

Exercice 1

Q1 O est un point fixe le vecteur position de A est $\vec{OA} = R\vec{x}_1$

Q2 Deux possibilités:

- La formule de changement de point

$$\vec{V}_{A \in \mathcal{V}_0} = \underbrace{\vec{V}_{O \in \mathcal{V}_0}}_{= \vec{0}} + \vec{OA} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = -R\vec{x}_1 \wedge \dot{\theta} \vec{z}_1 = R\dot{\theta} \vec{y}_1$$

- La dérivation du vecteur position  NOUVEAU

Théorème de Bour

$$\left(\frac{d}{dt} \vec{u}(t) \right)_{R_1} = \left(\frac{d}{dt} \vec{u}(t) \right)_{R_0} + \vec{\Omega}_{R_1/R_0} \wedge \vec{u}(t)$$

$$\text{Ici } \vec{V}_{A \in \mathcal{V}_0} = \frac{d}{dt} (R\vec{x}_1)_{R_0} = R \left[\underbrace{\left(\frac{d\vec{x}_1}{dt} \right)_{R_1}}_{= \vec{0}} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{x}_1 \right] = R \dot{\theta} \vec{z}_1 \wedge \vec{x}_1$$

$$\vec{V}_{A \in \mathcal{V}_0} = R\dot{\theta} \vec{y}_1$$

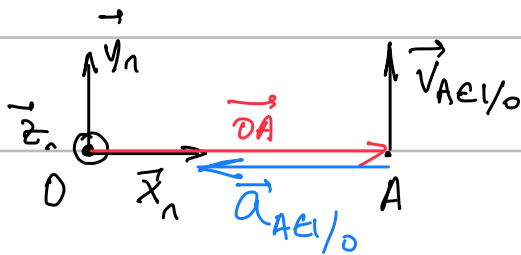
Q3 Pour le calcul d'une accélération, il faut dériver le vecteur vitesse

$$\vec{a}_{A \in 1/0} = \frac{d}{dt} \vec{v}_{A \in 1/0} = \frac{d}{dt} (R \dot{\theta} \vec{y}_1) = \underbrace{\frac{dR}{dt}}_{0 (R=cte)} \dot{\theta} \vec{y}_1 + R \underbrace{\frac{d\dot{\theta}}{dt}}_{\ddot{\theta}} \vec{y}_1 + R \dot{\theta} \underbrace{\frac{d\vec{y}_1}{dt}}_{\dot{\theta} \vec{z}_1 \wedge \vec{y}_1 = -\dot{\theta} \vec{x}_1}$$

d'où $\vec{a}_{A \in 1/0} = R \ddot{\theta} \vec{y}_1 - R \dot{\theta}^2 \vec{x}_1$

Q4 Si $\dot{\theta} = \omega = \text{constante}$ $\ddot{\theta} = 0$ d'où

$$\vec{a}_{A \in 1/0} = -R \dot{\theta}^2 \vec{x}_1$$

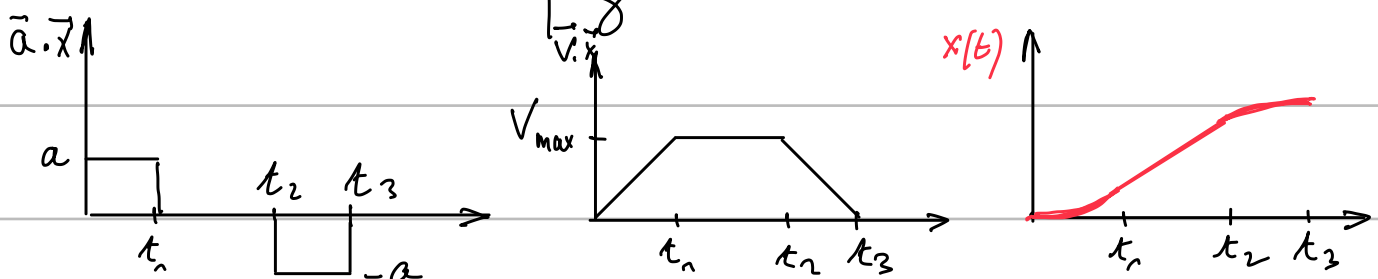


Q5 Les vecteurs sont orthogonaux

Q6 $\{V_{1/0}\}_O = \left\{ \begin{matrix} \omega \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_O$ $\{V_{1/0}\}_A = \left\{ \begin{matrix} \omega \vec{z}_1 \\ R \dot{\theta} \vec{y}_1 \end{matrix} \right\}_A$

Exercice 2

On appelle une commande de moteur en trapèze, une commande avec une accélération constante, puis nulle et enfin une décélération constante, ce qui donne un profil de vitesse en trapèze :



En effet $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ d'où $v_1(t) = at + cte$

or à $t=0$ $v_1(t)=0$ d'où $v_1(t)=at$

en phase d'accélération $a = \frac{v_{max}}{t_1}$

Pour la décélération $v_3(t) = at + cte$ à $t_2 = v_{max}$

$$v_{max} = at_2 + cte \Rightarrow cte = v_{max} - at_2$$

$$v_3(t) = at + v_{max} - at_2 = a(t - t_2) + v_{max}$$

on a $a = -\frac{v_{max}}{(t_3 - t_2)}$ d'où $v_3(t) = \frac{-v_{max}}{(t_3 - t_2)}(t - t_2) + v_{max}$

donc $v_3(t) = \frac{-v_{max}}{(t_3 - t_2)}(t - t_2 - t_3 + t_3)$
 $\underline{v_3(t) = \frac{-v_{max}}{(t_3 - t_2)}(t - t_3)}$

De même $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

en phase d'accélération $x(t) = \frac{at^2}{2} + cte$

$cte = 0$ puisque $x(0) = 0$

$$\underline{x(t) = \frac{at^2}{2} = \frac{v_{max} t^2}{2t_1}}$$

en phase d'accélération nulle

$$x(t) = v_{max} t + cte$$

or pour $t = t_1$ $x(t_1) = \frac{at_1^2}{2}$

$$\frac{at_1^2}{2} = v_{max} t_1 + cte$$

$$cte = \frac{at_1^2}{2} - v_{max} t_1$$

$$\text{alors } x(t) = V_{\max} t + \frac{at_1^2}{2} - V_{\max} t_1 = V_{\max} (t - t_1) + \frac{V_{\max} t_1^2}{2}$$

$$x(t) = V_{\max} (t - t_1) + \frac{V_{\max} t_1^2}{2}$$

$$x(t) = V_{\max} \left(\frac{2t - t_1}{2} \right)$$

en phase de décélération

$$x(t) = -\frac{V_{\max}}{(t_3 - t_2)} \frac{(t - t_3)^2}{2} + cte$$

pour $t = t_3$ $x(t_3) = x_{\max} \Rightarrow cte = x_{\max}$

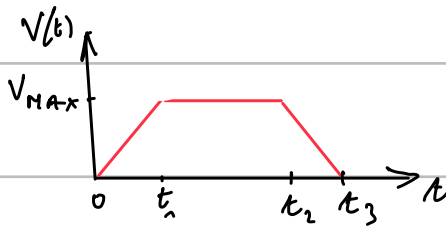
$$\text{alors } x(t) = \frac{-V_{\max}}{(t_3 - t_2)} \times \frac{(t - t_3)^2}{2} + x_{\max}$$

Q2

En pratique on vous donne dans les sujets au concours.

le profil des vitesses qu'on appelle la loi de commande en

vitesse



on en déduit $a = \frac{V_{\max}}{t_1}$

de même comme $x_{\max} = \int_0^{t_3} V(t) dt$, on peut dire que

$x_{\max}$ est l'aire sous la courbe de $V(t)$.

