

Correction du DS 4 du 21 Janvier 2026

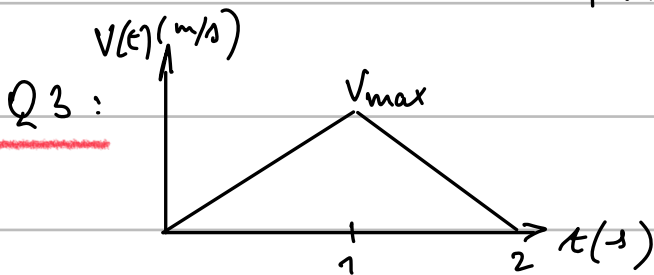
Q1: Dans la phase d'accélération $v(t) = \int_0^t a(h) dh$

$$v(t) = a_c \times t$$

Q2: $V_{\max} = a_c \times 1 = 0,3g = 2,94 \text{ m/s}$

on a bien une vitesse $< 3 \text{ m.s}^{-1}$

imposée par l'exigence 1.1.2.



$$x_{\max} = \int_0^2 v(t) dt$$
$$= \frac{V_{\max} \times 1}{2} \times 2 = V_{\max} \times 1$$

$$x_{\max} = V_{\max}$$

A.N. $x_{\max} = 2,94 \text{ m} < 4,5 \text{ m}$

Q4: On isole le sled, les actions extérieures sont:

$$Y_A \vec{Y}_0, Y_B \vec{Y}_0, R \vec{X}_0 \text{ et } -m_s g \vec{Y}_0$$

Q5: $\vec{\delta}(G_s, S/s_0) = \frac{d}{dt} \vec{\sigma}(G_s, S/s_0) + m_s \underbrace{\vec{V}_{G_s} \wedge \vec{V}_{G_s}}_{=\vec{0}}$

$$\vec{\sigma}(G_s, S/s_0) = \underbrace{\vec{I}}_{=\vec{0}} \cdot \underbrace{\vec{\Omega}_{S/s_0}}_{=\vec{0}} + m \underbrace{\vec{G}_s \vec{G}_s \wedge \vec{V}_{G_s}}_{=\vec{0}}$$

d'où $\vec{\delta}(G_s, S/s_0) = \vec{0}$

en appliquant le théorème de Varignon, on obtient:

$$\vec{\delta}(A, S/S_0) = \vec{\delta}(G_s, S/S_0) + \overrightarrow{AG_s} \wedge m_s \vec{a}_c = \left(\frac{L}{2} \vec{x}_0 + h \vec{y}_0 \right) \wedge (m_s a_c \vec{x}_0)$$

$$\vec{\delta}(A, S/S_0) = -m_s a_c h \vec{z}_0$$

Q6: On applique le TMD au SLED au point A:

$$\vec{\delta}(A, S/S_0) = \sum \vec{M}_{A, \vec{F}_{ext}/S} = (-m_s g \frac{L}{2} + Y_B L - R d) \vec{z}_0$$

il vient en projection sur $\vec{z}_0$:

$$-m_s a_c h = -m_s g \frac{L}{2} + Y_B L - R d$$

$$\text{d'où } Y_B = \frac{m_s (g \frac{L}{2} - a_c h) + R d}{L}$$

Q7: Pour qu'il n'y ait pas de basculement $Y_B > 0$

à la limite du basculement $Y_B = 0$

$$m_s (g \frac{L}{2} - a_c h) + R d = 0$$

Q8 en isolant le SLED et en appliquant le théorème de la résultante statique projetée sur $\vec{x}_0$ cela donne:

$$m_s a_c = R$$

Q9: $m_s g \frac{L}{2} - m_s a_c h + m_s a_c d = 0$

$$\Rightarrow L_{\min} = \frac{2 a_c (h - d)}{g} \quad \text{A.N. } L = \frac{2 \times 0,3 \cancel{g} (1,1 - 0,22)}{\cancel{g}}$$

Q10:

$$L_{\min} = 0,528 \text{ m}$$

cette valeur ne dépend pas de m_s

Q11:

Q12: Avec L de l'ordre de $0,5 \text{ m}$ le SLED sera nécessairement
plus long que $4,5 \text{ m}$
 $+ x_{\max} = 2,94 + 0,5 = 3,44 \text{ m}$

