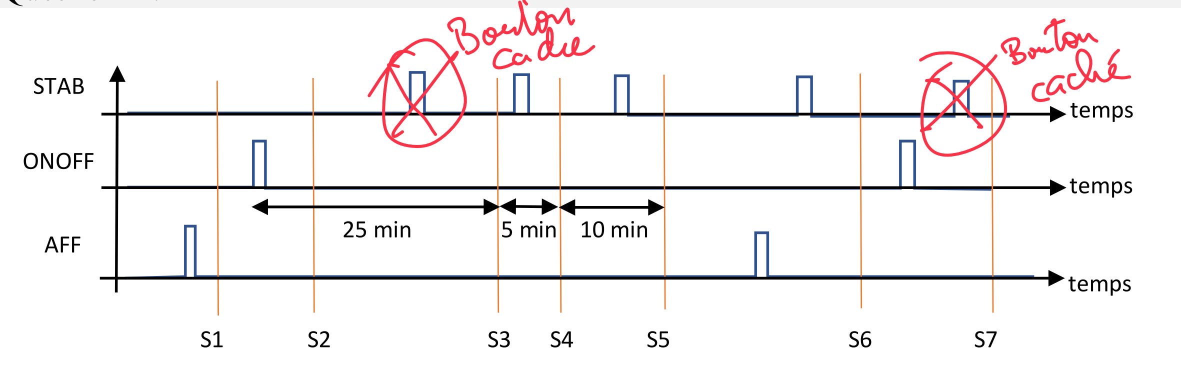
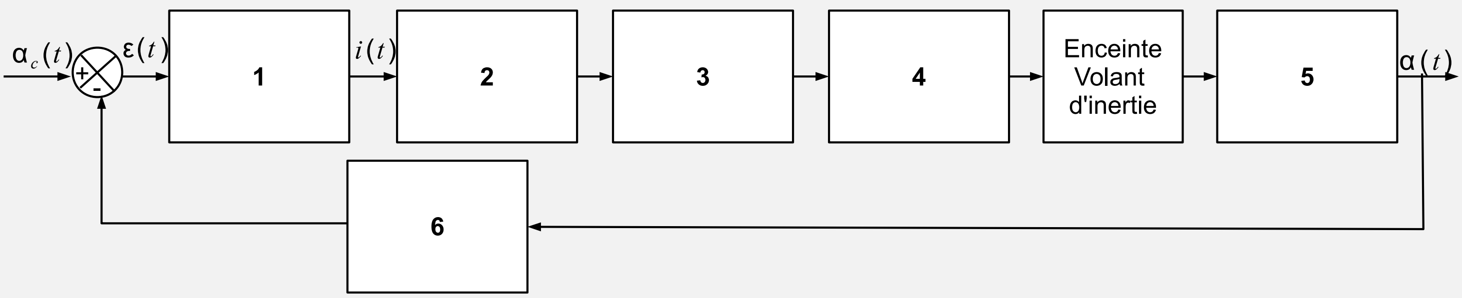
Question 1 :



Situations	**Zone d'affichage**	**Bouton ONOFF**	**Bouton STAB**	**Barre de progression visible**
S1	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S2	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S3	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S4	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S5	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S6	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non
S7	Courbe / Cadran	Bleu / Gris / Caché	Bleu / Gris / Caché	Oui / Non

Question 2 : **Schéma-blocs fonctionnel**



Repères	Constituants du schéma-blocs
1	Contrôleur électronique
2	Servo distributeur
3	Vérins

