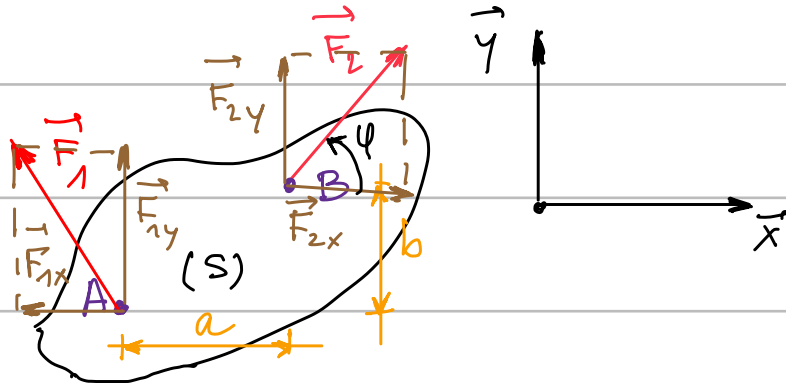


Correction TD de révision actions mécaniques

Exercice 1

Q1 Soit un solide S soumis dans un plan à deux forces.



Si on applique le PFS $\vec{a}(S)$ cela donne
B.A.M.E. $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$

Th Résultante statique :

$$\vec{R} \cdot \vec{x} = 0 = F_{1x} + F_{2x} \Rightarrow F_{1x} = -F_{2x} \quad (1)$$

$$\vec{R} \cdot \vec{y} = 0 = F_{1y} + F_{2y} \Rightarrow F_{1y} = -F_{2y} \quad (2)$$

Th du Moment statique en A

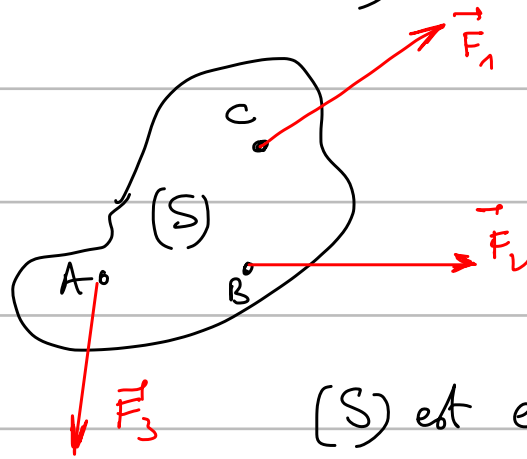
$$F_{2y} \times a - F_{2x} \times b = 0 \Rightarrow \frac{F_{2y}}{F_{2x}} = \frac{b}{a} \quad (3)$$

(1) et (2) donnent que $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

(3) donne que $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ sont dirigées selon la droite AB.

Q2 Les éléments les plus courants sont les bielles et les vérins dont on néglige le poids, une roue non motorisée

Q3 Soit un solide (S) soumis à 3 forces extérieures



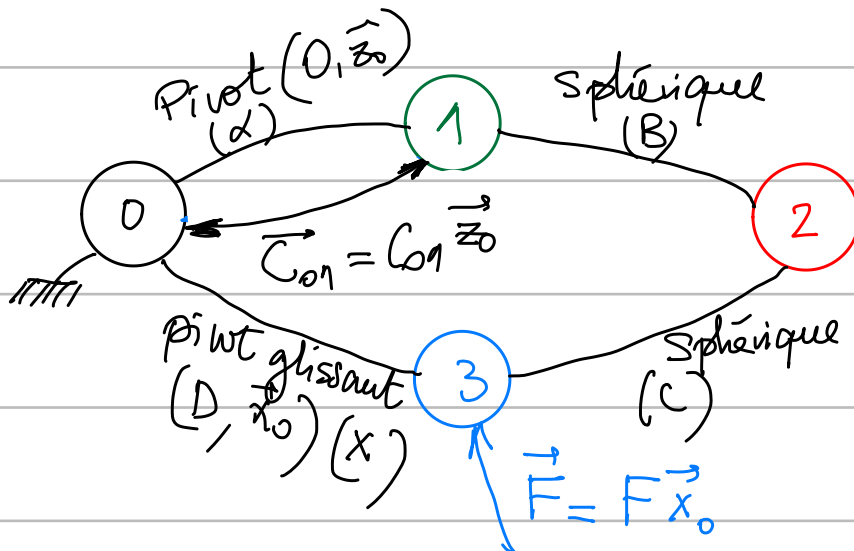
(S) est en équilibre si les trois forces sont coplanaires

Concourantes et telles que $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$

Si les 3 forces sont parallèles, il faut nécessairement que $\vec{M}_{A, \vec{F}_1} + \vec{M}_{A, \vec{F}_2} + \vec{M}_{A, \vec{F}_3} = \vec{0}$

Exercice 2

Mécanisme Bielle - Manivelle



Stratégie d'isolation :