D'où $x_{\max} = \frac{V_{\max} t_1}{2} + V_{\max} (t_2 - t_1) + \frac{V_{\max} (t_3 - t_2)}{2}$

Le positionnement le plus classique est qu'on vous donne

l'accélération = décélération, le temps d'accélération,

$x_{\max}$ et on vous demande de déterminer t_2 .

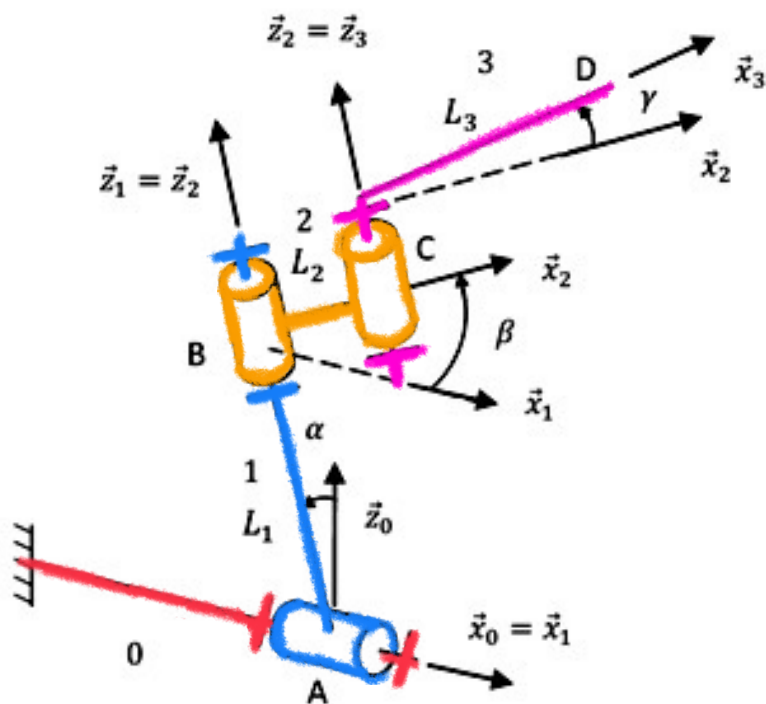
23

	$0 \leq t < t_1$	$t_1 \leq t < t_2$	$t_2 \leq t \leq t_3$
$a(t)$	$\frac{V_{MAX}}{t_1}$	0	$-\frac{V_{MAX}}{t_1}$
$v(t)$	$\frac{V_{MAX}}{t_1} t$	V_{MAX}	$-\frac{V_{MAX}}{(t_3 - t_2)} (t - t_2) + V_{MAX}$
$x(t)$	$\frac{V_{MAX} t^2}{2t_1}$	$V_{MAX} \frac{(2t - t_1)}{2}$	$\frac{-V_{MAX}}{(t_3 - t_2)} \times \frac{(t - t_3)^2}{2} + X_{MAX}$

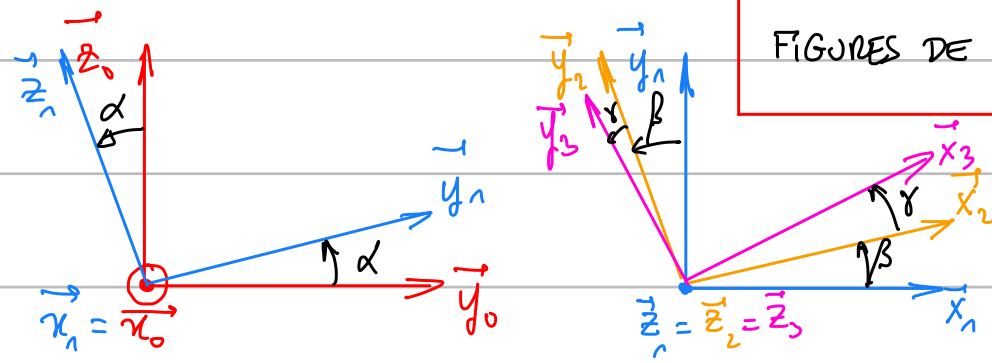
Exercice 3

Q1

— : 0 — : 1 — : 2 — : 3

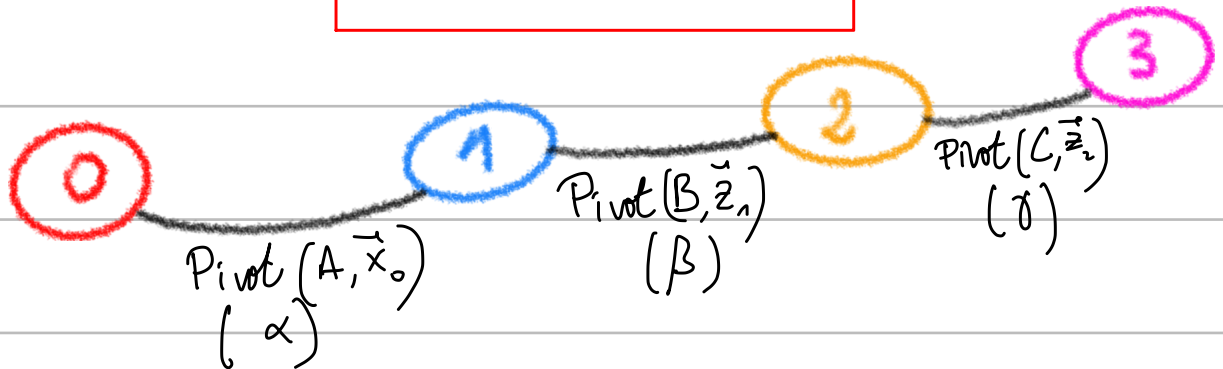


Q2



FIGURES DE CHANGEMENT DE BASE

GRAPHE DES LIARONS



Q3 $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = L_1 \vec{z}_1 + L_2 \vec{x}_2 + L_3 \vec{x}_3$

Q4 Calcul de la vitesse en dérivant le vecteur position

$$\begin{aligned} \vec{V}_{D \in 3/0} &= \frac{d}{dt} \vec{AD} = L_1 \frac{d\vec{z}_1}{dt} + L_2 \frac{d\vec{x}_2}{dt} + L_3 \frac{d\vec{x}_3}{dt} \\ &= L_1 (\dot{\alpha} \vec{x}_1 \wedge \vec{z}_1) + L_2 ((\dot{\beta} \vec{z}_2 + \dot{\alpha} \vec{x}_1) \wedge \vec{x}_2) + L_3 ((\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \vec{z}_2 + \dot{\alpha} \vec{x}_1) \wedge \vec{x}_3 \\ \vec{V}_{D \in 3/0} &= -L_1 \dot{\alpha} \vec{y}_1 + L_2 (\dot{\beta} \vec{y}_2 + \dot{\alpha} \sin \beta \vec{z}_2) + L_3 (-(\dot{\beta} + \dot{\gamma}) \vec{y}_3 + \dot{\alpha} \sin(\gamma + \beta) \vec{z}_1) \end{aligned}$$