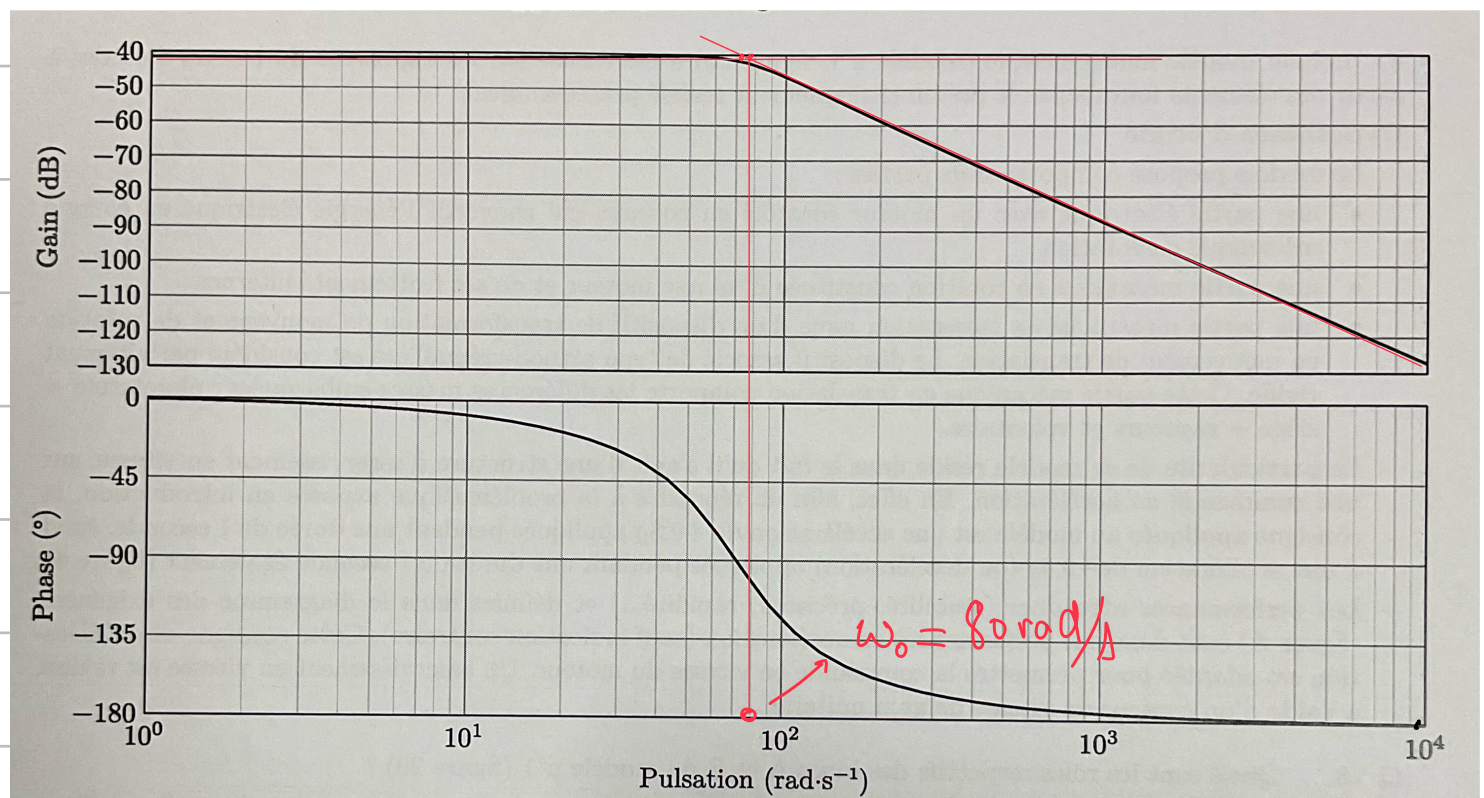
Q13: A est un bloc intégrateur

B est un bloc dérivateur

Q14: $H_{acc}(p) = \frac{\text{assimilée}}{\text{a consigne}} = p \times \frac{1}{p} \times \frac{H_{cd}}{1 + H_{cd}} = \cancel{p} \times \cancel{\frac{1}{p}} \times H_{BF}$

$$\Rightarrow H_{acc}(p) = H_{BF}(p)$$

Q15:



On constate que G_{dB} n'est jamais à 0 dB la marge de phase est donc très grande, de plus -180° est une valeur asymptotique

pour η et donc $MG_{dB} \rightarrow +\infty$, les marges de l'exigence

1.1.1.1.1. sont largement vérifiées.

Q16 : On lit un gain de -42 dB pour les basses pulsations

ce qui donne $20 \log(K_{B_0}) = -42$ $K_{B_0} = 10^{-\frac{42}{20}} = 10^{-2.1}$

$$K_{B_0} = 7,9 \times 10^{-3}$$

on déduit également $\omega_0 = 80 \text{ rad/s}$

$$\text{on sait que } 1,1 = 20 \log \left(\frac{K_{B_0}}{2\eta \sqrt{1-\eta^2}} \right) - 20 \log K_{B_0}$$

$$\text{d'où } \frac{1}{2\eta \sqrt{1-\eta^2}} = 10^{1,1/20} = 1,135$$

$$\text{ce qui donne } 2\eta \sqrt{1-\eta^2} = 10^{-1,1/20}$$

$$4\eta^2(1-\eta^2) = (0,881)^2 = 0,776$$

$$x = \eta^2 \quad 4x(1-x) = 0,776 \Rightarrow 4x^2 - 4x + 0,776 = 0$$

$$\Delta = 16 - 4 \times 4 \times 0,776 = 3,584 \quad \sqrt{\Delta} = 1,893$$

$$x_1 = \frac{4 + 1,893}{8}$$

$$= 0,737$$

$$= 0,858$$

$$x_2 = \frac{4 - 1,893}{8}$$

$$= 0,263 \Rightarrow \eta_2 = 0,513$$

il y a résonance on retient

$$\eta_B = 0,513$$

$$Q17: H_{BF} = \frac{H_{B0}}{1 + H_{B0}} = \frac{\frac{K_{B0}}{1 + \frac{2\zeta_{B0}}{\omega_{B0}}p + \frac{p^2}{\omega_{B0}^2}}}{1 + \frac{K_{B0}}{1 + \frac{2\zeta_{B0}}{\omega_{B0}}p + \frac{1}{\omega_{B0}^2}p^2}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{K_{B0}}{1 + \frac{2\zeta_{B0}}{\omega_{B0}}p + \frac{p^2}{\omega_{B0}^2} + K_{B0}}$$