ETAPE 1 on isole le solide (1) en on applique le théorème du moment statique en O (TMS en O)

$$\text{On a } \vec{C}_{01} + \vec{OB} \wedge F_{2/1} \vec{x}_2 = C_{01} \vec{z}_0 + R \vec{x}_1 \wedge F_{2/1} \vec{x}_2 = \vec{0}$$

$$C_{01} \vec{z}_0 + R (\cos \alpha \vec{x}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0) \wedge F_{2/1} (\cos \beta \vec{x}_0 + \sin \beta \vec{y}_0) = \vec{0}$$

$$C_{01} \vec{z}_0 + R F_{2/1} (\cos \alpha \sin \beta \vec{z}_0 - \sin \alpha \cos \beta \vec{z}_0) = \vec{0}$$

$$\text{d'où } C_{01} \vec{z}_0 + R F_{2/1} \sin(\beta - \alpha) \vec{z}_0 = \vec{0}$$

$$\text{donc } F_{2/1} = \frac{C_{01}}{R \sin(\alpha - \beta)} (*)$$

ETAPE 2 On isole le solide 2 et on applique le théorème de la résultante statique sur $\vec{x}_2$. (TRS sur $\vec{x}_2$)

$$\vec{F}_{3/2} \vec{x}_2 + \vec{F}_{1/2} \vec{x}_2 = \vec{0}$$

On sait que $\vec{F}_{3/2}$ et $\vec{F}_{1/2}$ sont orientés selon $\vec{x}_2$ puisque ② est un solide dont on néglige le poids propre et qui est soumis à deux glisseurs en B et C

$$\text{alors } F_{3/2} = -F_{1/2} (**)$$

ETAPE 3 On isole le solide 3 et on applique le théorème de la résultante statique projetée sur $\vec{x}_0$ et le principe des actions mutuelles. (PAM)

$$\vec{F} \cdot \vec{x}_0 + \vec{F}_{2/3} \cdot \vec{x}_0 =$$

$$F + F_{2/3} \vec{x}_2 \cdot \vec{x}_0 = F + F_{2/3} (\cos \beta \vec{x}_0 + \sin \beta \vec{y}_0) \cdot \vec{x}_0 = 0$$

$$= F + F_{2/3} \cos \beta = 0$$

Ce qui donne $F = -F_{2/3} \cos \beta$

$$\text{or } -F_{2/3} = F_{3/2} = -F_{1/2} = F_{2/1} = \frac{C_{01}}{R \sin(\alpha - \beta)}$$

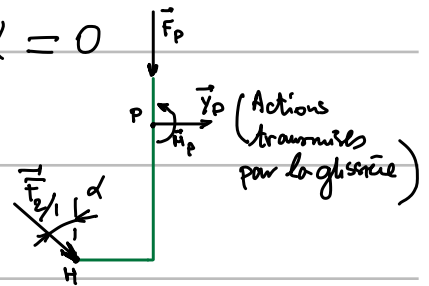
d'où $C_{01} = \frac{F R \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta}$

Mécanisme de la pince du Robovolt

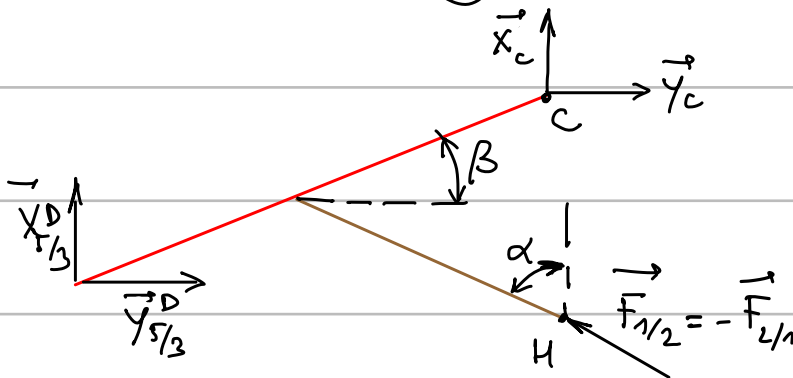
ETAPE 1 : On isole ① et on applique le TRS en projection sur $\vec{x}_p$ donne $F_p + F_{2/1} \cos \alpha = 0$

$\vec{F}_{2/1}$ est dirigée selon la droite EH

d'où $F_{2/1} = -\frac{F_p}{\cos \alpha}$



ETAPE 2 : On isole ② + ③ en on applique TMS en C.

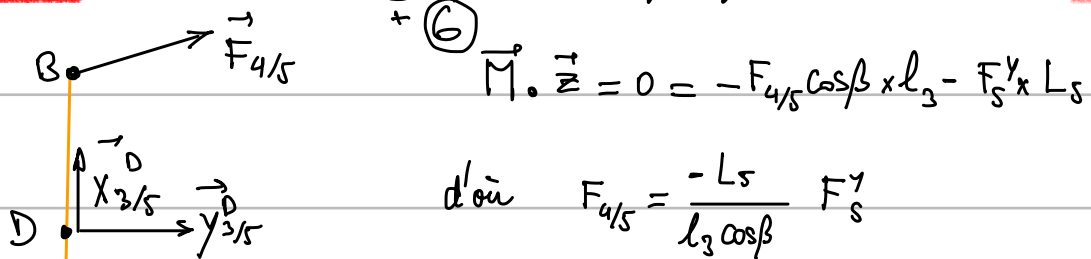


$$\vec{M}_{\vec{z}_{0/C}} = X_{S/3}^D l_4 \cos \beta + Y_{S/3}^D l_4 \sin \beta - F_{1/2} \sin \alpha \times 2l_2 \sin \beta = 0$$

or $F_{1/2} = -F_{2/1} \text{ (PAM)} = \frac{F_p}{\cos \alpha}$

d'où $X_{S/3}^D l_4 \cos \beta - Y_{S/3}^D l_4 \sin \beta = \frac{F_p}{\cos \alpha} \sin \alpha \times 2l_2 \sin \beta \quad (1)$

