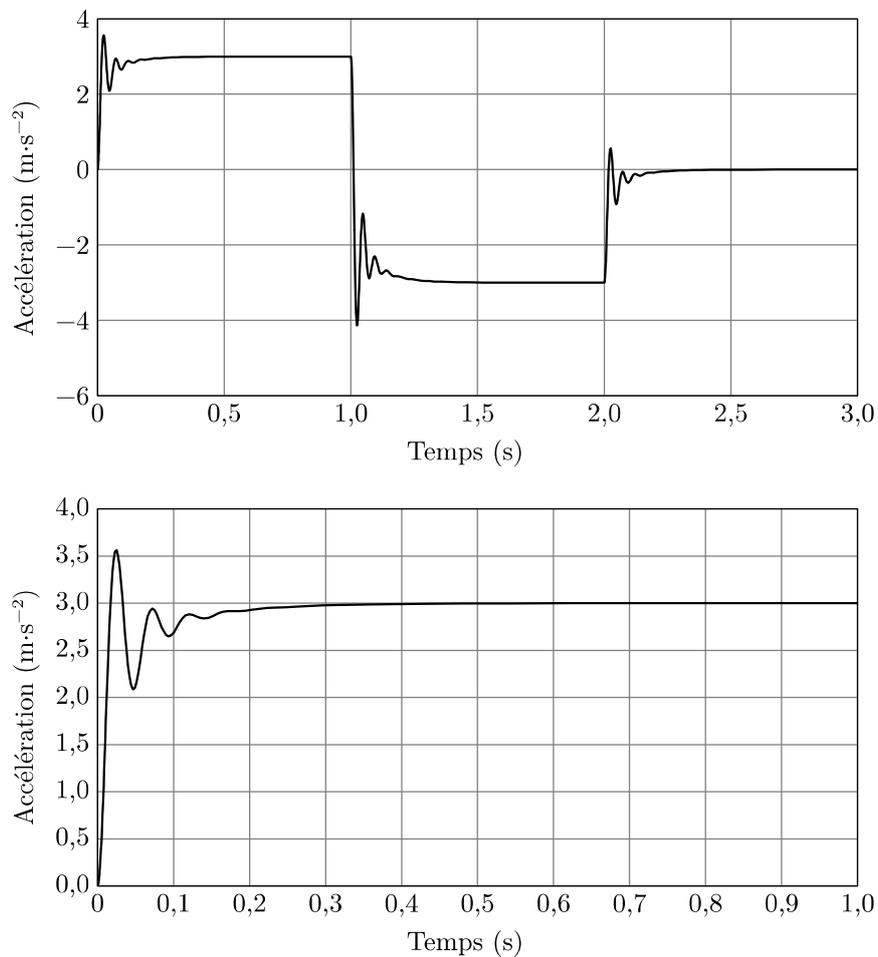


Figure 12 Réponse temporelle en accélération du système corrigé (au-dessus) et zoom (en dessous) sur l'échelon de consigne 0,3g

Les ingénieurs du bureau d'études décident d'arrêter en l'état la modélisation du Sled 0,3g qui a permis de définir une première structure de commande. Ils souhaitent à présent s'investir dans la réalisation d'un Sled et mener des expérimentations.