$$= \frac{\frac{K_{B0}}{1 + K_{B0}}}{1 + \frac{2\zeta_{B0}}{(1 + K_{B0})\omega_{B0}}p + \frac{p^2}{(1 + K_{B0})\omega_{B0}^2}}$$

$$K_{BF} = \frac{K_{B0}}{1 + K_{B0}} \quad \zeta_{BF} = \frac{\zeta_{B0}}{\sqrt{1 + K_{B0}}} \quad \omega_{0BF} = \omega_0 \sqrt{1 + K_{B0}}$$

Q18: Pour $z=0,5$ $D_{1\%} = 17\% < 20\%$ 😊

Q19: Pour une entrée en échelon

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_d(t) = \lim_{p \rightarrow 0} (a_{consigne} - a_{simulée}) = p \left(\frac{0,3g}{p} - \frac{0,3g}{p} \times \frac{K_{BF}}{1 + \frac{2\zeta_{BF}}{\omega_{BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{BF}^2}} \right)$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} 0,3g \left(\frac{1 + \frac{2\zeta_{BF}}{\omega_{BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{BF}^2}}{1 + \frac{2\zeta_{BF}}{\omega_{BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{BF}^2}} - K_{BF} \right) = 0,3g(1 - K_{BF})$$

$$= 0,3g \left(1 - \frac{K_{B0}}{1 + K_{B0}} \right) = 0,3g \times \frac{1}{1 + K_{B0}} = \varepsilon_{acc}$$

A.N. $\varepsilon_{acc} = 0,3 \times 9,81 \times \frac{1}{1 + 7,9 \times 10^{-3}} = 2,92 \text{ m/s}^2$

Q20: erreur relative $\varepsilon_{acc}\% =$
erreur très importante!

$$\frac{\varepsilon_{acc}}{0,3g} = \frac{1}{1+K_{B0}} = 99\%$$

Q21: Avec l'ajout d'un correcteur proportionnel $K_{Corr.gain\text{pur}}$.

$$\text{L'erreur devient } \varepsilon_{acc\text{ corr}} = 0,3g \left(1 - \frac{K_{B0} K_{Corr}}{1 + K_{B0} K_{Corr}} \right)$$

$$\varepsilon_{acc\text{ corr}} = 0,3g \frac{1}{1 + K_{B0} K_{Corr}} < 0,3g \frac{1}{1 + K_{B0}}$$

Si $K_{Corr.gain\text{pur}} > 1$

Q22: $\varepsilon_{acc\text{ corr}}\% = \frac{1}{1 + K_{B0} K_{Corr}} = 0,1 \Rightarrow 1 = 0,1 + 0,1 K_{B0} K_{Corr}$

$$K_{Corr.gain\text{pur}} = \frac{0,9}{0,1 \times K_{B0}} = 1139$$

Q23: Alors $\xi_{BF} = \frac{\xi_{B0}}{\sqrt{1 + K_{B0} K_{Corr}}} \quad \text{A.N.} \quad \frac{0,5}{\sqrt{1 + K_{B0} K_{Corr.gain\text{pur}}}}$