ETAPE 3 On isole (5) en on applique le PFS en D



$$\vec{M}_0 \cdot \vec{z} = 0 = -F_{4/5} \cos \beta \times l_3 - F_s^Y \times L_5$$

d'où $F_{4/5} = \frac{-L_5}{l_3 \cos \beta} F_s^Y$

$$\vec{R} \cdot \vec{x} = 0 = X_{3/5}^D + F_{4/5} \sin \beta = 0$$

$$\vec{R} \cdot \vec{y} = 0 = -F_s^Y + Y_{3/5}^D + F_{4/5} \cos \beta$$

d'où $X_{3/5}^D = -F_{4/5} \sin \beta = + \frac{L_5 F_s^Y}{l_3} \tan \beta \quad (2)$

$$Y_{3/5}^D = +F_s^Y + \frac{L_5}{l_3} F_s^Y = F_s^Y \left(\frac{l_3 + L_5}{l_3} \right) \quad (3)$$

En reportant les résultats (2) et (3) dans (1) on obtient

$$-\frac{L_5 F_s^Y \tan \beta}{l_3} \times l_4 \cos \beta + F_s^Y \left(\frac{l_3 + L_5}{l_3} \right) l_4 \sin \beta = 2 F_P l_2 \tan \alpha \sin \beta$$

$$l_4 F_s^Y \left(-\frac{L_5}{l_3} \tan \beta \cos \beta + \left(\frac{l_3 + L_5}{l_3} \right) \sin \beta \right) = 2 F_P l_2 \tan \alpha \sin \beta$$

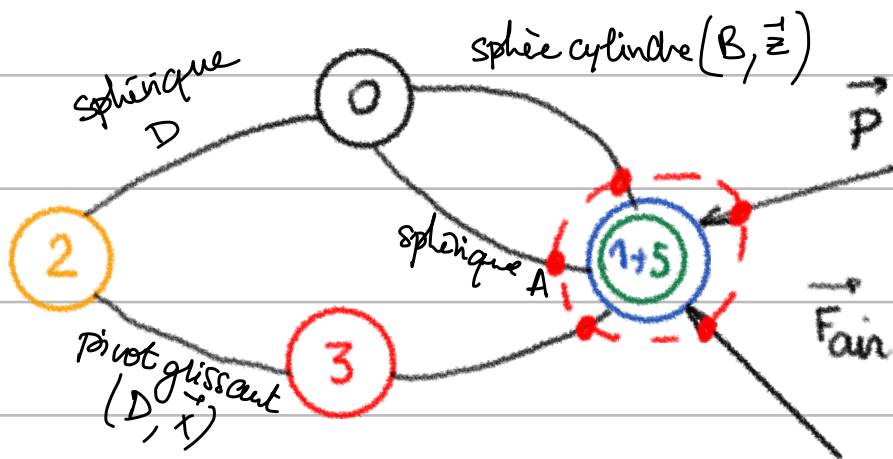
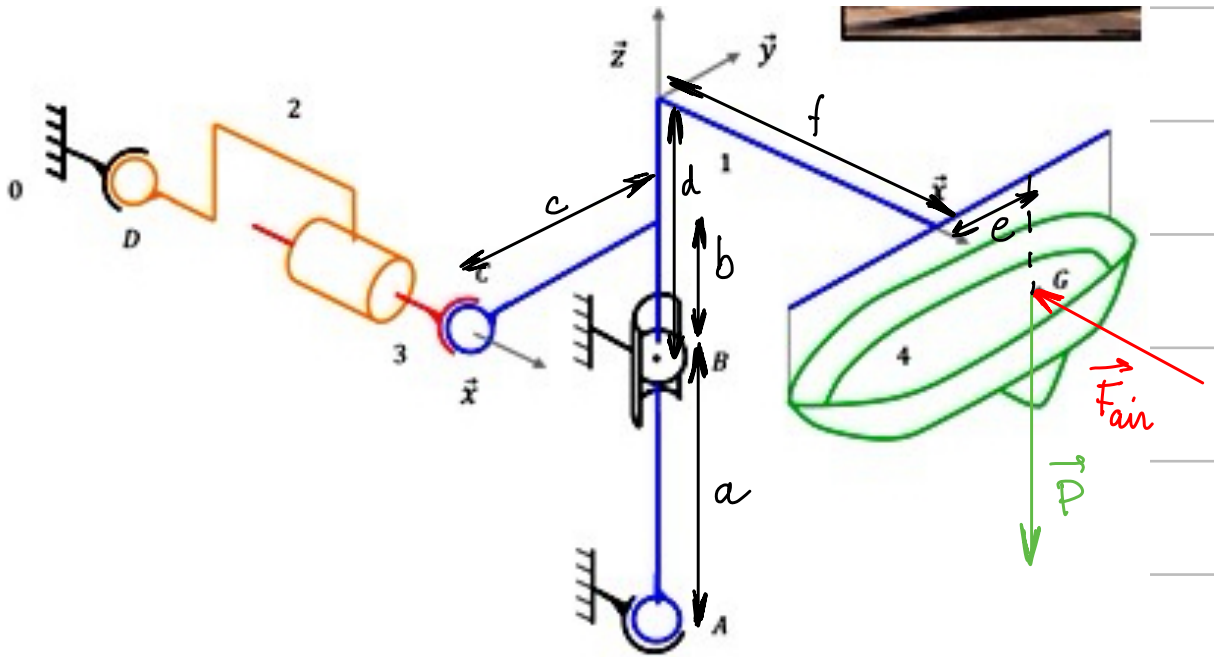
$$F_s^Y = \frac{2 l_2 l_3 \tan \alpha \sin \beta}{l_4 (-L_5 \tan \beta \cos \beta + (l_3 + L_5) \sin \beta)} F_P$$

$$F_s^Y = \frac{2 l_2 l_3 \tan \alpha \cancel{\tan \beta}}{l_4 (L_5 \cancel{\tan \beta} - (l_3 + L_5) \cancel{\tan \beta})} F_P = \frac{2 l_2 l_3 \tan \alpha}{l_4 (L_5 - (l_3 + L_5))}$$

$$F_s^Y = \frac{2 l_2 l_3 \tan \alpha}{l_4 (L_5 - l_3 - L_5)}$$

Exercice 3

Q1



Graphique de structure

Q2 Le système 2+3, à une masse négligeable et est soumise à deux torseurs glisseurs $\Rightarrow \vec{F}_{3/1} = F_{3/1} \vec{x}$