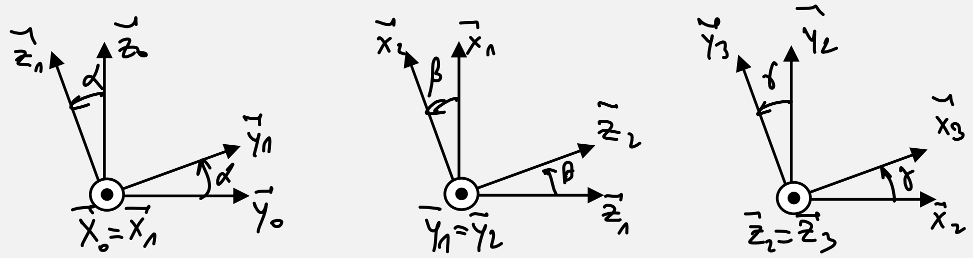
Repères	Constituants du schéma-blocs
4	Structure articulée
5	Dynamique du bateau
6	Centrale inertielle

(*) $\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0}$

$= \dot{\gamma}\,\vec{z}_2 + \dot{\beta}\,\vec{y}_2 + \dot{\alpha}\,\vec{x}_1 = \dot{\gamma}\,\vec{z}_2 + \dot{\beta}\,\vec{y}_2 + \dot{\alpha}\left(\cos\beta\,\vec{x}_2 + \sin\beta\,\vec{z}_2\right)$

$= \dot{\alpha}\cos\beta\,\vec{x}_2 + \dot{\beta}\,\vec{y}_2 + \left(\dot{\gamma} + \dot{\alpha}\sin\beta\right)\vec{z}_2$

Question 3 : **Figures de calcul**



Expression de $\overrightarrow{\Omega_{3/0}}$ dans la base associée au repère R_2 $\vec{\Omega}_{3/0} = \vec{\Omega}_{3/2} + \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0}$

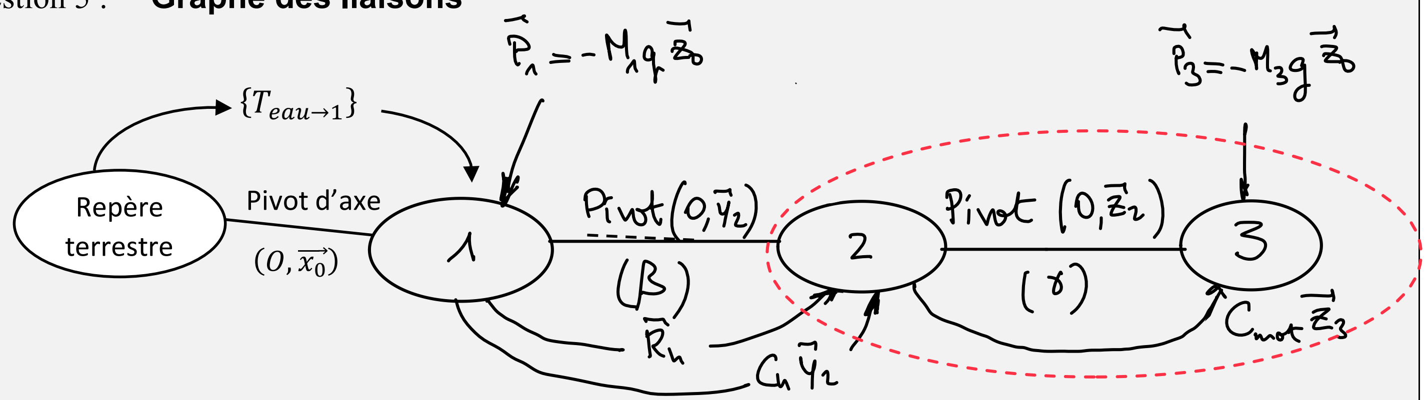
(*)

$$\boxed{\overrightarrow{\Omega_{3/0}} = \dot{\alpha}\cos\beta\ \vec{x_2} + \dot{\beta}\ \vec{y_2} + \left(\dot{\gamma} + \dot{\alpha}\sin\beta\right)\ \vec{z_2}}$$

Question 4 : **Matrice d'inertie du volant**

Le volant présente une symétrie axiale, ce qui implique que tous les produits d'inertie sont nuls.
L'axe de rotation étant $\vec{z}_2 = \vec{z}_3$ les moments autour des axes $\vec{y}_3$ et $\vec{x}_3$ sont égaux d'où la forme $\begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$