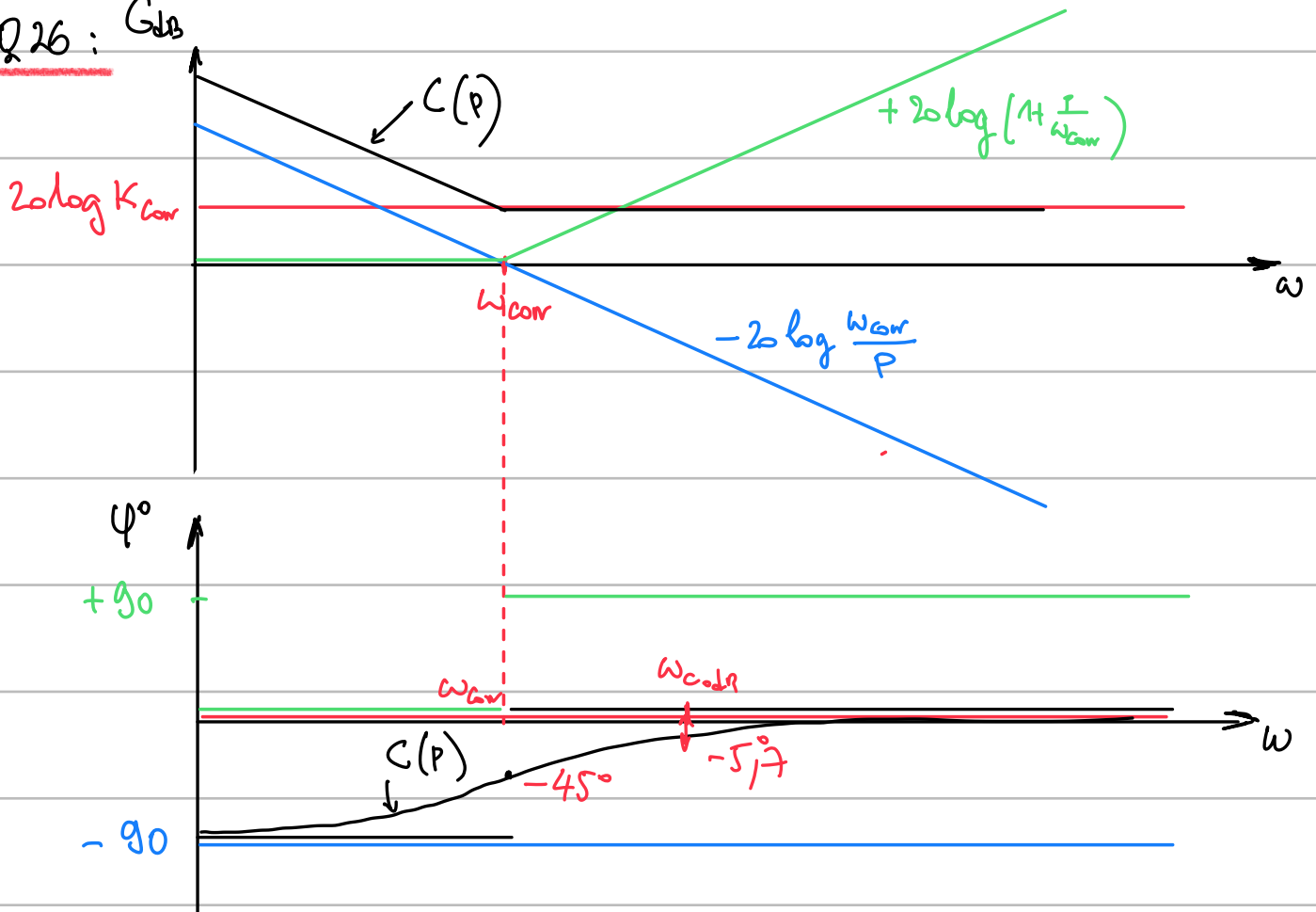
Q24: $\xi'_{BF} = \frac{0,5}{\sqrt{10}} = 0,158 \Rightarrow D_{1\%} = 55\% \text{ } \textcircled{\text{frown}}$

Plus $K_{Corr.gain\text{pur}}$ est grand plus ξ'_{BF} est petit et donc plus le $D_{1\%}$ est grand et ne respecte pas l'exigence 11721.

Q25: Le correcteur proportionnel permet de valider l'exigence de précision, mais crée de l'instabilité avec un très grand dépassement $\rightarrow$ le PI s'impose pour assurer la précision sans

affecter de trop la stabilité.

Q26: G_{dB}



Q27: $MP = \Phi(H_{Bo}(\omega_{cbo})) - (-180)$

d'où $\Phi(H_{Bo}(\omega_{cbo})) = MP - 180^\circ$

Q28: $\Phi(H_{Bo}(\omega_{codb})) = \Phi(H_{Bone}(\omega_{codb})) + \Phi\left(K_{cor} \frac{1 + T_{cor}j\omega_{codb}}{T_{cor}j\omega_{codb}}\right)$

$\Phi(H_{Bo}(\omega_{codb})) = \Phi(H_{Bone}(\omega_{codb})) + \text{Arctan}(T_{cor}\omega_{codb}) - 90^\circ$

Q29: $MP - 180^\circ = \Phi(H_{Bone}(\omega_{codb})) + \text{Arctan}(T_{cor}\omega_{codb}) - 90^\circ$

d'où $\Phi(H_{Bone}(\omega_{codb})) = MP - \text{Arctan}(T_{cor}\omega_{codb}) - 90^\circ$

Q30: On choisit ω_{cor} telle que la phase du système corrigé ne soit pas affectée de plus que 6°

Q31: On prend dans ce mode de réglage

$$\omega_{\text{cor}} = \frac{\omega_{\text{codb}}}{10} \text{ alors pour cette valeur le correcteur}$$