Q3 On isole le système 1+5, voir la frontière d'isolement sur le graphique de structure. Le BALE donne les effets

$$\vec{F}_{air}; \vec{P}; \vec{F}_{3/1}; \vec{F}_{0/1}^A; \vec{F}_{0/1}^B$$

Pour déterminer l'effort dans le vérin on applique le TMS en B

Ce qui donne : $\vec{M}_{B, \vec{F}_{air}} + \vec{M}_{B, \vec{P}} + \vec{M}_{B, \vec{F}_{3/4}} + \vec{M}_{B, \vec{F}_{0/4}^A} + \vec{M}_{B, \vec{F}_{0/4}^B} = \vec{0}$
 $\parallel$
 $\vec{0}$

il reste $\vec{BG} \wedge \vec{F}_{air} + \vec{BG} \wedge \vec{P} + \vec{BC} \wedge \vec{F}_{3/4} + \vec{BA} \wedge \vec{F}_{0/4}^A = \vec{0}$

$$(d\vec{z} + e\vec{y} + f\vec{x}) \wedge (-F_{air}\vec{x}) + (d\vec{z} + e\vec{y} + f\vec{x}) \wedge (-mg\vec{z}) + (b\vec{z} - c\vec{y}) \wedge F_{3/4}\vec{x} \\ (-a\vec{z}) \wedge (x_A\vec{x} + y_A\vec{y} + z_A\vec{z}) = 0$$

$$-dF_{air}\vec{y} + eF_{air}\vec{z} - emg\vec{x} + fmg\vec{y} + bF_{3/4}\vec{y} + cF_{3/4}\vec{z} = 0$$

la projection sur $\vec{z}$ donne $eF_{air} = -cF_{3/4}$ d'où $F_{3/4} = -\frac{e}{c}F_{air}$

Q4. or $F_{3/4} = p \times S = -\frac{e}{c}F_{air}$ il vient $p = -\frac{eF_{air}}{cS}$

Application numérique $p = -\frac{2 \times 15000}{4 \times \pi \times \frac{0,1^2}{4}} = 0,95 \text{ MPa}$
 $= 954 \text{ kPa} = 9,54 \text{ Bar}$

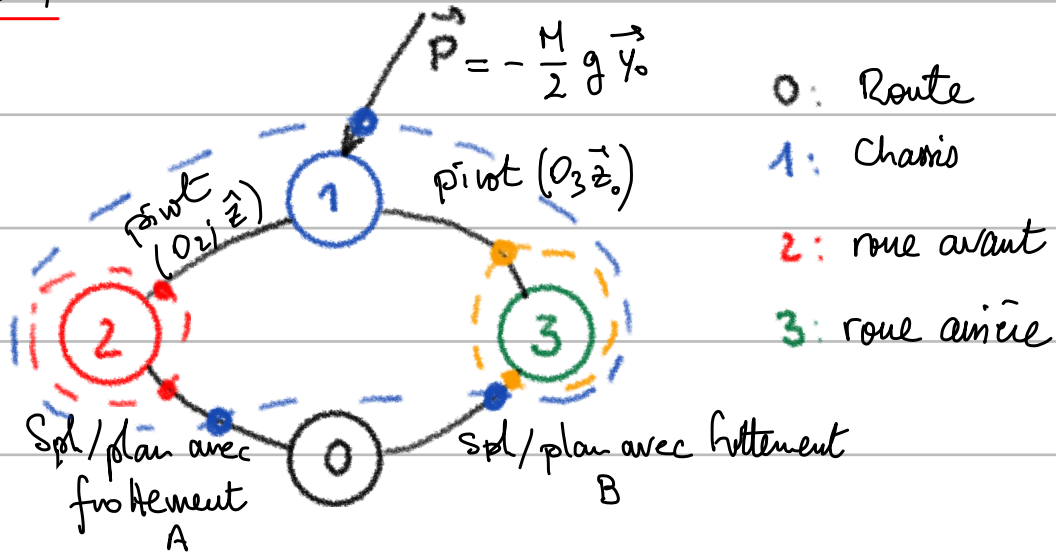
Q5 Dans le TMS on remplace le moment de $\vec{F}_{3/4}$ par un couple $\vec{C}_{0/4} = C_{0/4}\vec{z}$