Question 5 : **Graphe des liaisons**



Question 6 : **Equation de mouvement en β**

On isole $\{2+3\}$, voir la frontière d'isolement à la question précédente

Le BAME donne : Action du pivot $(O,\vec{y}_2)$, $\vec{R}_n$, $C_n\vec{y}_2$, $\vec{P}_3$

On applique le TMD en O au système $\{1,2\}$

$$\vec{\delta}_{O\in(2,3)/0} = \vec{\delta}_{O\in3/0} = \frac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{O\in3/0}\right)$$ puisque O est le centre de masse de l'ensemble $\{2,3\}$

On neglige l'inertie et la masse de 2

$$\vec{\sigma}_{O\in3/0} = I(O,3)\cdot\vec{\Omega}_{3/0} = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot\alpha\cos\beta\,\vec{x}_2 \\ \dot\beta\,\vec{y}_2 \\ \dot\gamma+\dot\alpha\sin\beta\,\vec{z}_2 \end{bmatrix}$$

$$= A_3\dot\alpha\cos\beta\,\vec{x}_2 + A_3\dot\beta\,\vec{y}_2 + C_3(\dot\gamma+\dot\alpha\sin\beta)\vec{z}_2$$

Pour avoir uniquement β on va travailler sur la projection sur $\vec{y}_2$

$$\vec{\delta}_{O\in3/0}\cdot\vec{y}_2 = \left(\frac{d\,\vec{\sigma}_{O\in3/0}}{dt}\right)\cdot\vec{y}_2$$ or $$\frac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{O\in3/0}\cdot\vec{y}_2\right) = \frac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{O\in3/0}\right)\cdot\vec{y}_2 + \vec{\sigma}_{O\in3/0}\cdot\frac{d\vec{y}_2}{dt}$$

d'où $$\vec{\delta}_{O\in3/0}\cdot\vec{y}_2 = \frac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{O\in3/0}\cdot\vec{y}_2\right)\Big|_0 - \vec{\sigma}_{O\in3/0}\cdot\frac{d\vec{y}_2}{dt}\Big|_0$$
$$= A_3\ddot\beta - \left(A_3\dot\alpha\cos\beta\,\vec{x}_2 + A_3\dot\beta\,\vec{y}_2 + C_3(\dot\gamma+\dot\alpha\sin\beta)\vec{z}_2\right)\cdot\frac{d\vec{y}_2}{dt}\Big|_0$$

Le théorème de BOUR donne $$\frac{d\vec{y}_2}{dt}\Big|_0 = \underbrace{\frac{d\vec{y}_2}{dt}\Big|_2}_{=\vec{0}} + \vec{\Omega}_{2/0}\wedge\vec{y}_2 = (\dot\beta\vec{y}_2+\dot\alpha\vec{x}_1)\wedge\vec{y}_2$$
$$= \dot\alpha(\cos\beta\,\vec{x}_2+\sin\beta\,\vec{z}_2)\wedge\vec{y}_2$$

$$\frac{d\vec{y}_2}{dt}\Big|_0 = \dot\alpha\left(\cos\beta\,\vec{z}_2 - \sin\beta\,\vec{x}_2\right)$$

d'où $$\vec{\delta}_{O\in3/0}\cdot\vec{y}_2 = A_3\ddot\beta + A_3\dot\alpha^2\cos\beta\sin\beta - C_3(\dot\gamma+\dot\alpha\sin\beta)\dot\alpha\cos\beta$$

Le TMD donne donc $$\boxed{C_n = A_3\ddot\beta + A_3\dot\alpha^2\cos\beta\sin\beta - C_3(\dot\gamma+\dot\alpha\sin\beta)\dot\alpha\cos\beta}$$