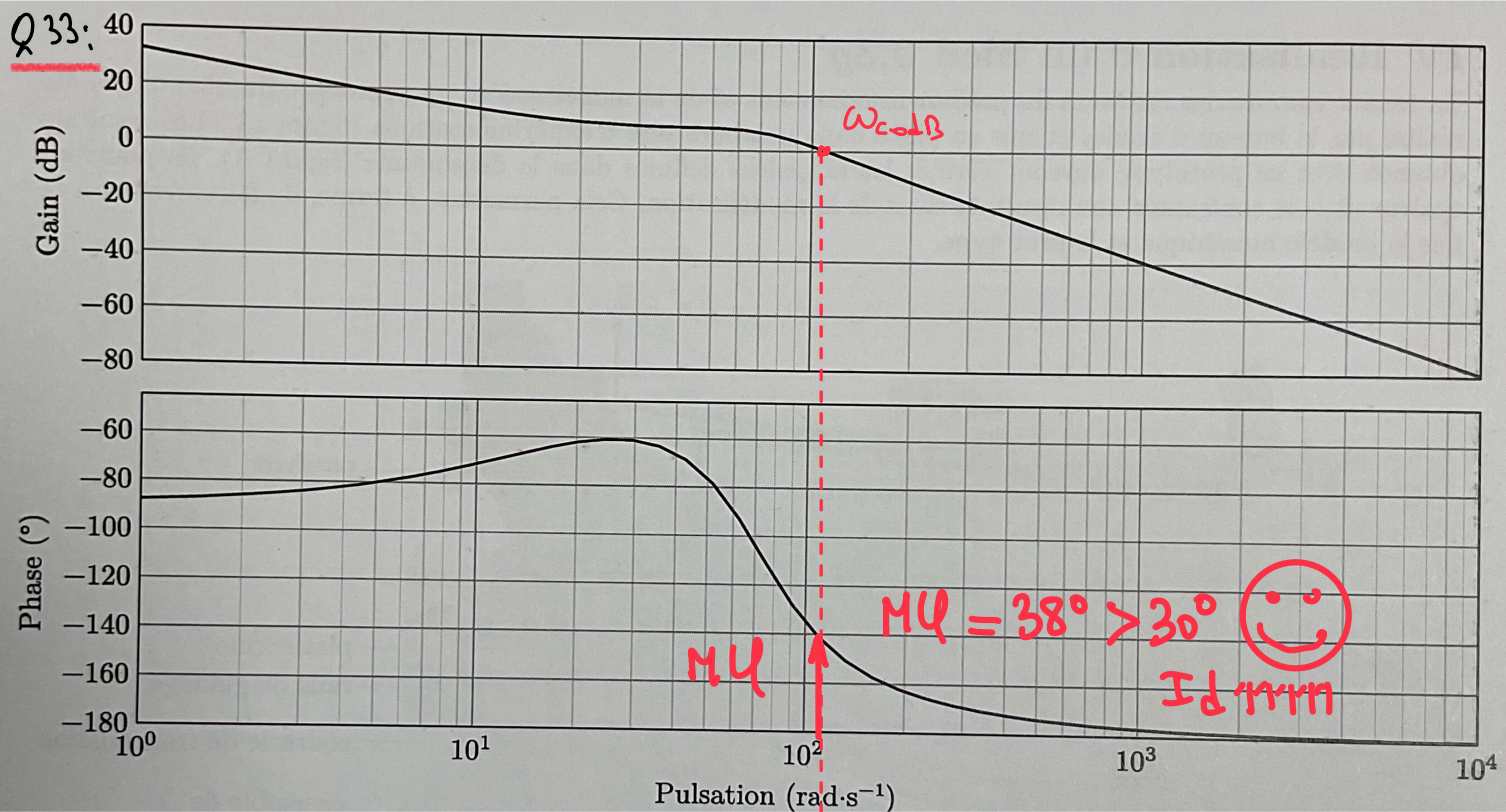
vaut

$$K_{\text{cor}} \left(\frac{1 + \frac{j\omega_{\text{codb}}}{\omega_{\text{codb}}/10}}{\frac{j\omega_{\text{codb}}}{\omega_{\text{codb}}/10}} \right) = K_{\text{cor}} \left(\frac{1 + 10j}{10j} \right)$$