ce qui donne $C_{0/4} = -eF_{air}$

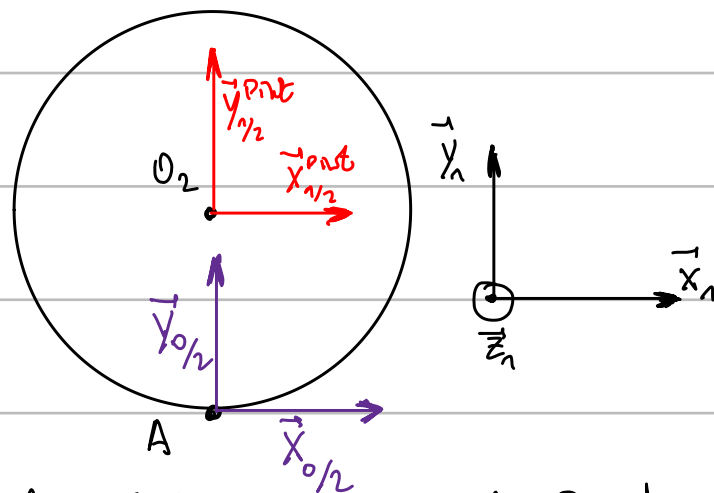
A.N. $C_{0/4} = -2 \times 15000 = -30000 \text{ N.m}$

Exercice 4

Q1:



Q2: On isole la roue avant, on néglige sa masse et on suppose qu'aucun couple moteur n'est appliqué. D'après la frontière d'isolement dessinée sur le graphe de structure le BAME donne : $\vec{F}_{0/2}$; $\vec{F}_{1/2}^{pivot}$



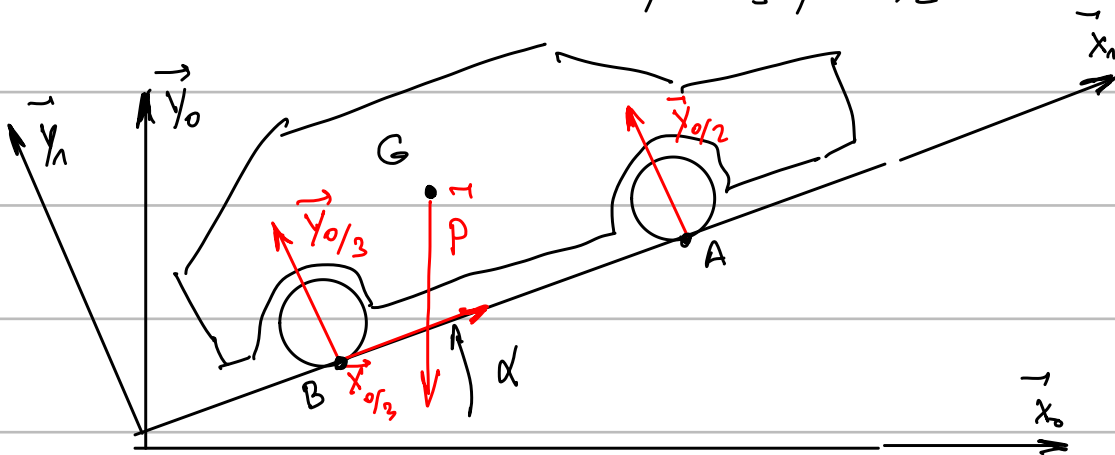
Le PFS appliqué à 2 au point O_2 dans le repère $(O_2 \vec{x}_1 \vec{y}_1 \vec{z}_1)$

donne $\vec{R} \cdot \vec{x} = 0 = X_{0/2} + X_{1/2}^{pivot}$

$$\vec{R} \cdot \vec{y} = 0 = Y_{0/2} + Y_{1/2}^{pivot}$$

$$\vec{M} \cdot \vec{z} = 0 = X_{0/2} \cdot \frac{D}{2} \Rightarrow X_{0/2} = 0 = X_{1/2}^{pivot}$$

Q3: On isole $\{1, 2, 3\}$, d'après la frontière d'isolement
on obtient le BAME: $\vec{P}$; $\vec{F}_{0/3}$; $\vec{Y}_{0/2}$



On applique le PFS en B à l'ensemble $\{1, 2, 3\}$

$$\vec{R} \cdot \vec{x}_1 = 0 = X_{0/3} - \frac{M}{2} g \sin \alpha \quad (1)$$

$$\vec{R} \cdot \vec{y}_1 = 0 = Y_{0/3} + Y_{0/2} - \frac{M}{2} g \cos \alpha \quad (2)$$

$$\vec{M} \cdot \vec{z}_1 = 0 = \vec{BG} \wedge \left(-\frac{M}{2} g \vec{y}_0\right) + \vec{BA} \wedge Y_{0/2} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &= (b \vec{x}_1 + h \vec{y}_1) \wedge \left(-\frac{M}{2} g \vec{y}_0\right) + (a+b) \vec{x}_1 \wedge Y_{0/2} \vec{y}_1 \\ &= \left[b(\cos \alpha \vec{x}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0) + h(-\sin \alpha \vec{x}_0 + \cos \alpha \vec{y}_0) \right] \wedge \left(-\frac{M}{2} g \vec{y}_0\right) \\ &\quad + (a+b) \vec{x}_1 \wedge Y_{0/2} \vec{y}_1 \\ &= \frac{Mg}{2} \left(-b \cos \alpha \vec{z}_0 + h \sin \alpha \vec{z}_0 \right) + (a+b) Y_{0/2} \vec{z}_0 = 0 \\ &\text{d'où } Y_{0/2} = \frac{-Mg}{2(a+b)} (h \sin \alpha - b \cos \alpha) \quad (*) \end{aligned}$$

(1) donne $X_{0/3} = \frac{M}{2} g \sin \alpha$

* et (2) donne: $Y_{0/3} = \frac{Mg}{2} \cos \alpha + \frac{Mg}{2(a+b)} (h \sin \alpha - b \cos \alpha)$

$$Y_{0/3} = \frac{Mg}{2} \left(\frac{(a+b) \cos \alpha + h \sin \alpha - b \cos \alpha}{(a+b)} \right)$$

finalemment
$$Y_{0/3} = \frac{Mg}{2} \left(\frac{a \cos \alpha + h \sin \alpha}{(a+b)} \right)$$