Equation de mouvement

Question 7 : **Linéarisation**

$\sin\beta = \beta \quad \cos\beta = 1 \quad \sin\alpha = \alpha \quad \cos\alpha = 1 \quad \dot{\gamma} = \omega_m \gg \dot{\alpha}$

l'expression devient : $C_h = A_3\ddot{\beta} + A_3\dot{\alpha}^2\beta - C_3\underbrace{(\dot{\gamma}+\dot{\alpha}\beta)}_{\dot{\gamma}}\dot{\alpha}$

$= A_3\ddot{\beta} + A_3\dot{\alpha}^2\beta - C_3\dot{\gamma}\dot{\alpha}$

$= A_3\ddot{\beta} + \dot{\alpha}\underbrace{(A_3\dot{\alpha}\beta - C_3\dot{\gamma})}_{\simeq -C_3\dot{\gamma}}$

alors $A_3\ddot{\beta} = C_h + C_3\dot{\gamma}\dot{\alpha}$

$$\boxed{A_3\ddot{\beta} = C_h + C_3\omega_m\dot{\alpha}}$$

$I_g = A_3$

Question 8 : **Fonction de transfert H(p)**

Passons les deux équations temporelles dans le domaine de Laplace :

$I_g\, p^2\beta(p) = C_h(p) + C_3\omega_m p\,\alpha(p)$ (1)

$I_b\, p^2\alpha(p) = C_{mer}(p) - f_b\, p\,\alpha(p) - C_3\omega_m p\,\beta(p) - k_b\alpha(p)$

(1) donne $\beta(p) = \dfrac{C_h(p) + C_3\omega_m p\,\alpha(p)}{I_g p^2} = \dfrac{C_3\omega_m\alpha(p)}{I_g p}$

dans (2) on obtient $I_b p^2\alpha(p) = C_{mer}(p) - f_b p\,\alpha(p) - \dfrac{C_3^2\omega_m^2\cancel{p}}{I_g\cancel{p}}\alpha(p) - k_b\alpha(p)$

$\alpha(p)\left(I_b p^2 + f_b p + \dfrac{C_3^2\omega_m^2}{I_g} + k_b\right) = C_{mer}(p)$

$$\boxed{\alpha(p) = \dfrac{1}{I_b p^2 + f_b p + \dfrac{C_3^2\omega_m^2}{I_g} + k_b}\cdot C_{mer}(p)}$$

K= $\dfrac{C_3^2\omega_m^2}{I_g} + k_b$	A= $f_b > 0$	B= $I_b > 0$

Stable : oui non Justification stabilité :

Trois coefficient positifs donc de même signe $\Rightarrow$ pôle à partie réelle $> 0 \Rightarrow$ Stable.

Question 9 : on fait une fermeture géométrique : (O, A, B, O)

$$\vec{F} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0} = e\vec{z}_2 - \lambda_a(t)\vec{x}_{3a} + L\vec{x}_1 - d\vec{z}_1$$

$$\vec{F} = \vec{0} = e(\cos\beta\,\vec{z}_1 + \sin\beta\,\vec{x}_1) - \lambda_a(t)(-\sin\gamma_a\vec{z}_1 + \cos\gamma_a\vec{x}_1) + L\vec{x}_1 - d\vec{z}_1$$

$$\vec{F}\cdot\vec{x}_1 = 0 = e\sin\beta - \lambda_a(t)\cos\gamma_a + L \Rightarrow \lambda_a\cos\gamma_a = L + e\sin\beta \quad (1)$$

$$\vec{F}\cdot\vec{z}_1 = 0 = e\cos\beta + \lambda_a(t)\sin\gamma_a - d \Rightarrow \lambda_a\sin\gamma_a = d - e\cos\beta \quad (2)$$

$$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow \lambda_a(t) = \sqrt{(L + e\sin\beta)^2 + (d - e\cos\beta)^2}$$

$\frac{(2)}{(1)}$ donne $\tan\gamma_a = \dfrac{d - e\cos\beta}{L + e\sin\beta}$

$$\boxed{\lambda_a = \sqrt{(L + e\sin\beta)^2 + (d - e\cos\beta)^2}}$$

$$\boxed{\gamma_a = \mathrm{Arctan}\left(\frac{d - e\cos\beta}{L + e\sin\beta}\right)}$$