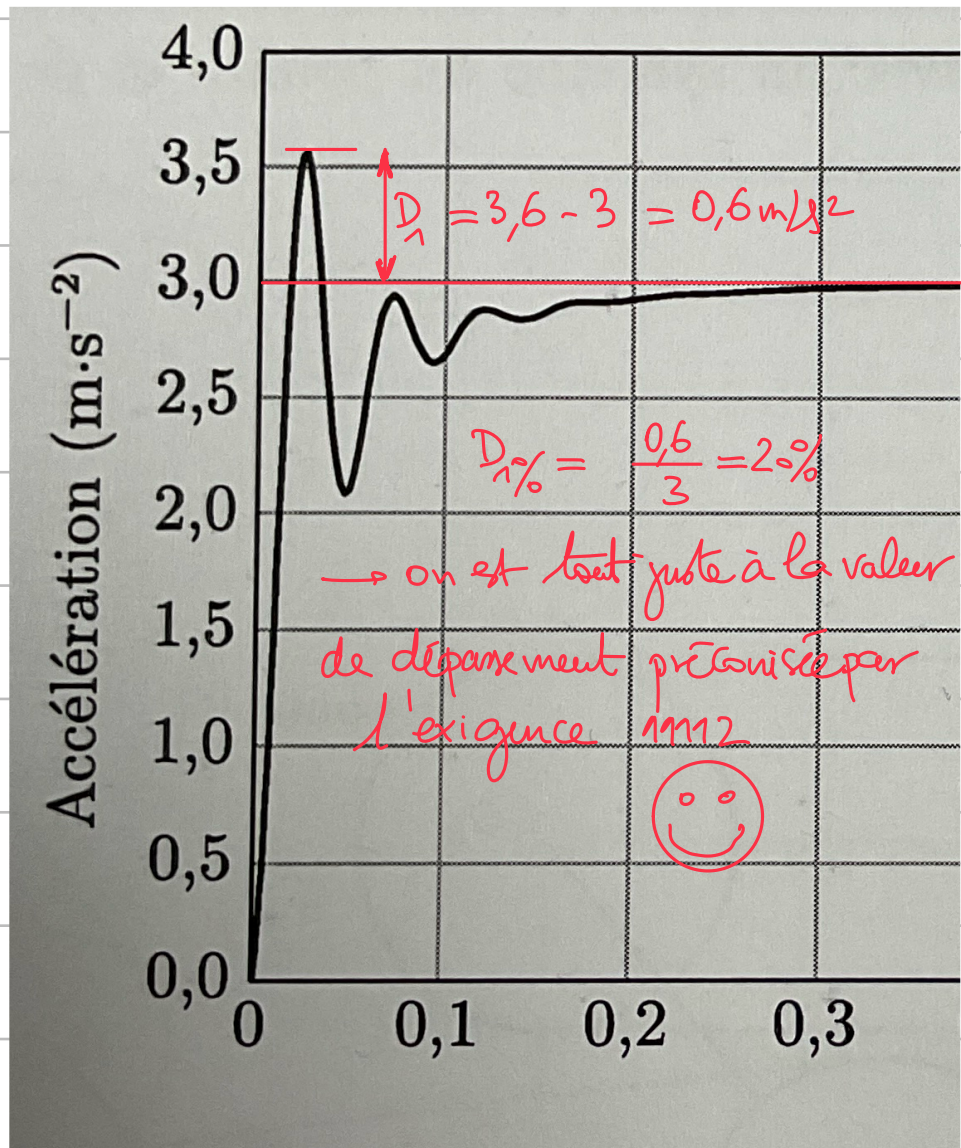
La phase générée par le correcteur est donc

$$\phi = \text{Arctan}(10) - 90^\circ = -5,7^\circ$$

Q32: Ces $-5,7^\circ$ vont affecter la marge de phase, c'est pour cela qu'il faudra user une marge de phase égale à $30^\circ + 5,7^\circ$.



Q34: Détermination du premier dépassement.



Q35: On a une erreur de $|0,3g - 3| = 0,057 \text{ m/s}^2$

ce qui donne une erreur relative de

$$\frac{0,057}{0,3g} = \underline{2\%} < \underline{10\%}$$

Exigence 11121

Q36: on a $\frac{w_1(t)}{w_2(t)} = \frac{D_2}{D_1}$ A.N. $k = \frac{100}{35} = \underline{2,86}$

Q37: on a $v(t) = -\frac{D_3}{2} \omega_2(t) = -\frac{D_3}{2k} \omega_1(t) = v(t)$

A.N. $v(t) = -\frac{0,1}{2 \times 2,86} \times \omega_1(t) = 1,75 \times 10^{-2} \omega(t) \text{ [m/s]}$

On suppose qu'il n'y a pas de glissement entre les courroies et les poulies.

Q38: $E_c(P_1/S_0) = \frac{1}{2} J_{P_1} \omega_1^2$

$E_c(P_2/S_0) = \frac{1}{2} J_{P_2} \omega_2^2 = \frac{1}{2} J_{P_2} \times \frac{\omega_1^2}{k^2}$

$E_c(S/S_0) = \frac{1}{2} m_s v^2 = \frac{1}{2} m_s \frac{D_3^2}{4k^2} \omega_1^2$

Q39: $E_{c_{\text{totale}}} = E_c(P_1/S_0) + E_c(P_2/S_0) + E_c(S/S_0)$
 $= \frac{1}{2} \left(J_{P_1} + \frac{J_{P_2}}{k^2} + m_s \frac{D_3^2}{4k^2} \right) \omega_1^2$

or $D_3 = D_2 = k D_1 \quad D_3^2 = k^2 D_1^2$

d'où $E_{c_{\text{totale}}} = \frac{1}{2} \underbrace{\left(J_{P_1} + \frac{J_{P_2}}{k^2} + m_s \frac{D_1^2}{4} \right)}_{J_{\text{eq}}} \omega_1^2$

Q40: On isole l'ensemble P_1, P_2 et S , les puissances intérieures sont nulles si on considère les liaisons parfaites + la puissance dissipée dans les frottements $= -(1-\eta) P_{\text{stat} \rightarrow \text{moteur}}$