Q4 : On applique la loi de Coulomb qui donne que la force tangentielle (ici $\|\vec{X}_{0/3}\|$) doit rester inférieure ou égale à f fois la réaction normale (ici $\|\vec{Y}_{0/3}\|$)

on a donc l'inégalité $\frac{Mg}{2} \sin \alpha \leq f \cdot \frac{Mg}{2} \left(\frac{a \cos \alpha + h \sin \alpha}{(a+b)} \right)$
 en divisant chaque membre par $\sin \alpha$ on obtient

$$\frac{Mg}{2} \leq \frac{f Mg}{2(a+b)} \left(\frac{a}{\tan \alpha} + h \right)$$

d'où $\left(\frac{a}{\tan \alpha} + h \right) \geq \frac{2(a+b) Mg}{2f Mg}$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{\tan \alpha} \geq \frac{a+b}{f} - h \Rightarrow \frac{\tan \alpha}{a} \leq \frac{f}{a+b - hf}$$

d'où
$$\tan \alpha \leq \frac{af}{a+b - hf}$$
 l'angle est indépendant de l'angle α !

A.N.
$$\tan \alpha \leq \frac{0,9 \times 0,6}{0,9 + 1,4 - 0,9 \times 0,6} = 0,307$$

$$\Rightarrow \alpha \leq 17^\circ$$

Q5: Il y a basculement à la limite quand $\|\vec{Y}_{0/2}\| = 0$

d'après (*) cela donne $h \sin \alpha - b \cos \alpha = 0$

$$h \sin \alpha = b \cos \alpha$$

$$\tan \alpha = \frac{b}{h} \Rightarrow \text{A.N. } \alpha = \text{Arctan} \left(\frac{b}{h} \right)$$

$$\alpha = \text{Arctan} \left(\frac{1,4}{0,9} \right) = 57\%$$

impossible dans des conditions

courants du véhicule.

Q6: On isole 3 d'après la frontière d'isolement

on obtient le B.A.M.E $\vec{Y}_{0/3}$, $\vec{X}_{0/3}$, $\vec{X}_{1/3}^{\text{ant}}$, $\vec{Y}_{1/3}^{\text{ant}}$, $\vec{C}_1$

en appliquant le TMS en O_3 on obtient

$$\underset{\parallel \vec{0}}{\vec{M}_{O_3, \vec{Y}_{0/3}}} + \underset{\parallel \vec{0}}{\vec{M}_{O_3, \vec{X}_{0/3}}} + \underset{\parallel \vec{0}}{\vec{M}_{O_3, \vec{X}_{1/3}^{\text{ant}}}} + \underset{\parallel \vec{0}}{\vec{M}_{O_3, \vec{Y}_{1/3}^{\text{ant}}}} + \vec{C}_1 = \vec{0}$$

$$\text{il reste } \vec{O_3 B} \wedge \vec{X}_{0/3} + \vec{C}_1 = \vec{0}$$

$$-D \vec{Y}_1 \wedge \frac{Mg \sin \alpha}{2} \vec{X}_1 + C_1 \vec{z}_1 = \vec{0}$$

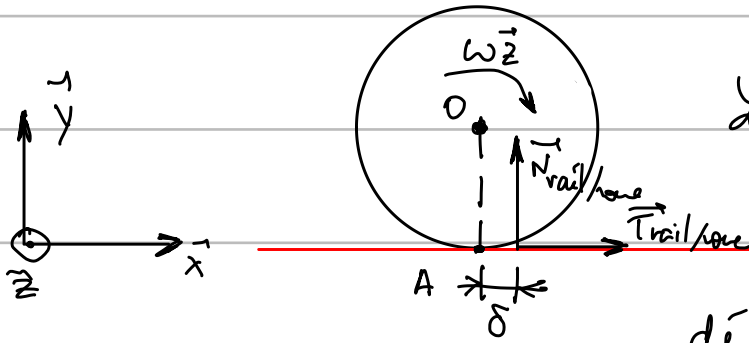
ce qui donne $C_1 = - \frac{DMg \sin \alpha}{2}$

une pente de 30% correspond à $\tan \alpha = 0,30$ d'où
 $\alpha = 16,7^\circ$

alors $C_1 = -0,648 \times \frac{1300}{2} \times 9,81 \times \sin 16,7 = -1187 \text{ N.m}$

Exercice 5

Q1 Résistance au roulement :



La résistance au roulement est caractérisée par un décalage de δ de la réaction normale $\vec{N}_{\text{rail/roue}}$

Ce décalage δ génère un couple en O égal à $\|\vec{N}\| \times \delta$

Le $\|\vec{N}\|$ global du train est égal à son poids (TRS sur $\vec{y}$)