Calcul de la vitesse en appliquant la composition des vitesses et la formule de changement de point:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{D \in 3/0} &= \vec{V}_{D \in 3/2} + \vec{V}_{D \in 2/1} + \vec{V}_{D \in 1/0} \\ &= \underbrace{\vec{V}_{C \in 3/2}}_{|| \vec{0}} + \vec{DC} \wedge \vec{\Omega}_{3/2} + \underbrace{\vec{V}_{B \in 2/1}}_{|| \vec{0}} + \vec{DB} \wedge \vec{\Omega}_{2/1} + \underbrace{\vec{V}_{A \in 1/0}}_{|| \vec{0}} + \vec{DA} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{V}_{O \in 3/0} &= -L_3 \vec{x}_3 \wedge \dot{\gamma} \vec{z}_3 + (-L_3 \vec{x}_3 - L_2 \vec{x}_2) \wedge \dot{\beta} \vec{z}_2 + (-L_3 \vec{x}_3 - L_2 \vec{x}_2 - L_1 \vec{z}_1) \wedge \dot{\alpha} \vec{x}_1 \\
 &= L_3 \dot{\gamma} \vec{y}_3 + L_3 \dot{\beta} \vec{y}_3 + L_2 \dot{\beta} \vec{y}_2 - (L_3 (\cos(\gamma+\beta) \vec{x}_1 + \sin(\gamma+\beta) \vec{y}_1) + L_2 (\cos\beta \vec{x}_1 + \sin\beta \vec{y}_1) \\
 &\quad + L_1 \vec{z}_1) \wedge \dot{\alpha} \vec{x}_1 \\
 &= L_3 \dot{\gamma} \vec{y}_3 + L_3 \dot{\beta} \vec{y}_3 + L_2 \dot{\beta} \vec{y}_2 + L_3 \sin(\gamma+\beta) \dot{\alpha} \vec{z}_1 + L_2 \sin\beta \dot{\alpha} \vec{z}_1 - L_1 \dot{\alpha} \vec{y}_1
 \end{aligned}$$

Q5: $\gamma=0$ donc $B_2 = B_3$

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\alpha} \vec{x}_1 \quad \vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\beta} \vec{z}_2 \quad \vec{\Omega}_{3/2} = \dot{\gamma} \vec{z}_3 = 0$$

$$\text{d'où } \vec{V}_{O \in 3/0} = L_3 \dot{\beta} \vec{y}_3 + L_2 \dot{\beta} \vec{y}_2 + L_3 \sin(\beta) \dot{\alpha} \vec{z}_1 + L_2 \sin\beta \dot{\alpha} \vec{z}_1 - L_1 \dot{\alpha} \vec{y}_1$$

$$\vec{y}_2 = \vec{y}_3 \Rightarrow \vec{V}_{O \in 3/0} = (L_3 + L_2) \dot{\beta} \vec{y}_2 - \dot{\alpha} L_1 \vec{y}_1 + (L_3 + L_2) \sin\beta \dot{\alpha} \vec{z}_1$$

$$\begin{aligned}
 \text{Q6: } \vec{a}_{O \in 3/0} &= \frac{d}{dt} \left(\vec{V}_{O \in 3/0} \right) \\
 &= (L_3 + L_2) \frac{d}{dt} (\dot{\beta} \vec{y}_2) - L_1 \frac{d}{dt} (\dot{\alpha} \vec{y}_1) + (L_2 + L_3) \frac{d}{dt} (\sin\beta \dot{\alpha} \vec{z}_1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d'où } \vec{a}_{O \in 3/0} &= (L_3 + L_2) \left[\ddot{\beta} \vec{y}_2 + \dot{\beta} \frac{d}{dt} \vec{y}_2 \right] - L_1 \left[\ddot{\alpha} \vec{y}_1 + \dot{\alpha} \frac{d}{dt} \vec{y}_1 \right] + * \\
 (1) \quad &* (L_2 + L_3) \left[\dot{\beta} \cos\beta \dot{\alpha} \vec{z}_1 + \sin\beta \ddot{\alpha} \vec{z}_1 + \sin\beta \dot{\alpha} \frac{d}{dt} \vec{z}_1 \right]
 \end{aligned}$$

Comme $\dot{\alpha} = \text{cte}$ et $\dot{\beta} = \text{cte}$ $\ddot{\beta} = 0$ $\ddot{\alpha} = 0$

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} (\vec{y}_2)_{B_0} &= \frac{d}{dt} (\vec{y}_2)_{B_2} + \vec{\Omega}_{2/0} \wedge \vec{y}_2 = \underset{''\vec{0}}{\frac{d}{dt} (\vec{y}_2)_{B_2}} + (\dot{\alpha} \vec{x}_1 + \dot{\beta} \vec{z}_2) \wedge \vec{y}_2 \\
 &= (\dot{\alpha} \vec{x}_1 + \dot{\beta} \vec{z}_1) \wedge -\sin\beta \vec{x}_1 + \cos\beta \vec{y}_1 \\
 &= \dot{\alpha} \cos\beta \vec{z}_1 - \dot{\beta} \sin\beta \vec{y}_1
 \end{aligned}$$

de même on a $\frac{d\vec{y}_1}{dt} = \dot{\alpha} \vec{x}_1 \wedge \vec{y}_1 = \dot{\alpha} \vec{z}_1$ et $\frac{d\vec{z}_1}{dt} = -\dot{\alpha} \vec{y}_1$

$$(1) \text{ devient } \vec{a}_{D \in 3/o} = (L_2 + L_3) (\dot{\beta} \dot{\alpha} \cos \beta \vec{z}_1 - \dot{\beta}^2 \sin \beta \vec{y}_1) - L_1 \dot{\alpha}^2 \vec{z}_1 + \\ + (\dot{\beta} \cos \beta \dot{\alpha} \vec{z}_1 - \sin \beta \dot{\alpha}^2 \vec{y}_1) (L_2 + L_3)$$

$$\vec{a}_{D \in 3/o} = (L_2 + L_3) (-\dot{\beta}^2 \sin \beta - \sin \beta \dot{\alpha}^2) \vec{y}_1 + [(L_2 + L_3) (2 \cos \beta \dot{\alpha} \dot{\beta}) - L_1 \dot{\alpha}^2] \vec{z}_1$$

$$\vec{a}_{D \in 3/o} = -\sin \beta (L_2 + L_3) (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) \vec{y}_1 + (2 \cos \beta \dot{\alpha} \dot{\beta} (L_2 + L_3) - L_1 \dot{\alpha}^2) \vec{z}_1$$

Q7: $\dot{\alpha} = 1 \text{ tr/min} = \frac{2\pi}{60} = 0,1 \text{ rad/s}$

$$\dot{\beta} = 412 \text{ tr/min} = \frac{412 \times 2\pi}{60} = 43,12 \text{ rad/s}$$

$$V_{\text{vent}} = 50 \text{ km/h} = \frac{50 \times 10^3}{3600} = 13,9 \text{ m/s}$$

Q8: Projection de $\vec{V}_{D \in 3/o}$ sur $\vec{y}_2$ donnée:

$$\vec{y}_2 \cdot \vec{V}_{D \in 3/o} = -\dot{\alpha} L_1 \vec{y}_1 \cdot \vec{y}_2 + ((L_2 + L_3) \dot{\alpha} \sin \beta) \vec{z}_1 \cdot \vec{y}_2 + (L_2 + L_3) \dot{\beta} \vec{y}_2 \cdot \vec{y}_2 \\ = -\dot{\alpha} L_1 \cos \beta + \underbrace{((L_2 + L_3) \dot{\alpha} \sin \beta \vec{z}_1 \cdot (-\sin \beta \vec{x}_1 + \cos \beta \vec{y}_1))}_{=0} + (L_2 + L_3) \dot{\beta}$$

$$\vec{V}_{D \in 3/o} \cdot \vec{y}_2 = -\dot{\alpha} L_1 \cos \beta + (L_1 + L_2) \dot{\beta}$$

$$\text{On cherche } \vec{V}_{D \in 3/Air} = \vec{V}_{D \in 3/o} + \vec{V}_{D \in o/Air} \\ = \vec{V}_{D \in 3/o} - \vec{V}_{D \in Air/o}$$

$$\text{d'où } \vec{V}_{D \in 3/Air} \cdot \vec{y}_2 = \vec{V}_{D \in 3/o} \cdot \vec{y}_2 - \vec{V}_{D \in Air/o} \cdot \vec{y}_2 \\ = -\dot{\alpha} L_1 \cos \beta + (L_1 + L_2) \dot{\beta} - V_{\text{vent}} \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_2$$

$$\vec{y}_0 \cdot \vec{y}_2 = \vec{y}_0 \cdot (-\sin \beta \vec{x}_1 + \cos \beta \vec{y}_1) \\ = (\cos \alpha \vec{y}_1 - \sin \alpha \vec{z}_1) \cdot (-\sin \beta \vec{x}_1 + \cos \beta \vec{y}_1)$$

$$= \cos \alpha \cos \beta$$

$$\vec{V}_{DE3/Air} \cdot \vec{y}_2 = -\dot{\alpha} L_1 \cos \beta + (L_1 + L_2) \dot{\beta} - V_{vent} \cos \alpha \cos \beta$$