Les puissances extérieures sont dues au poids (qui n'absorbe pas de puissance puisque $\vec{v}(t) \perp \vec{P}$) et la puissance fournie par le moteur

en appliquant le théorème de l'énergie cinétique on obtient:

$$\frac{d}{dt} E_c = P_{int} + P_{ext}$$

J_{eq} ne dépend pas du temps donc :

$$\frac{d}{dt}(E_c) = \frac{1}{2} \times 2 \times J_{eq} \times \dot{\omega}_1 \times \omega_1 = -(1-\eta) P_{stator} + P_{stator}$$

$$J_{eq} \times \dot{\omega}_1 \times \cancel{\omega_1} = \eta P_{stator} = \eta C_m \times \cancel{\omega_1}$$

$$\text{d'où } C_m = \frac{J_{eq} \dot{\omega}_1}{\eta}$$

Q41:

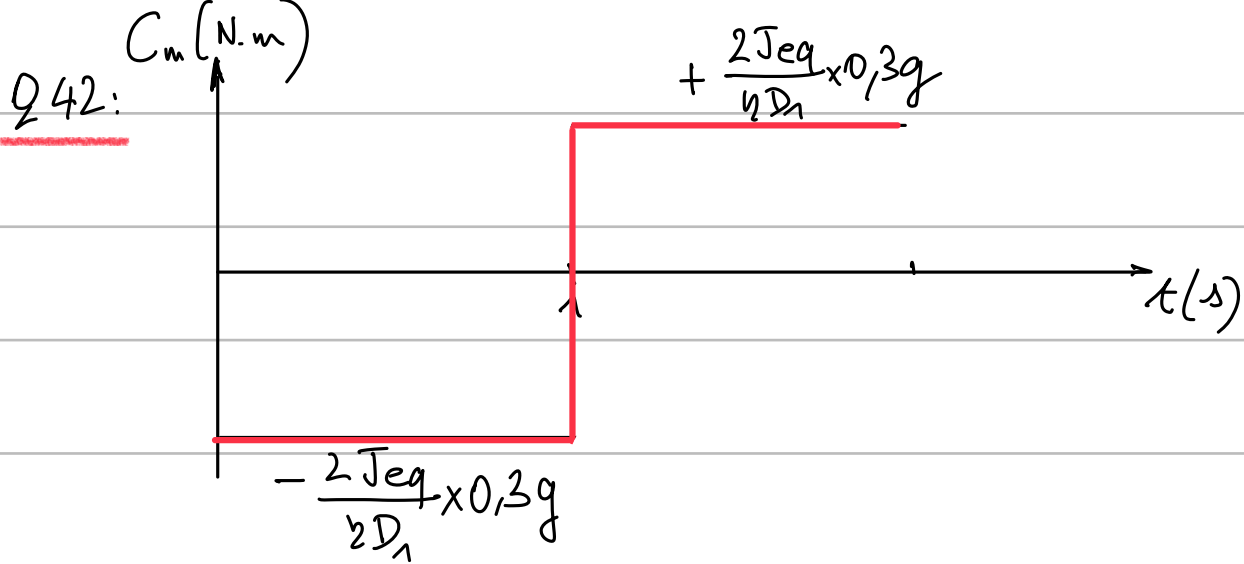
$$\text{on a vu que } v(t) = -\frac{D_3}{2k} \omega_1 \text{ et } D_3 = k D_1$$

$$\text{d'où } v(t) = -\frac{D_1}{2} \omega_1$$

$$\text{alors } \omega_1 = \frac{-2v(t)}{D_1}$$

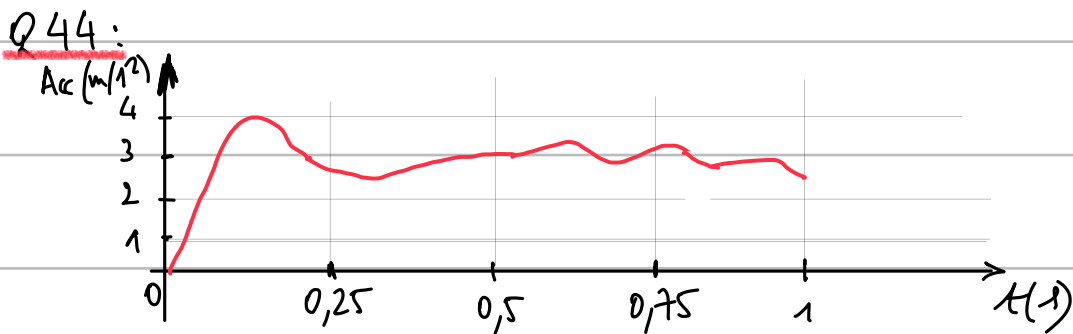
$$C_m = -\frac{2J_{eq}}{\eta D_1} \frac{dv(t)}{dt}$$

$$\alpha = \frac{-2J_{eq}}{\eta D_1}$$



A.N. $\frac{2J_{eq}}{2D_1} \times 0,3g = \frac{2 \times 0,064}{0,55 \times 0,035} \times 0,3 \times 9,81 = 19,57 \text{ N.m}$

Q43: C_m (constructeur) = 32 N.m $> 19,57 \text{ N.m}$, le choix est correct 😊



La courbure est de $0,3g = 2,943 \text{ m/s}^2$, on voit la réponse osciller autour de cette valeur avec un $D_1 \approx 1 \text{ m/s}^2$