Le moment global de résistance au roulement vaut

$$386 \times 9,81 \times 0,003 \times 10^3 = \underline{11360 \text{ N.m}}$$

Q2: A 300 km/h $V = \frac{300 \times 1000}{3600} = 83,3 \text{ m/s}$

on a $\vec{V}_{\text{roue/rail}} = \vec{0}$ (cela est dû au roulement sans glissement)

$$\text{or } \vec{V}_{\text{Aroue/rail}} = \underbrace{\vec{V}_{\text{Oroue/rail}}}_{\text{vitesse du train}} + \vec{AO} \wedge \omega \vec{z} = \vec{0}$$

$$\text{d'où } V_{\text{train}} \vec{x} + \frac{D}{2} \vec{y} \wedge \omega \vec{z} = \vec{0}$$

$$\left(V_{\text{train}} - \frac{D}{2} \omega \right) \vec{x} = \vec{0} \text{ d'où } \omega = \frac{2V_{\text{train}}}{D}$$

$$\text{A.N. } \omega = \frac{2 \times 83,3}{0,648} = 257 \text{ rad/s}$$

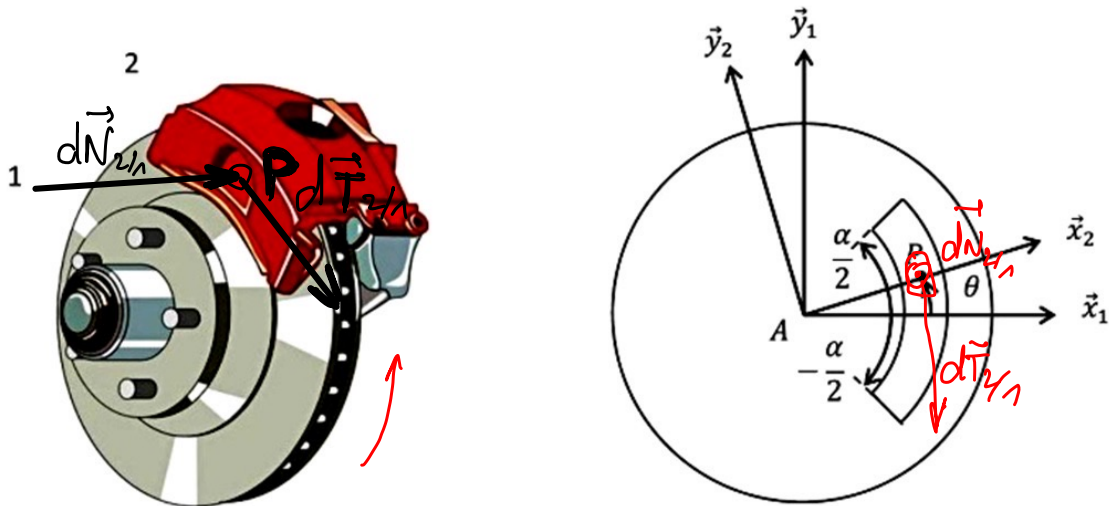
Q3: Puissance à vaincre est donc à pleine vitesse

$$P = C\omega = 11360 \times 257 = 2,92 \text{ MW}$$

$$2,92 \text{ MW} < 8,8 \text{ MW} \text{ tout va bien}$$

Exercice 6:

Q1:



$d\vec{T}_{2/1}$ est tangente à la trajectoire du point et s'oppose à la rotation
 $d\vec{N}_{2/1}$ est normal au plan du disque

Q2 $d\vec{F}_{2/1} = -dT_{2/1} \vec{y}_2 - dN_{2/1} \vec{z}_2$

or $dN_{2/1} = p dS$ et il y a glissement entre 1 et 2

d'où $dT_{2/1}$ est proportionnelle à $f dN_{2/1} = f p dS$

alors $d\vec{F}_{2/1} = -f p dS \vec{y}_2 - p dS \vec{z}_2$

On dit que p est la force locale sous forme d'une pression et $\int_{r=R_i}^{r=R_e} \int_{\theta=-\frac{\alpha}{2}}^{\theta=+\frac{\alpha}{2}} d\vec{F}_{2/1}$ est la force global

Q3: C'est la composante $d\vec{T}_{2/1}$ qui va créer un moment de freinage.

$$d\vec{M}_{A, d\vec{T}_{2/1}} = \vec{M}_{P, d\vec{T}_{2/1}} + \vec{AP} \wedge d\vec{T}_{2/1} = r \vec{x}_2 \wedge -fp dS \vec{y}_2$$

$$d\vec{M}_{A, d\vec{T}_{2/1}} = -r f p dS \vec{z}_2$$

$$\vec{M}_{A, \vec{T}_{2/1}} = - \int_{\theta=-\frac{\alpha}{2}}^{\theta=+\frac{\alpha}{2}} \int_{r=R_i}^{r=R_e} r f p r d\theta dr \vec{z}_2$$

$$= -f p \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} \int_{R_i}^{R_e} r^2 d\theta dr \vec{z}_2$$

$$= -f p \left[\theta \right]_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} \times \left[\frac{r^3}{3} \right]_{R_i}^{R_e} \vec{z}_2 = -f p \alpha \left(\frac{R_e^3 - R_i^3}{3} \right) \vec{z}_2$$

Q4: $\vec{M}_{total} = -2 f p \alpha \left(\frac{R_e^3 - R_i^3}{3} \right) \vec{z}_2$

or $p = \frac{F}{S}$ avec $S = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} \int_{R_i}^{R_e} dS = \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{+\frac{\alpha}{2}} \int_{R_i}^{R_e} r d\theta dr$

$$= \alpha \left[\frac{R_e^2 - R_i^2}{2} \right]$$

$$\text{d'où } \vec{M}_{\text{total}} = -2 f \times \frac{F}{\alpha \left(\frac{R_e^2 - R_i^2}{2} \right)} \times \alpha \left(\frac{R_e^3 - R_i^3}{3} \right) \vec{z}_2$$

$$\vec{M}_{\text{total}} = -2 f \times \frac{2}{3} F \left(\frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2} \right) \vec{z}_2$$

Exercice 7:

Q1: Le joint inférieur est en contact avec la vitre sur une longueur L . La résultante de l'effort normal est donc $F = \int_0^L p \, dL = p \times L$. Il y a frottement sur les deux côtés, ce qui donne une force normale totale égale à $2pL$. Le coefficient de frottement étant égal à f l'effort mécanique de frottement sur $\vec{z}$ est égal à $-f \times 2pL \vec{z}$

$$\vec{T} = -2fpL \vec{z} \quad \text{A.N.} \quad T = 2 \times 0,5 \times 25 \times 0,776$$

$$\vec{T} = -19,4 \, \text{N} \vec{z}$$

Q2: Calcul de l'effort de frottement à la côte z .