Q9 $\beta_1 = 20^\circ$ pour la pale 1

$$\vec{V}_{DE1/Air} \cdot \vec{y}_2 = 0,1 \times 3,5 \times \cos 20 + (3,5 + 0,8) \times 43,12 - 13,9 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \cos 20$$

$$= 240,4 \text{ m/s}$$

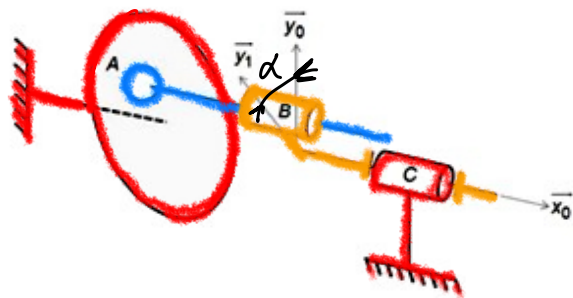
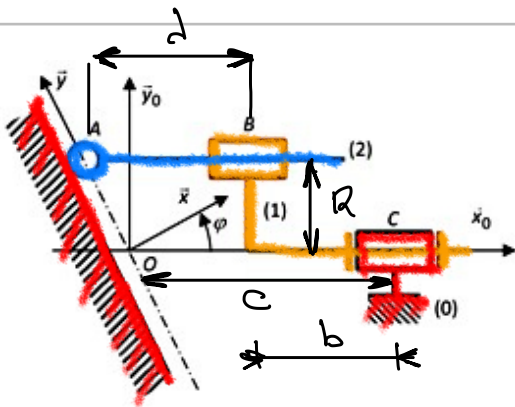
$$\beta_2 = 140^\circ \quad \vec{V}_{DE2/Air} \cdot \vec{y}_2 = 257,8 \text{ m/s} \quad \vec{V}_{DE3/Air} \cdot \vec{y}_2 = 251,7 \text{ m/s}$$

Q10:

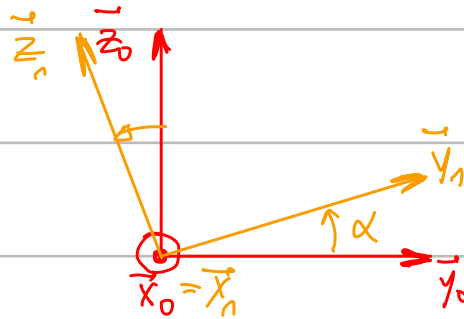
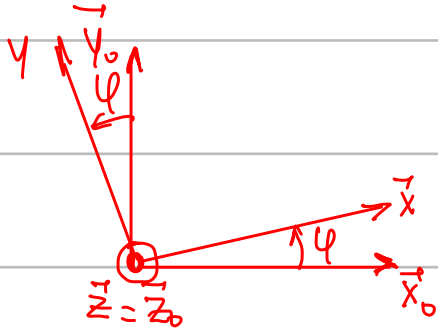
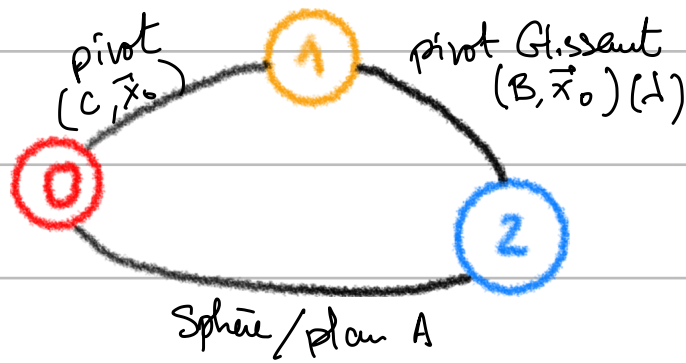
Le critère 1.2.1. du CdCF impose que la vitesse en bout de pale soit inférieure à 340 m/s (vitesse du son)
Donc pour une vitesse de vent égale à 13,9 m/s le CdCF est respecté.

Exercice 4

Q1:



Q2:



Mouvement d'entrée α (rotation du barillet)

Mouvement de sortie λ (translation du piston 2)

Il y a 2 mobilités (une mobilité interne : rotation du piston sur lui-même)
+
(la loi entrée/sortie dite mobilité utile).

Q3: Fermeture géométrique : $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CO} = \vec{0}$

$$y \vec{y}_0 + z \vec{z}_0 - \lambda \vec{x}_0 + b \vec{x}_0 - R \vec{y}_n - c \vec{x}_0 = \vec{0}$$

Q4: L'expression donne:

$$y (-\sin \varphi \vec{x}_0 + \cos \varphi \vec{y}_0) + z \vec{z}_0 - \lambda \vec{x}_0 + b \vec{x}_0 - R (\cos \alpha \vec{y}_0 + \sin \alpha \vec{z}_0) - c \vec{x}_0 = \vec{0}$$

En projection sur $\vec{x}_0$, $\vec{y}_0$ et $\vec{z}_0$ cela donne:

$$\begin{cases} -y \sin \varphi - \lambda + b - c = 0 \\ y \cos \varphi - R \cos \alpha = 0 \quad (2) \\ z - R \sin \alpha = 0 \end{cases}$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \tan \varphi = \frac{b - l - c}{R \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow R \cos \alpha \tan \varphi = b - l - c$$

$$l = b - R \cos \alpha \tan \varphi - c \quad (*)$$

$$Q = S \times V = S \times \dot{l}$$

Q5: (*) $\dot{l} = + R \dot{\alpha} \sin \alpha \tan \varphi - R \underbrace{\dot{\varphi}}_{=0} \cos \alpha (1 + \tan^2 \varphi)$

d'où $\dot{l} = R \dot{\alpha} \sin \alpha \tan \varphi$

Q6: $\left\{ V_{2/0}^{sph/plan} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^A \vec{x} + \omega_y^A \vec{y} + \omega_z^A \vec{z} \\ v_y^A \vec{y} + v_z^A \vec{z} \end{matrix} \right\}_A$

$$\left\{ V_{2/1}^{P. wt Gl. sub} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^B \vec{x}_0 \\ v_x^B \vec{x}_0 \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \right.$$

$$\left\{ V_{1/0}^{P. wt} \right\}_C = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^C \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C$$

Q7: La fermeture cinématique consiste à faire une relation de Charles sur les torseurs cinématiques écrits au même point; ce qui donne ici

$$\{V_{0/1}\}_A + \{V_{1/2}\}_A + \{V_{2/0}\}_A = \{0\}_A$$

Q8: On cherche une équation vectorielle de la fermeture cinématique qui fait intervenir $\dot{}$, c'est à dire les vitesses

on a donc: $\vec{V}_{A \in 0/1} + \vec{V}_{A \in 1/2} + \vec{V}_{A \in 2/0} = \vec{0}$

on trouve maintenant une équation scalaire, où on va chercher une composante nulle des vitesses vectorielles.