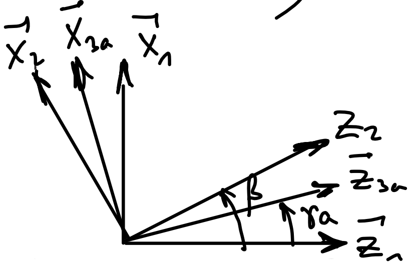
Question 10 : **Action mécanique d'un vérin**

on isole $\{3a, 4a\}$ si on néglige le poids propre de 3a et 4a on a :
B.A.M.E $\vec{F}_{2\to3a}$; $\vec{F}_{1\to4a}$ si on écrit le théorème du moment statique en A on obtient $\vec{BA}\wedge\vec{F}_{1\to4a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{1\to4a}$ est porté par $\vec{x}_{3a}$

De même en appliquant le théorème de la résultante statique projeté sur $\vec{x}_{3a}$ on a également $\vec{F}_{2\to3a} = -\vec{F}_a$ porté par $\vec{x}_{3a}$

Question 11 : On isole 2 et on écrit le théorème du moment statique en O (les moments du poids et des actions transmises par le pivot en O sont nuls). Il reste $\vec{OA}\wedge\vec{F_a} + \vec{OC}\wedge\vec{F_b} = C_h\vec{y_1}$

$$e\vec{z_2}\wedge F_a\vec{x_{3a}} - e\vec{z_2}\wedge F_b\vec{x_{3b}} = C_h\vec{y_1}$$



$$C_h = \Big[e\big((\cos(\beta-\gamma_a)\vec{z_{3a}} + \sin(\beta-\gamma_a)\vec{x_{3a}})\wedge F_a\vec{x_{3a}}\big) - e\big(\cos(\beta-\gamma_b)\vec{z_{3b}} + \sin(\beta-\gamma_b)\vec{x_{3b}}\big)\wedge F_b\vec{x_{3a}}\Big]\cdot\vec{y_1}$$

Question 11 : **Moment C_h**

$$C_h = \left(eF_a\cos(\beta-\gamma_a)\vec{y_1} - eF_b\cos(\beta-\gamma_b)\vec{y_1}\right)\vec{y_1}$$

$$\boxed{C_h = e\left(F_a\cos(\beta-\gamma_a) - F_b\cos(\beta-\gamma_b)\right)}$$

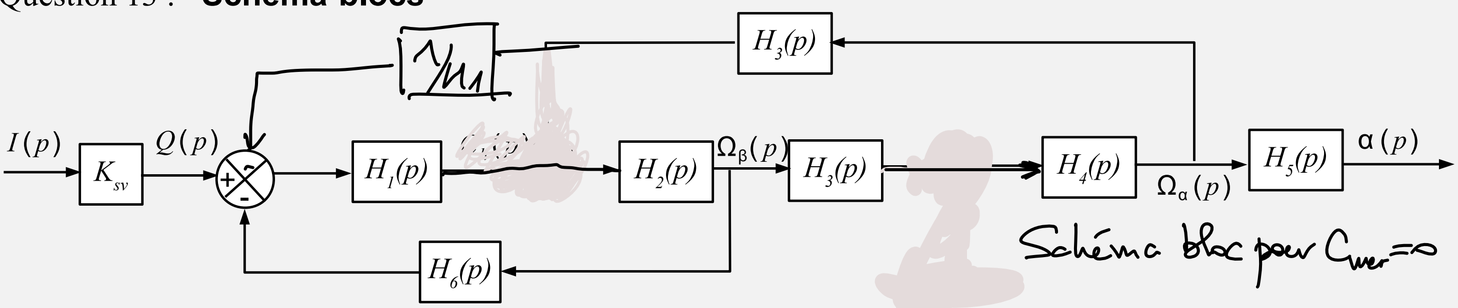
Question 12 : **Hypothèse et relation approchée pour le moment C_h**