Joint inférieur : $2fpL = \text{cte}$

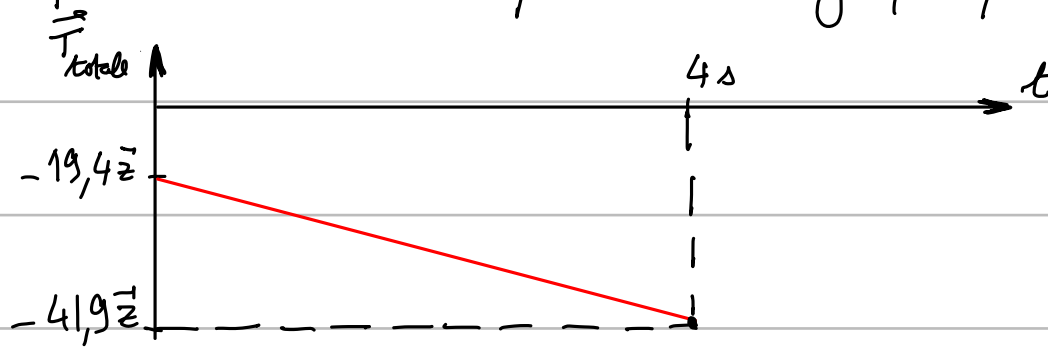
Joint droit : $2fpz$

Joint gauche : $2fpz$

$$\text{d'où } \vec{T}_{\text{total}} = -2fp(L + 2z) \vec{z}$$

$$V = \frac{dz}{dt} \Rightarrow z = V \cdot t + \text{cte} \quad \text{à } t=0 \text{ on suppose } V=0$$

Ce qui donne une représentation graphique suivante :

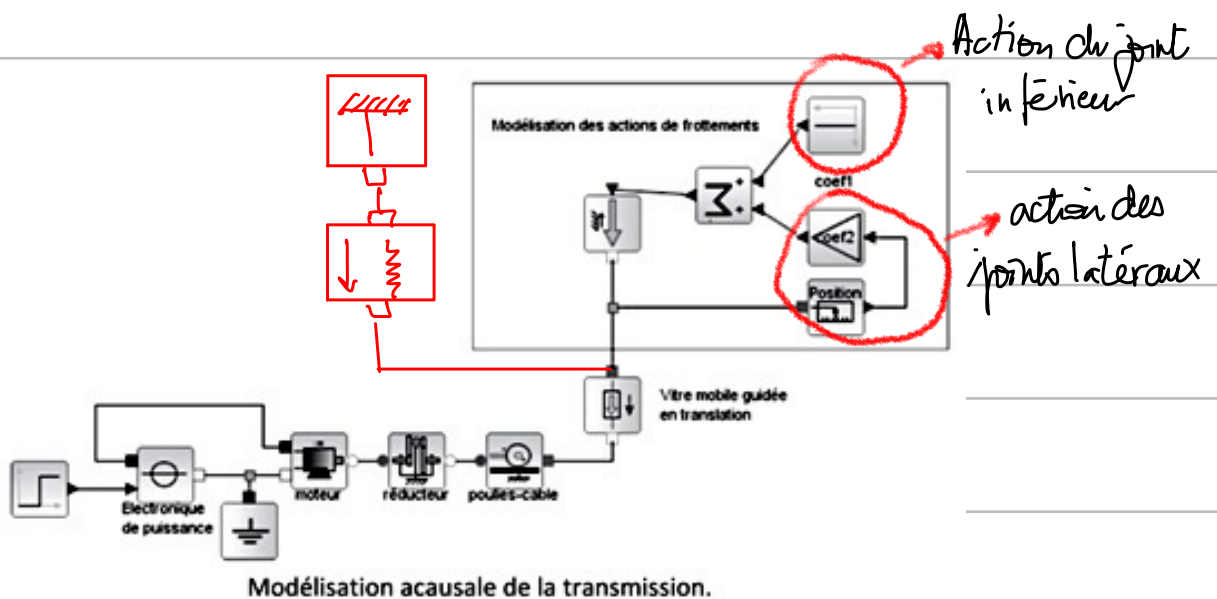


$$V = \text{cte} = \frac{H}{4} \quad \parallel \underline{\vec{T}_{\min}} = 2f_p L = 19,4 \text{ N}$$

$$\parallel \underline{\vec{T}_{\max}} = 2f_p \cdot \left(L + \frac{8H}{4}\right) = \underline{2f_p (L + 2H)}$$

$$\text{A.N.} \parallel \underline{\vec{T}_{\max}} = 2 \times 0,5 \times 25 (0,776 + 0,90) = \underline{41,9 \text{ N}}$$

Q3:



Q4: Pour tenir compte de l'obstacle constitué par une main on peut ajouter un ressort en parallèle, cf ci dessus.