ici ce sera la composante sur $\vec{x}$ de $A \in 2/0$

$$\underbrace{\vec{V}_{A \in 2/0} \cdot \vec{x}}_{=0} + \vec{V}_{A \in 0/1} \cdot \vec{x} + \vec{V}_{A \in 1/2} \cdot \vec{x} = 0 \quad (*)$$

$$\vec{V}_{A \in 0/1} = \vec{V}_{C \in 0/1} + \vec{AC} \wedge \vec{\Omega}_{0/1}$$

$$= \vec{0} + (\vec{AB} + \vec{BC}) \wedge (-\dot{\alpha} \vec{x}_0) = [(-\lambda + b)\vec{x}_0 - R\vec{y}_1] \wedge -\dot{\alpha} \vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{A \in 0/1} = -R\vec{y}_1 \wedge -\dot{\alpha} \vec{x}_0 = R\dot{\alpha} (\cos \alpha \vec{y}_0 + \sin \alpha \vec{z}_0) \wedge \vec{x}_0$$

$$= R\dot{\alpha} (-\cos \alpha \vec{z}_0 + \sin \alpha \vec{y}_0)$$

$$= R\dot{\alpha} (\sin \alpha \vec{y}_0 - \cos \alpha \vec{z}_0)$$

$$\begin{aligned}\vec{V}_{A \in 1/2} &= \vec{V}_{B \in 1/2} + \vec{AB} \wedge \omega_x^B \vec{x}_0 = -\dot{\lambda} \vec{x}_0 + \lambda \vec{x}_0 \wedge \omega_x^B \vec{x}_0 \\ &= -\dot{\lambda} \vec{x}_0\end{aligned}$$

L'équation (*) donne $R\dot{\alpha}(\sin\alpha \vec{y}_0 - \cos\alpha \vec{z}_0) \cdot \vec{x} - \dot{\lambda} \vec{x}_0 \cdot \vec{x} = 0$

$$R\dot{\alpha}(-\cos\alpha \vec{z}_0 + \sin\alpha \vec{y}_0) \cdot (\cos\psi \vec{x}_0 + \sin\psi \vec{y}_0) - \dot{\lambda} \vec{x}_0 \cdot (\cos\psi \vec{x}_0 + \sin\psi \vec{y}_0) = 0$$

$$R\dot{\alpha} \sin\alpha \sin\psi - \dot{\lambda} \cos\psi = 0$$

$$\Rightarrow R\dot{\alpha} \sin\alpha \sin\psi = \dot{\lambda} \cos\psi$$

$$\text{d'où } \dot{\lambda} = R\dot{\alpha} \sin\alpha \tan\psi$$

Q9: $Q = S\dot{\lambda} = SR\dot{\alpha} \sin\alpha \tan\psi$

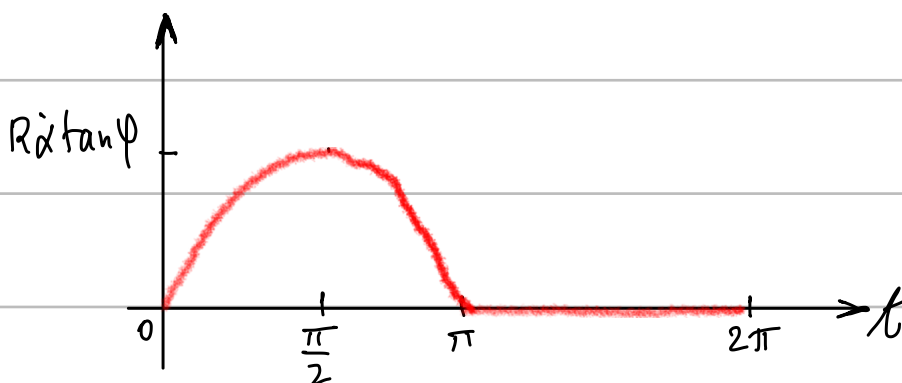
$$0 < \alpha < 180^\circ \quad \sin\alpha > 0 \quad Q > 0$$

$$180 \leq \alpha \leq 360^\circ \quad \sin\alpha \leq 0 \quad Q \leq 0 \quad (\text{aspiration } Q=0)$$

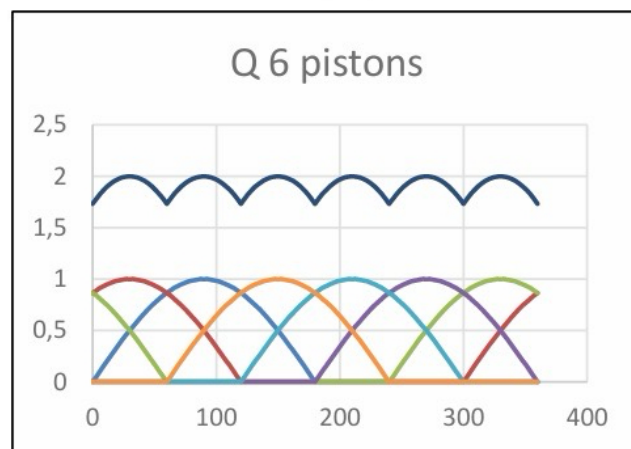
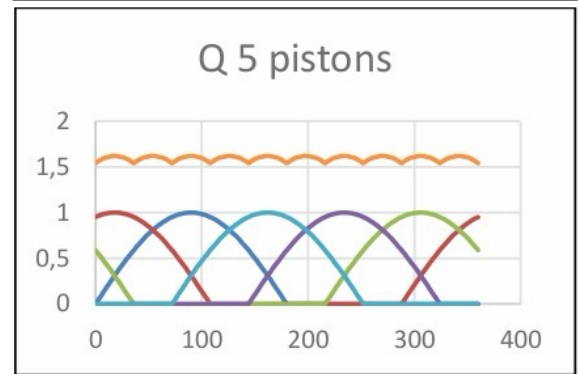
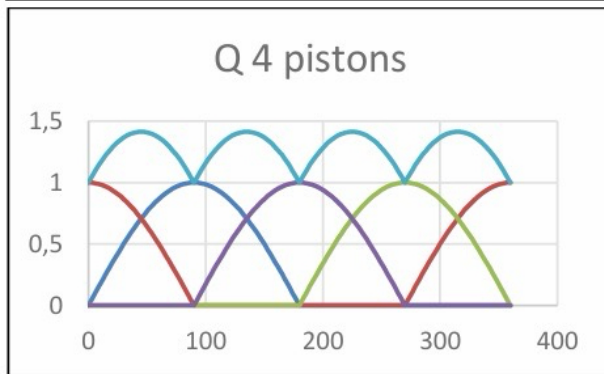
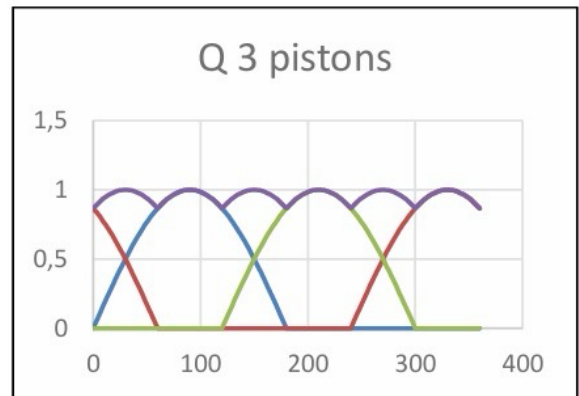
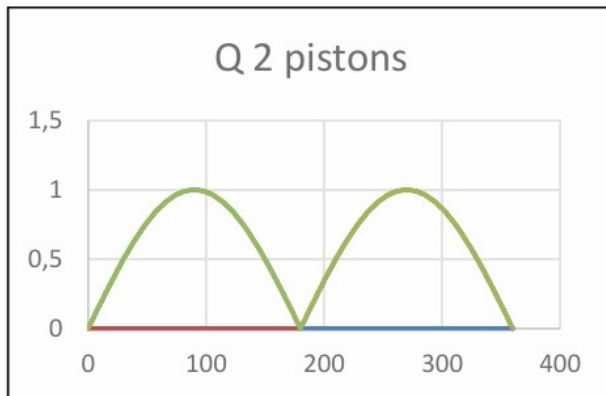
Q10: Q évolue avec ψ si $\psi = 0^\circ \quad Q = 0$

si $\psi \nearrow$ alors $Q \nearrow$ (tan est une fonction croissante entre 0 et $\frac{\pi}{2}$)