$\gamma_a \approx \gamma_b \simeq 0$

$$C_h = e\left(F_a\cos\beta - F_b\cos\beta\right) = e\cos\beta\left(F_a - F_b\right)$$

$$\boxed{C_h = e\cos\beta\,(F_a - F_b)}$$

Question 13 : **Schéma-blocs**



H1(p) = $Q(p) - S_e\Omega_\beta = \frac{V_0}{2BS_e}\,p\,C_h$; $\frac{C_h}{Q - S_e\Omega_\beta} = \boxed{\frac{2BS_e}{V_0 p}}$	$\boxed{H_4(p) = \frac{1}{I_b p + f_b + \frac{K_b}{p}} = \frac{p}{I_b p^2 + f_b p + K_b}}$
$\boxed{H_2(p) = \frac{1}{I_g p}}$	$\boxed{H_5(p) = \frac{1}{p}}$
H3(p) = $-C_3\,\omega_m$	$\boxed{H_6(p) = S_e}$

Question 14 : **Equivalence de schémas-blocs**

$$\left.\frac{\alpha}{I}\right|_{C_{mer}=0} = K \frac{\frac{H_1H_2}{1+H_1H_2H_6} H_3H_4}{1+\frac{\cancel{H_1}H_2H_3H_4H_3 \frac{1}{\cancel{H_1}}}{1+H_1H_2H_6}} H_5 = \frac{K H_1H_2H_3H_4H_5}{1+H_1H_2H_6+H_2H_3^2H_4}$$

d'où $H_b = \dfrac{H_1H_2H_3H_4H_5}{1+H_1H_2H_6+H_2H_3^2H_4}$

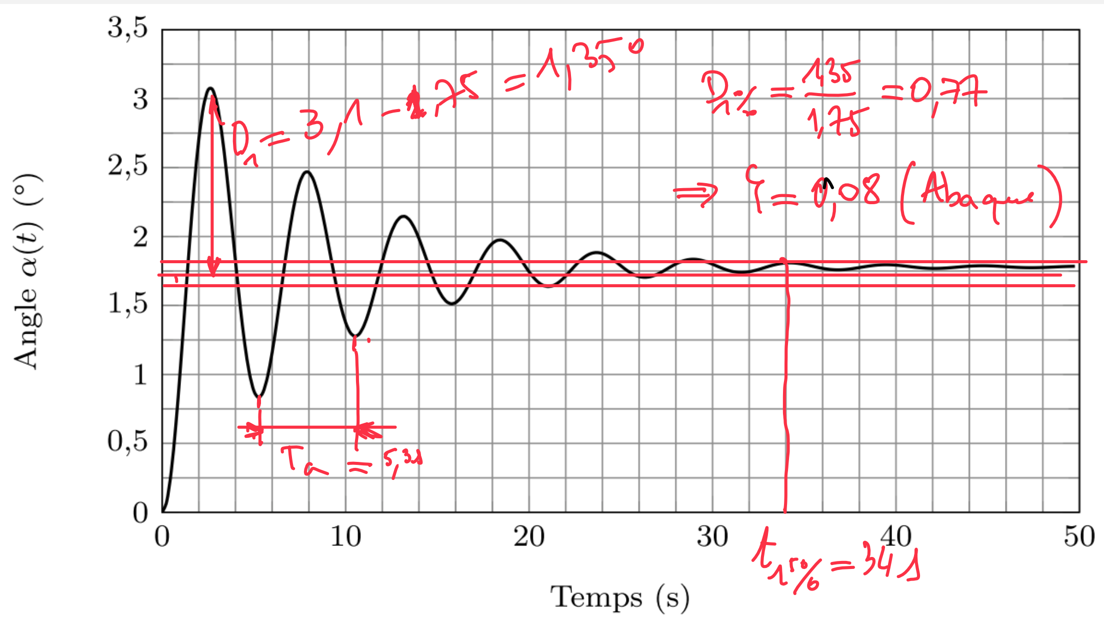
on trouve $H_aH_b = \dfrac{H_5H_4(1+H_1H_2H_6)}{1+H_1H_2H_6+H_3^2H_4H_2}$ (après modification du schéma bloc avec $I=0$)

