

## Correction TD dynamique

### manipulateur FESTO

Q1: Les plans  $(y, z)$  et  $(x, z)$  sont des plans de symétrie  
on nous dit par ailleurs qu'il y a une symétrie  
de révolution autour de l'axe, donc

$$I(G_5, S) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{B_5}$$

Q2:  $\vec{\sigma}(O_2, S/O) = \frac{d}{dt}(\vec{\sigma}(O_2, S/O)) + m_5 \vec{V}(O_2, S/O) \wedge \vec{V}(G_5, S/O)$

or  $\vec{V}(O_2, S/O) = \vec{V}(O_2, S/4) + \vec{V}(O_2, 4/3) + \vec{V}(O_2, 3/O)$

$\vec{V}(O_2, S/4) = \vec{0}$

$$\vec{V}(O_2, 4/3) = \vec{V}(G_4, 4/3) + \vec{D_2 G_4} \wedge \vec{\Omega_{4/3}}$$

$\vec{V}(G_4, 4/3) = \vec{0}$

$$= V_z \vec{z}$$

$$\vec{V}(O_2, 3/O) = V_x \vec{x}$$

$$\vec{V}(O_2, S/O) = (V_x \vec{x} + V_z \vec{z}) = \vec{0}$$

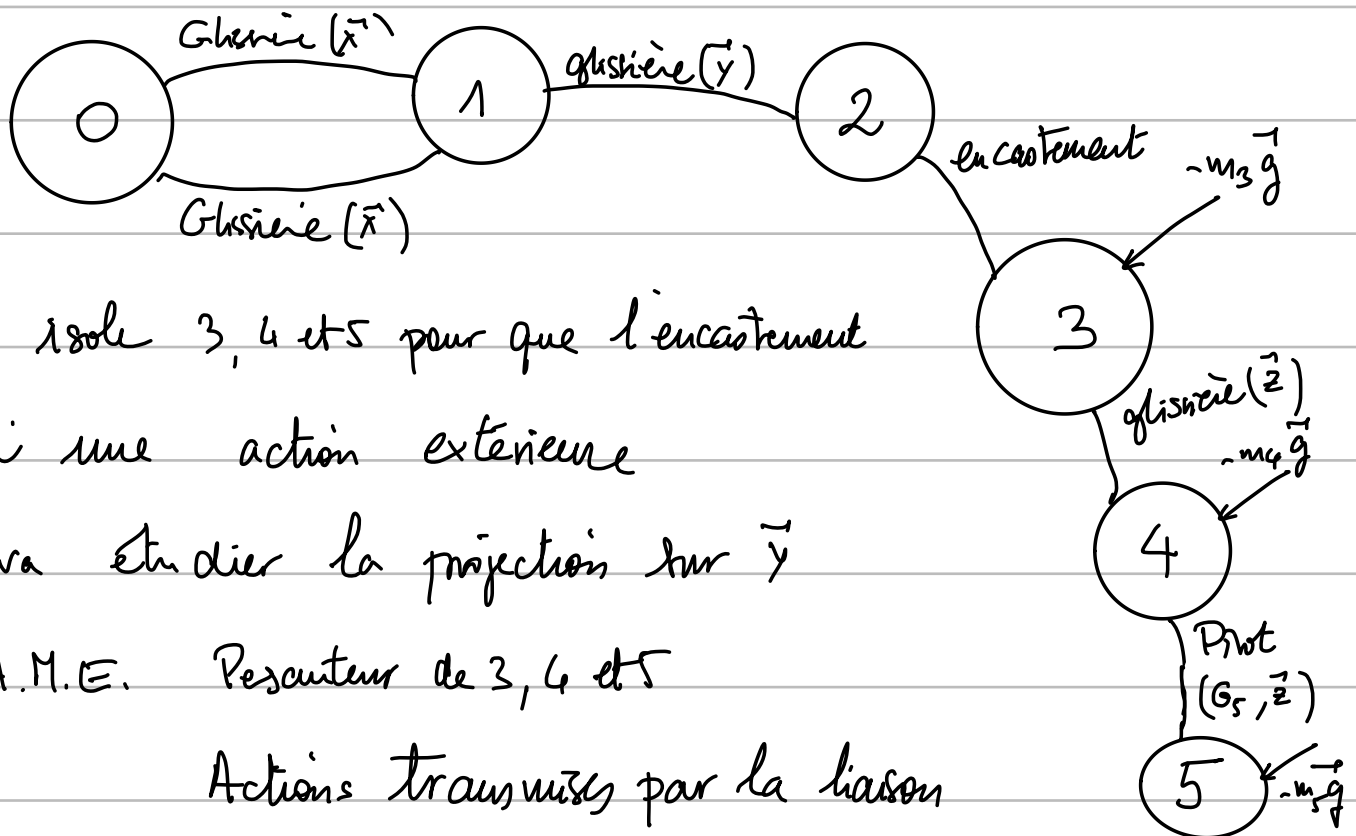
$$\vec{\sigma}(O_2, S/O) = \vec{\sigma}(G_5, S/O) + \vec{D_2 G_5} \wedge m_5 \vec{V}(G_5, S/O)$$
$$= C \cdot \omega_z \vec{z} + (x_5 \vec{x} + z_5 \vec{z}) \wedge m_5 (V_x \vec{x} + V_z \vec{z})$$

$$\vec{\sigma}(O_2, S/O) = C \cdot \omega_z \vec{z} + \left( z_s v_x \vec{y} - x_s v_z \vec{y} \right) m_s$$

$$\frac{d\vec{\sigma}(O_2, S/O)}{dt} = C \cdot \frac{d\omega_z}{dt} \vec{z} + \left( z_s \frac{dv_x}{dt} \vec{y} - x_s \frac{dv_z}{dt} \vec{y} \right) m_s$$

d'où  $\vec{\sigma}(O_2, S/O) \cdot \vec{y} = \left( z_s \frac{dv_x}{dt} - x_s \frac{dv_z}{dt} \right) m_s$