Q11 Si $\dot{\alpha} = \text{cte}$ et ψ fixé



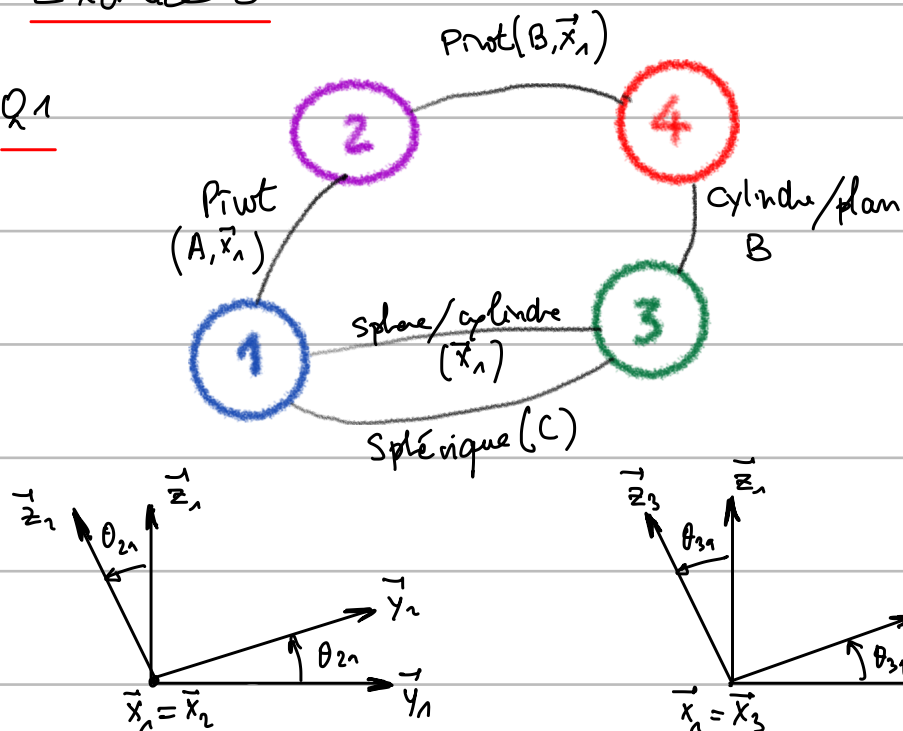
Q 12 Voici les résultats de débit pour 2, 3, 4, 5 et 6 pistons



le débit est plus faible avec 5 pistons mais plus régulier (moins de variation).

Exercice 5

Q1



Q2: Sphère/cylindre et sphérique en parallèle sont équivalentes à une liaison pivot d'axe $\vec{x}_1$ en C

Q3: $\left\{ \mathcal{V}_{3/1}^{\text{Pivot}} \right\}_C = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^B \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C \quad \left\{ \mathcal{V}_{3/4}^{\text{Cyl/plan}} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^B \vec{x}_3 + \omega_y^B \vec{y}_3 \\ v_x^B \vec{x}_3 + v_z^B \vec{z}_3 \end{matrix} \right\}_B$

$$\left\{ \mathcal{V}_{4/2}^{\text{Pivot}} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^B \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B \quad \left\{ \mathcal{V}_{2/1}^{\text{Pivot}} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^A \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$$

Q4: Il faut déjà changé le point d'application des torseurs

$$\left\{ \mathcal{V}_{3/1}^{\text{Pivot}} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}_{31} \vec{x}_1 \\ \vec{BC} \wedge \dot{\theta}_{31} \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}_{31} \vec{x}_1 \\ -(\ell \vec{x}_2 + R \vec{y}_2 + d \vec{z}_2) \wedge \dot{\theta}_{31} \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}_{31} \vec{x}_1 \\ R \dot{\theta}_{31} \vec{z}_2 - d \dot{\theta}_{31} \vec{y}_1 \end{matrix} \right\}_B$$

$$\left\{ \mathcal{V}_{3/4}^{\text{Cyl/plan}} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^B \vec{x}_3 + \omega_y^B \vec{y}_3 \\ v_x^B \vec{x}_3 + v_z^B \vec{z}_3 \end{matrix} \right\}_B \quad \left\{ \mathcal{V}_{4/2}^{\text{Pivot}} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \omega_x^B \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$$

$$\left\{ \vec{V}_{2/1} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}_{21} \vec{x}_1 \\ \vec{BA} \wedge \dot{\theta}_{21} \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}_{21} \vec{x}_1 \\ -(\ell \vec{x}_2 + R \vec{y}_2) \wedge \dot{\theta}_{21} \vec{x}_1 \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta}_{21} \vec{x}_1 \\ R \dot{\theta}_{21} \vec{z}_2 \end{matrix} \right\}_B$$

La fermeture donne $\left\{ \vec{V}_{3/1} \right\}_B = \left\{ \vec{V}_{3/4} \right\}_B + \left\{ \vec{V}_{4/2} \right\}_B + \left\{ \vec{V}_{2/1} \right\}_B$

Q5 L'équation vectorielle en vitesse donne :

$$R \dot{\theta}_{31} \vec{z}_2 - d \dot{\theta}_{31} \vec{y}_1 = V_x^B \vec{x}_3 + V_z^B \vec{z}_3 + \vec{0} + R \dot{\theta}_{21} \vec{z}_2$$

L'équation scalaire de projection sur $\vec{y}_3$ donne :

$$R \dot{\theta}_{31} \vec{z}_2 \cdot \vec{y}_3 - d \dot{\theta}_{31} \vec{y}_1 \cdot \vec{y}_3 = V_x^B \vec{x}_3 \cdot \vec{y}_3 + V_z^B \vec{z}_3 \cdot \vec{y}_3 + R \dot{\theta}_{21} \vec{z}_2 \cdot \vec{y}_3$$

$$R \dot{\theta}_{31} (-\sin \theta_{21} \vec{y}_1 + \cos \theta_{21} \vec{z}_1) \cdot (\cos \theta_{31} \vec{y}_1 + \sin \theta_{31} \vec{z}_1) - d \dot{\theta}_{31} \vec{y}_1 \cdot (\cos \theta_{31} \vec{y}_1 + \sin \theta_{31} \vec{z}_1) = R \dot{\theta}_{21} (-\sin \theta_{21} \vec{y}_1 + \cos \theta_{21} \vec{z}_1) \cdot (\cos \theta_{31} \vec{y}_1 + \sin \theta_{31} \vec{z}_1)$$

$$\text{Donne } R \dot{\theta}_{31} (-\sin \theta_{21} \cos \theta_{31} + \cos \theta_{21} \sin \theta_{31}) - d \dot{\theta}_{31} \cos \theta_{31}$$

$$= R \dot{\theta}_{21} (-\sin \theta_{21} \cos \theta_{31} + \cos \theta_{21} \sin \theta_{31})$$

$$\text{Finalement } R \dot{\theta}_{31} \cdot \sin(\theta_{31} - \theta_{21}) - d \dot{\theta}_{31} \sin \theta_{31} = R \dot{\theta}_{21} \cdot \sin(\theta_{31} - \theta_{21})$$

$$R \sin(\theta_{31} - \theta_{21}) (\dot{\theta}_{31} - \dot{\theta}_{21}) = d \dot{\theta}_{31} \cos \theta_{31} (*)$$