$$H_a \times \frac{H_1H_2H_3H_4H_5}{1+H_1H_2H_6+H_3^2H_4H_2} = \frac{H_5H_4(1+H_1H_2H_6)}{1+H_1H_2H_6+H_3^2H_4H_2}$$

$$H_a = \frac{\cancel{H_5H_4}(1+H_1H_2H_6)}{H_1H_2\cancel{H_4}\cancel{H_5}H_3}$$

$H_a(p) = \dfrac{1+H_1H_2H_6}{H_1H_2H_3}$	$H_b(p) = \dfrac{H_1H_2H_3H_4H_5}{1+H_1H_2H_6+H_2H_3^2H_4}$

Question 15 : **Identification**



$t_{1,5\%} \times \omega_0 = 30$ (d'après l'Abaque temps de réponse réduit)

$\omega_0 = \dfrac{30}{34} \simeq 1$ rad/s

Valeurs des paramètres caractéristiques :

$K = 1,75$ $\quad \omega_0 = 1$ rad/s $\quad \xi = 0,08$

Question 16 : **Précision**

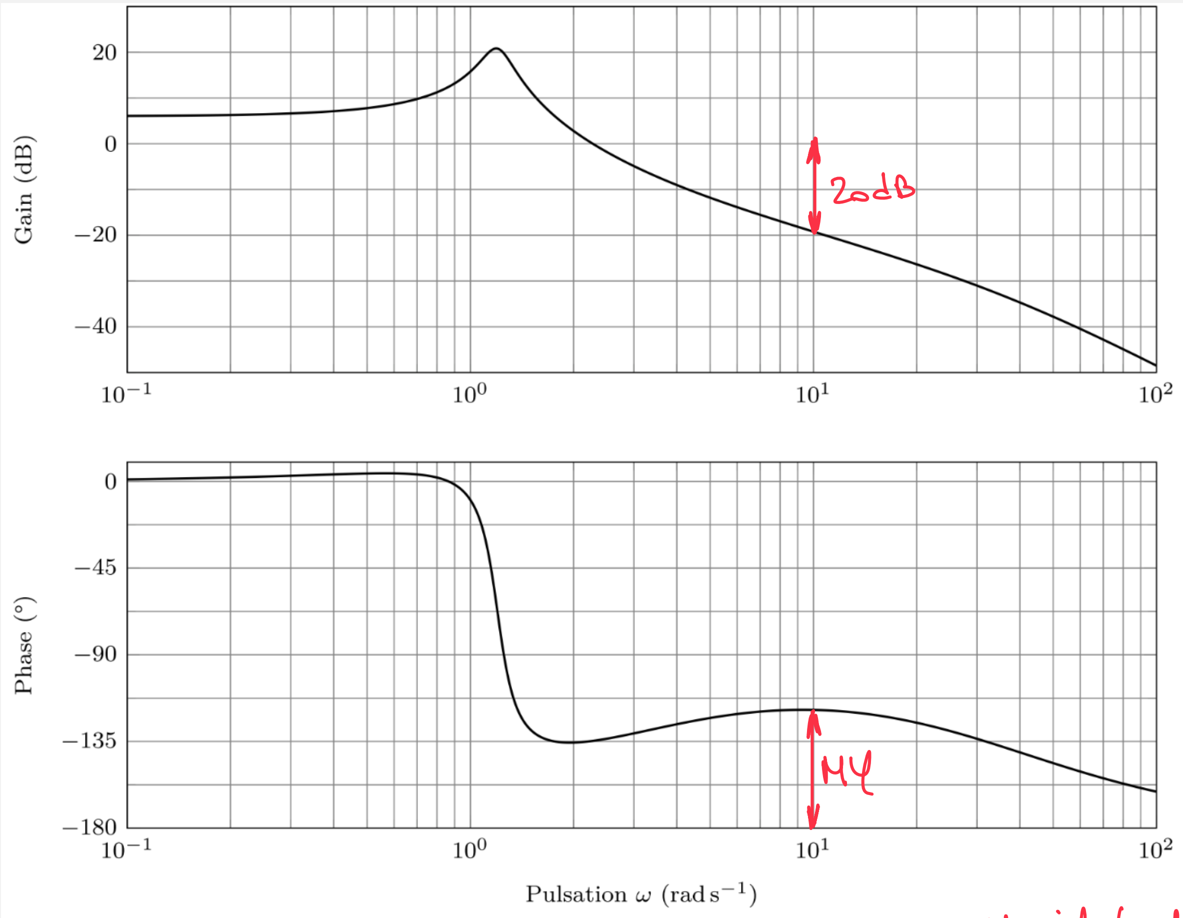
$$\frac{\alpha}{\alpha_c} = \frac{\dfrac{K_pK_{sv}K_b}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}}{1+\dfrac{K_pK_{sv}K_b}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}} = \left(\frac{K_pK_{sv}K_b}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}+K_pK_{sv}K_b}\right) = H(p)$$