Q3: On applique le théorème du moment dynamique



On isole 3, 4 et 5 pour que l'encastrement  
ait une action extérieure  
on va étudier la projection sur  $\vec{y}$

B.A.M.E. Pesanteur de 3, 4 et 5

Actions transmises par la liaison  
encastrement.

$$\vec{\sigma}(O_2, S+4+3/O) = M_{23} \vec{y} + \vec{M}(O_2, -m_3\vec{g}) + \vec{M}(O_2, -m_4\vec{g}) + \vec{M}(O_2, -m_5\vec{g})$$

$$\text{on a } \vec{S}(O_2, (5+4+3)/0) = \underbrace{\vec{S}(O_2, 5/0)}_{\text{Comm}} + \vec{S}(O_2, 4/0) + \vec{S}(O_2, 3/0)$$

$$\vec{S}(O_2, 4/0) = \frac{d}{dt} \left( \vec{S}(O_2, 4/0) \right) + m_4 \underbrace{\vec{V}(O_2, 4/0) \wedge \vec{V}(G_4, 4/0)}_{=\vec{0}}$$

$$= \frac{d}{dt} \left( \underbrace{\vec{S}(G_4, 4/0)}_{\vec{0}} + \vec{O_2 G_4} \wedge m_4 \vec{V}(G_4, 4/0) \right)$$

$$= \frac{d}{dt} \left[ (x_4 \vec{x} + z_4 \vec{z}) \wedge m_4 (V_x \vec{x} + V_z \vec{z}) \right] m_4$$

$$= \left( z_4 \frac{dV_x}{dt} \vec{y} - x_4 \frac{dV_z}{dt} \vec{y} \right) m_4$$

$$\vec{S}(O_2, 3/0) = \frac{d}{dt} \left( \vec{S}(O_2, 3/0) \right) + m_3 \underbrace{\vec{V}(O_2, 4/0) \wedge \vec{V}(G_3, 4/0)}_{=\vec{0}}$$

$$= \frac{d}{dt} \left( \underbrace{\vec{S}(G_3, 3/0)}_{\vec{0}} + \vec{O_2 G_3} \wedge m_3 \vec{V}(G_3, 3/0) \right)$$

$$= \frac{d}{dt} \left( m_3 (x_3 \vec{x} + z_3 \vec{z}) \wedge V_x \vec{x} \right)$$

$$= m_3 z_3 \frac{dV_x}{dt} \vec{y}$$

d'où l'équation scalaire :

$$m_5 \left( z_5 \frac{dV_x}{dt} - x_5 \frac{dV_z}{dt} \right) + m_4 \left( z_4 \frac{dV_x}{dt} - x_4 \frac{dV_z}{dt} \right) + m_3 z_3 \frac{dV_x}{dt} =$$

$$M_{32} + \vec{O_2 G_3} \wedge -m_3 \vec{g} + \vec{O_2 G_4} \wedge -m_4 \vec{g} + \vec{O_2 G_5} \wedge -m_5 \vec{g}$$

$$= M_{23} + x_3 m_3 g + x_4 m_4 g + x_5 m_5 g$$

$$M_{32} = q (x_3 m_3 + x_4 m_4 + x_5 m_5) - m_3 z_3 \frac{dV_x}{dt} - m_4 \left( z_4 \frac{dV_x}{dt} - x_4 \frac{dV_z}{dt} \right) - m_5 \left( z_5 \frac{dV_x}{dt} - x_5 \frac{dV_z}{dt} \right)$$

Q4: La valeur la plus contraignante de  $M_{32}$  est celle qui a la valeur absolue la plus grande, c'est à dire  $2,1 \text{ N.m} = |-2,1 \text{ N.m}|$ , dans ce cas  $\frac{dV_z}{dt} = 10 \text{ m/s}^2$  et  $\frac{dV_x}{dt} = -10 \text{ m/s}^2$

Q5 On cherche à déterminer le facteur de charge  
on a  $L_{32} = 0$   $N_{32} = 0$  et  $|M_{32}| = 2,1 \text{ N.m}$

il reste à déterminer  $z_{32}$

on isole  $\{3,4,5\}$  et on applique le TRD sur  $\vec{z}$

$$-(m_3 + m_4 + m_5)g + z_{23} = (m_4 + m_5) \frac{dV_z}{dt}$$

$$\text{d'où } z_{32} = -z_{23} = -(m_3 + m_4 + m_5)g - (m_4 + m_5) \frac{dV_z}{dt}$$

$$|z_{32}| < (m_3 + m_4 + m_5) \left( g + \frac{dV_z}{dt} \right) = 1 \times 20 = 20 \text{ N}$$

$$f = \frac{20}{100} + \frac{2,1}{67} = 0,23 < 1 \quad \text{OK} \quad \text{☺}$$