Q6 : En primitivant l'expression (*) on obtient :

$$-R \cos(\theta_{31} - \theta_{21}) = d \sin \theta_{31}$$

$$-R (\cos \theta_{31} \cos \theta_{21} + \sin \theta_{31} \sin \theta_{21}) = d \sin \theta_{31}$$

$$-\frac{R}{d} \left(\frac{\cos \theta_{21}}{\tan \theta_{31}} + \sin \theta_{21} \right) = 1$$

$$-\frac{\cos \theta_{21}}{\tan \theta_{31}} = \frac{d}{R} + \sin \theta_{21}$$

$$\text{d'où } \tan \theta_{31} = \frac{-\cos \theta_{21}}{\frac{d}{R} + \sin \theta_{21}}$$

$$\theta_{31} = \text{Arctan} \left(\frac{-\cos \theta_{21}}{\frac{d}{R} + \sin \theta_{21}} \right)$$

Q6:



Pour $\theta_{21} = 0^\circ$ $\theta_{31} = 55^\circ$ on cherche $\theta_{31} = f(\theta_{21})$

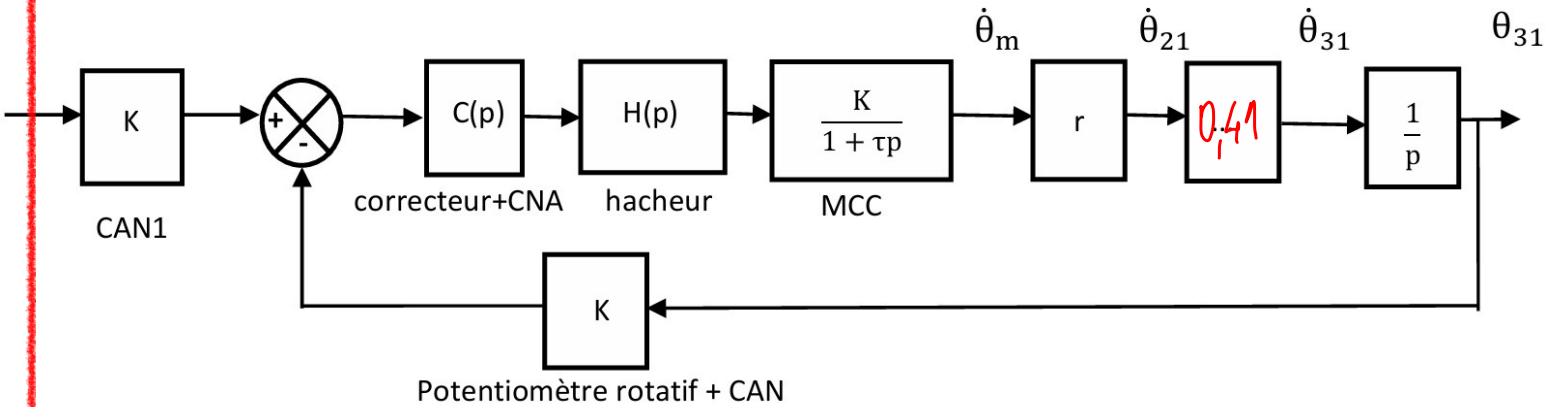
$\theta_{21} = 90^\circ$ $\theta_{31} = 92^\circ$ $\theta_{31} = a \theta_{21} + b$

$55 = b$ et $92 = a \times 90^\circ + 55$ $a = 0,41$

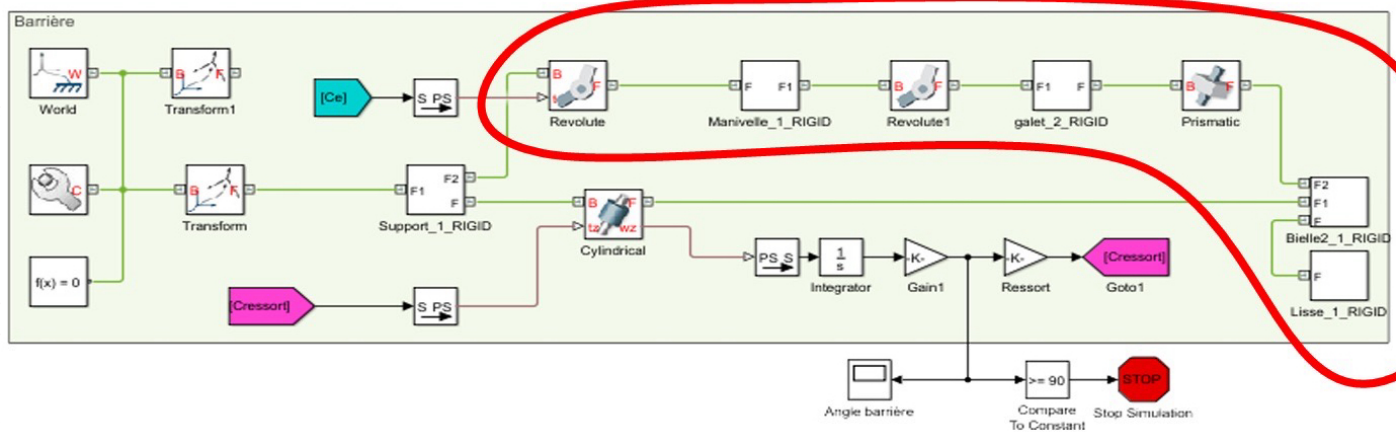
D'ou

$$\theta_{31} = 0,41 \theta_{21} + 55$$

Q7: $\theta_{31} = 0,41 \theta_{21} + 55 \Rightarrow \dot{\theta}_{31} = 0,41 \dot{\theta}_{21}$

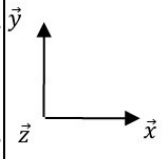
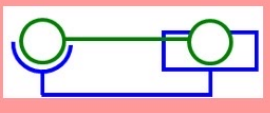
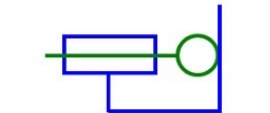
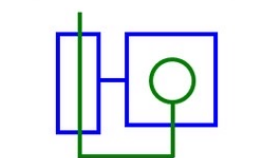
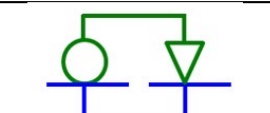
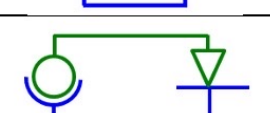
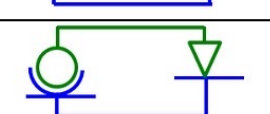
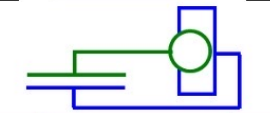


Q8:



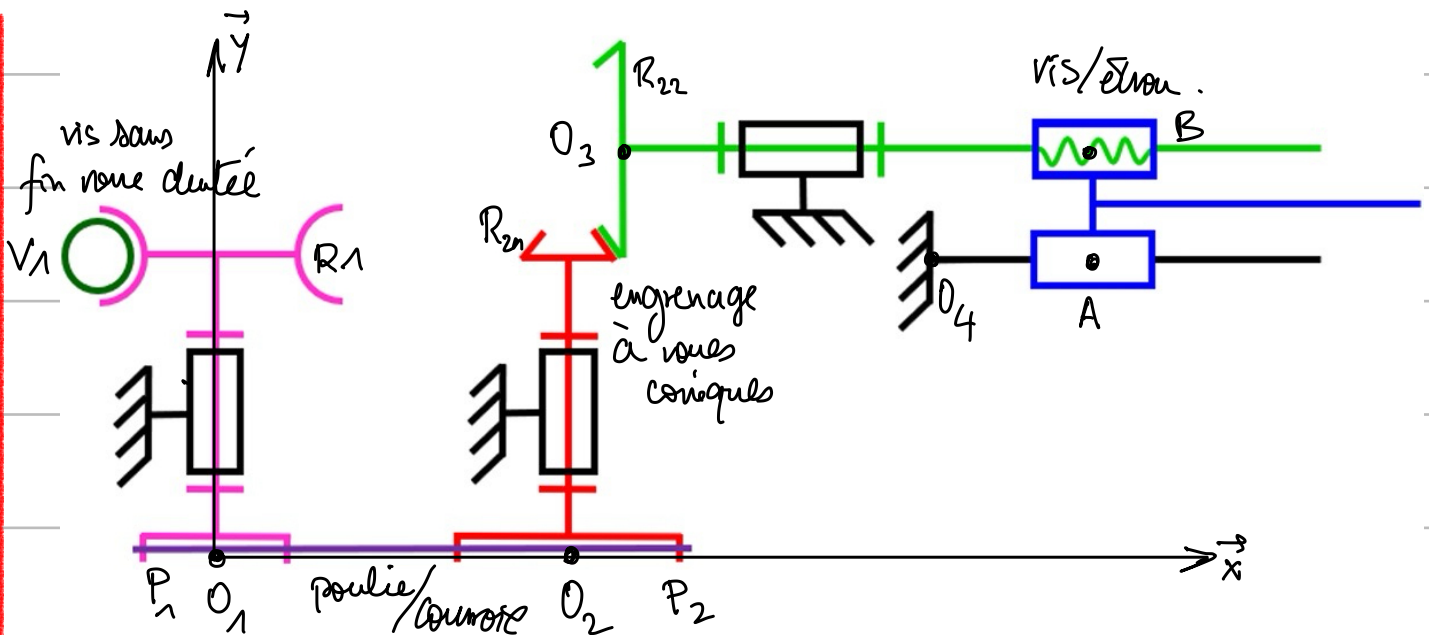
Exercice 6

Schéma	Liaison à gauche	Liaison à droite	Liaison équivalente
	Cylindre-plan d'axe $(A, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$	Sphère-plan de centre B de normale $\vec{y}$	Plane de direction $\vec{y}$
	Sphérique de centre A	Cylindre-plan d'axe $(B, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$	Pivot d'axe $(A, \vec{y})$
	Pivot glissant d'axe $(A, \vec{z})$	Sphère-plan de centre B de normale $\vec{y}$	Glissière de direction $\vec{z}$
	Plane de direction $\vec{x}$	Cylindre-plan d'axe $(B, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$	Glissière de direction $\vec{z}$

		Sphérique de centre A	Sphère-cylindre de centre B de direction $\vec{x}$	Pivot d'axe $(A, \vec{x})$
		Pivot glissant d'axe $(A, \vec{x})$	Sphère-plan de centre B de normale $\vec{x}$	Pivot d'axe $(A, \vec{x})$
		Pivot glissant d'axe $(A, \vec{y})$	Sphère-plan de centre B de normale $\vec{z}$	Glissière de direction $\vec{y}$
		Sphère-plan de centre A de normale $\vec{y}$	Cylindre-plan d'axe $(B, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$	Plane de direction $\vec{y}$
		Sphérique de centre A	Cylindre-plan d'axe $(B, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$	Pivot d'axe $(A, \vec{y})$
		Sphère-cylindre de centre A de direction $\vec{z}$	Cylindre-plan d'axe $(B, \vec{z})$ de normale $\vec{y}$	Non définie.
		Plane de direction $\vec{y}$	Sphère-cylindre de centre B de direction $\vec{y}$	Pivot d'axe $(B, \vec{y})$
		Plane de direction $\vec{x}$	Sphérique de centre B	Sphère-plan de centre B de normale $\vec{x}$

Exercice 7

Q₁



La transmission vis sans fin roue dentée est telle que n filets sont en contact avec la roue R_1 (Z_1 dents)

Poulie P_1 (Diamètre ϕ_1) Poulie P_2 (Diamètre ϕ_2)

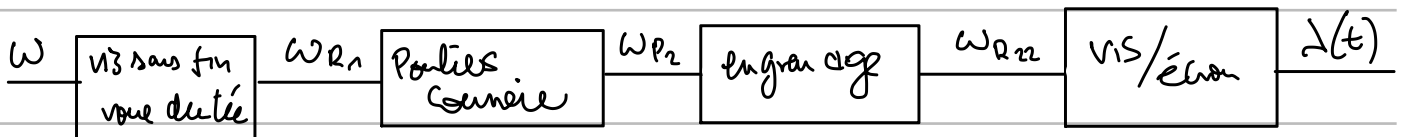
Roue R_{21} (Z_{21} dents) Roue R_{22} (Z_{22} dents)

La transmission en B vis/écrou a un pas = p .

Entrée : vis V_1 $\vec{\Omega} = \omega \vec{z}$

Sortie : déplacement du coulisseau $\vec{D_4 A} = \dot{\lambda} \vec{x}$

Q2



$$\text{on } \dot{\lambda}(t) = \frac{\omega_{R22}}{2\pi} \times p \quad \frac{\omega_{R22}}{\omega_{P2}} = \frac{Z_{21}}{Z_{22}} \quad \frac{\omega_{P2}}{\omega_{R1}} = \frac{\phi_1}{\phi_2}$$

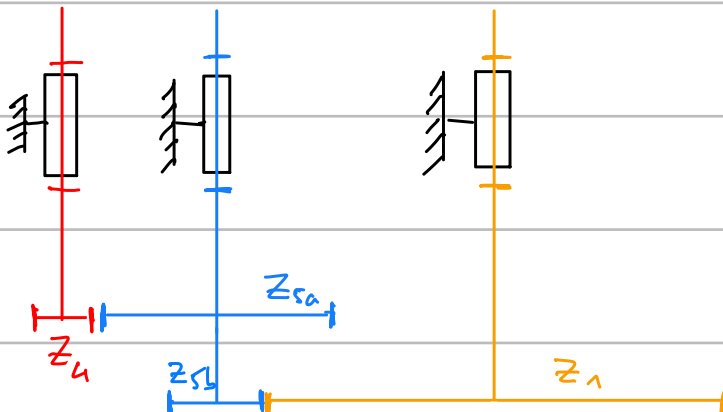
$$\frac{\omega_{R1}}{\omega} = \frac{n}{Z_1}$$

$$\text{Ce qui donne } \dot{\lambda}(t) = \frac{p}{2\pi} \times \frac{Z_{21}}{Z_{22}} \times \frac{\phi_1}{\phi_2} \times \frac{n}{Z_1} \omega$$

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{p \cdot Z_{21} \cdot \phi_1 \cdot n}{2\pi \cdot Z_{22} \cdot \phi_2 \cdot Z_1} \omega$$

Exercice 8

Q1:



Q2:

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = (-1)^2 \times \frac{z_4 \times z_{5b}}{z_{5a} \times z_1}$$

A.N.

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{17 \times 17}{57 \times 68} = 0,074$$

FIN