donc $\lim\limits_{t\to+\infty}\alpha(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\,\alpha(p) = \lim\limits_{p\to 0} \cancel{p}\times\frac{\alpha_{c_0}}{\cancel{p}}\times H(p) = \alpha_{c_0}\frac{K_pK_{sv}K_b}{1+K_pK_{sv}K_b}$

on doit $\cancel{\alpha_{c_0}}\frac{K_pK_{sv}K_b}{1+K_pK_{sv}K_b} \geq 0,95\cancel{\alpha_{c_0}}$

$K_pK_{sv}K_b \geq 0,95(1+K_pK_{sv}K_b)$ $\quad K_p \geq \frac{0,95}{0,05K_{sv}K_b} = \frac{0,95}{0,1} = \underline{\underline{9,5}}$

Question 17 : **Valeur de K_p**



Pour avoir une bande passante à 0dB de 10 rad/s il faut remonter la courbe du gain de 20dB $\quad 20\log K_p = +20 \Rightarrow \boxed{K_p = 10}$

Alors la marge de phase est de $M\varphi \simeq 65° > 60°$

K_p = 10 A rad^{-1}

Question 18 : **Influence d'une perturbation**

Expression de $\alpha(t)$= $|H_r(j\omega)| C_0 \sin(\omega t + \varphi)$

Pulsation	Rapport d'amplitude		Déphasage	
	Sans stabilisation	Avec stabilisation	Sans stabilisation	Avec stabilisation
1 rad/s	$10^{-\frac{90}{20}}$	$10^{-\frac{110}{20}}$	$-20°$	$-20°$
10 rad/s	$10^{-\frac{135}{20}}$	$10^{-\frac{134}{20}}$	$-180°$	$-160°$

Conclusion : L'influence du stabilisateur a lieu dans les basses pulsations l'amortissement des hautes pulsations est déjà très importante

Question 19 : **Apport du système de stabilisation**

Si on fait le rapport des rapport d'amplitude, on obtient pour $\omega = 1\,\text{rad}$

$$\frac{10^{-90/20}}{10^{-\frac{110}{20}}} = 10^{\frac{-90}{20} \times \frac{20}{-110}} \simeq 10$$

les amplitude sont divisées par 10 pour les pulsation critique pour le mal de mer

$T_{mer} = 7\,s \Rightarrow \omega_{mer} = \frac{2\pi}{T_{mer}} = 0{,}9\ \text{rad/s}$

mesurée sur le graphe 12

L'atténuation est de $\frac{3}{35} \simeq 0{,}1$