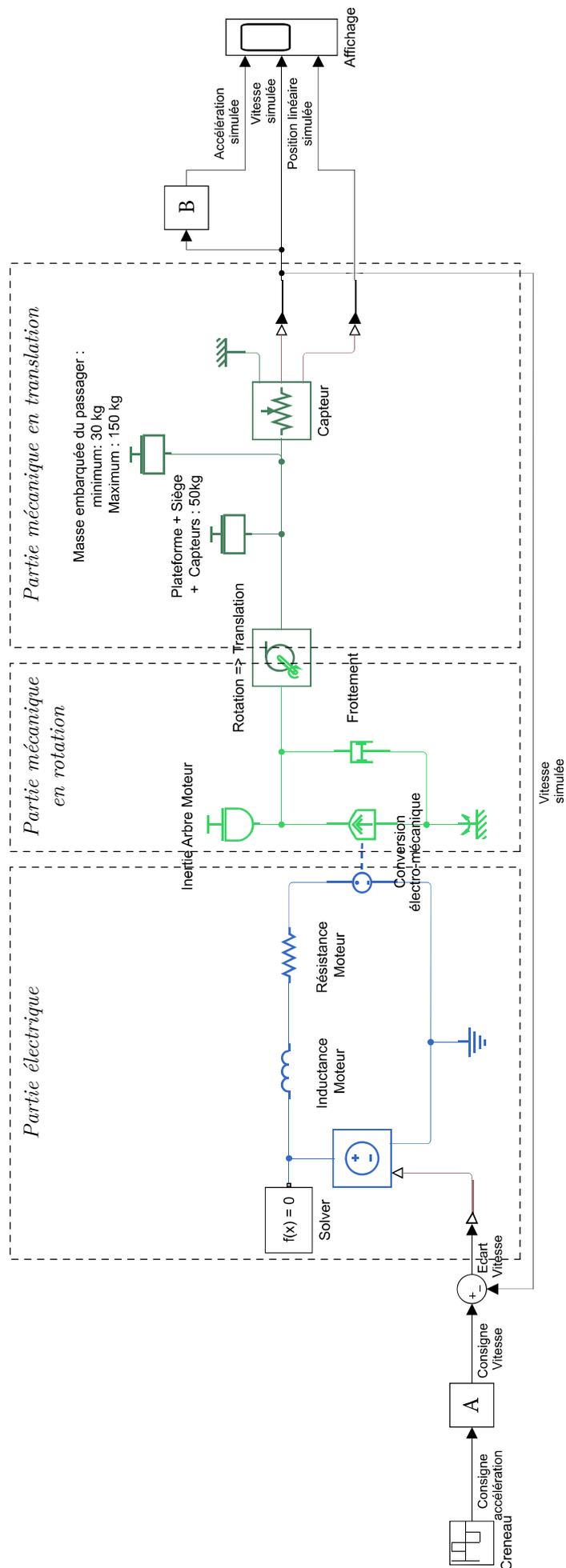


Figure 20 Modèle n°1 du Sled

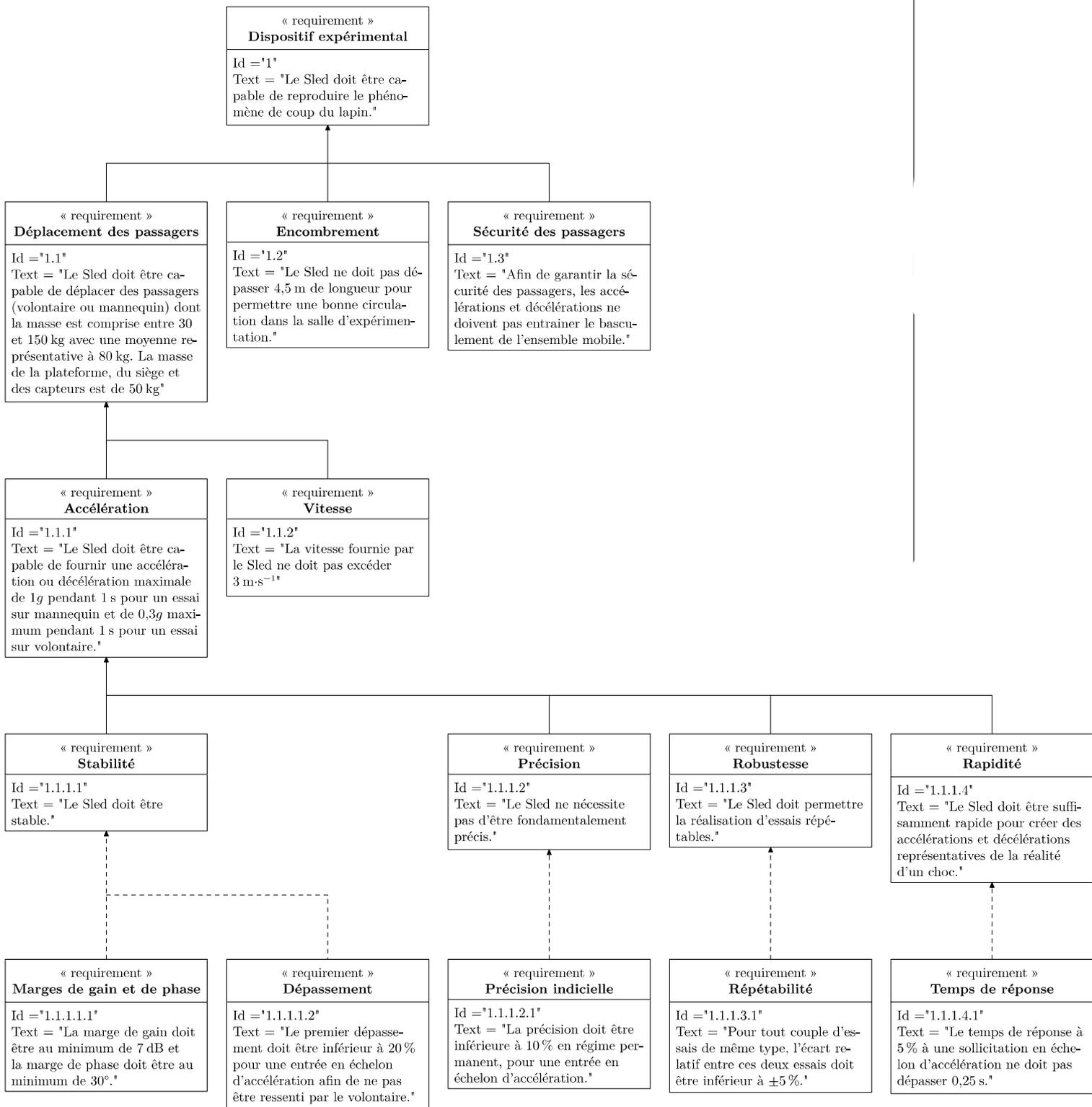


Figure A Diagramme partiel des exigences du Sled