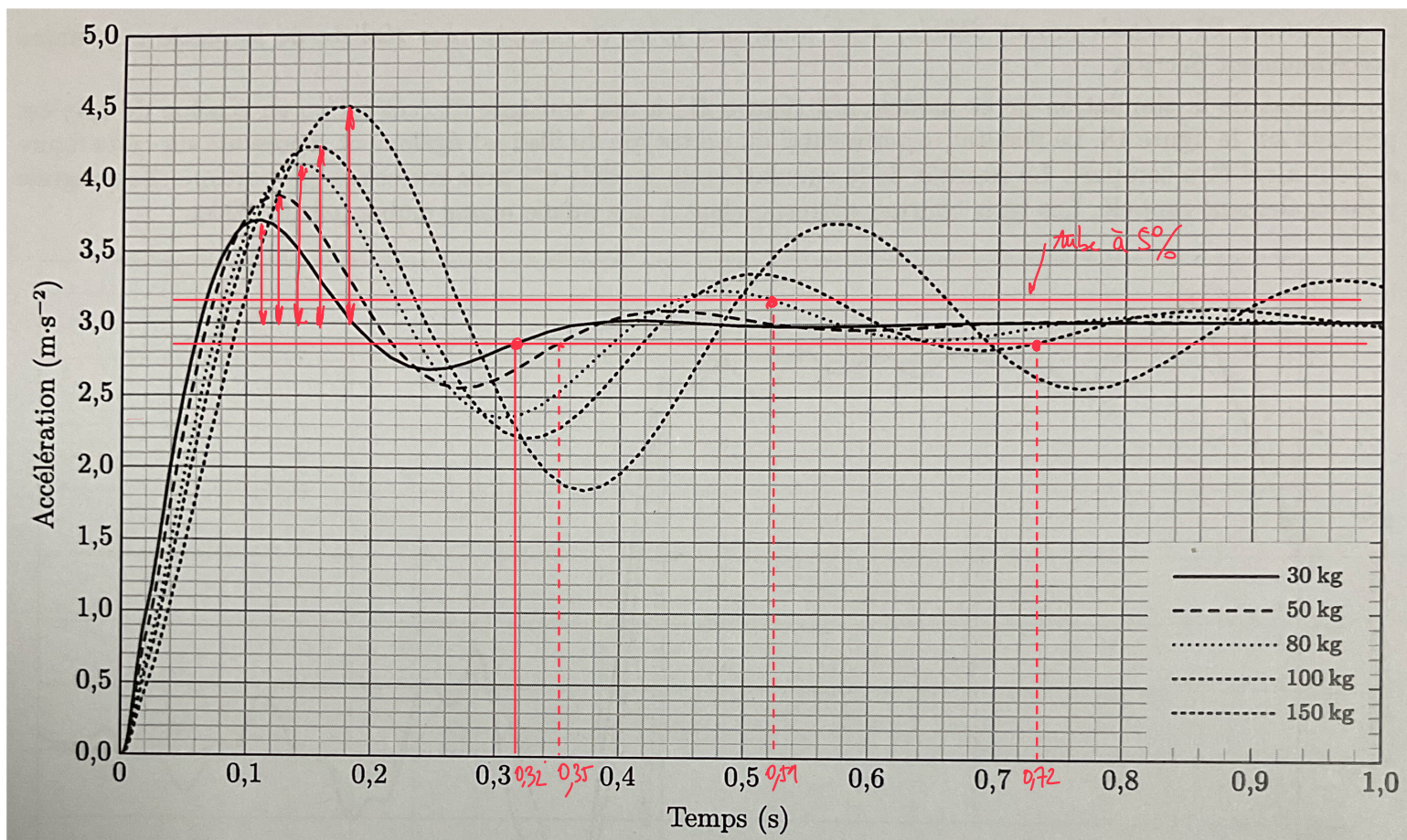
ce qui fait $D_{1\%} = \frac{1}{3} \approx 33\% > 10\%$ préconisé
par l'exigence 11112 n'est pas vérifiée 😞

Q45: Si on exclut la période autour de 1s, la différence entre les différents essais est toujours $< 5\%$

Q46: Il s'agit d'un amortisseur constitué d'un ressort avec en parallèle un absorbeur, ce système permet de limiter la fréquence des oscillation

Q47:

	Déplacement Δ	Précision	Rapacité $t_{15\%}$
30 kg	$0,7/3 = 23\%$	OK	0,32s
50 kg	$0,9/3 = 30\%$	OK	0,35s
80 kg	$1,2/3 = 40\%$	OK	0,51s
100 kg	$1,4/3 = 46\%$	OK	0,72s
150 kg	$2,5/3 = 85\%$	non conforme	non conforme



D'après le tableau ci-dessus l'exigence de précision est validée pour 4 masses, l'exigence de déplacement est à peine validée pour la masse de 30 kg, les $t_{15\%}$ ne sont validés par aucune masse.

Q48 :

Question 48

