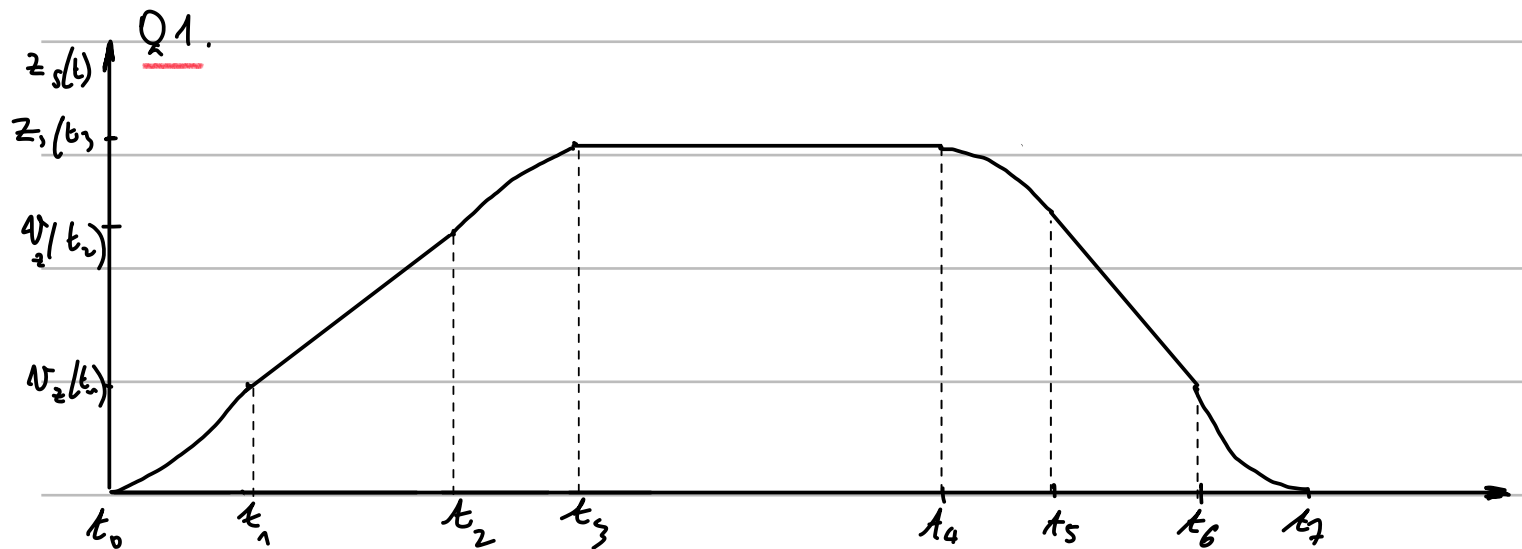


Correction du DS 1 MP 2026 2027



$$\text{A } t_1 \quad \underline{z_s(t_1)} = N_{\text{nom}} \times \frac{t_1}{2} = \underline{\frac{N_{\text{nom}} t_1}{2}}$$

$$\text{à } t_2 \quad z_s(t_2) = z_s(t_1) + N_{\text{nom}} (t_2 - t_1) = \frac{N_{\text{nom}} t_1}{2} + N_{\text{nom}} t_2 - N_{\text{nom}} t_1$$

$$\Rightarrow \underline{z_s(t_2)} = \underline{N_{\text{nom}} \left(t_2 - \frac{t_1}{2} \right)}$$

$$\text{à } t_3 \quad z_s(t_3) = z_s(t_2) + \frac{N_{\text{nom}}}{2} (t_3 - t_2) = N_{\text{nom}} \left(t_2 - \frac{t_1}{2} + t_3 - t_2 \right)$$

$$\underline{z_s(t_3) = N_{\text{nom}} \left(t_3 - \frac{t_1}{2} \right)}$$

$$\text{on a } \underline{z_s(t_7) = 0 \text{ m}}$$

Q2 A.N. $z_s(t_3) = 0,5 \left(t_3 - \frac{40}{2} \right) = 130 \text{ m}$

$$t_3 - 20 = 260$$

$$\underline{t_3 = 280 \text{ s} = 4 \text{ min et } 40 \text{ s.} < 6 \text{ min}}$$

Cdc vérifié

$$\underline{a = \frac{0,5}{40} = 0,0125 \text{ m/s}^2} < 0,015 \text{ m/s}^2$$

Cdc vérifié

$$\underline{N_{\text{max}} = 0,5 \text{ m/s}} < 0,6 \text{ m/s} \quad \text{Cdc vérifié}$$

Q3: $\vec{V}_{I_{ta} \in ct/o} = \vec{V}_{I_{ta} \in ct/ta} + \vec{V}_{I_{ta} \in ta/o} = \vec{V}_{O_{ta} \in ta/o} + \vec{I}_{ta} \vec{\Omega}_{ta/o}$
 $\parallel \vec{0}$ (Sans glissement) $\parallel \vec{0}$

$$\vec{V}_{I_{ta} \in ct/o} = -R_{ta} \vec{z} \wedge \omega_{ta} \vec{x} = -R_{ta} \omega_{ta} \vec{y}$$

or $k_{rd} = \frac{\omega_{ta}}{\omega_m} \Rightarrow \omega_{ta} = k_{rd} \omega_m$

d'où $\vec{V}_{I_{ta} \in ct/o} = -R_{ta} k_{rd} \omega_m \vec{y}$

Q4: Si on suppose non-déformation (allongement) du câble

$$\vec{V}_{I_{ta} \in ct/o} \cdot \vec{y} = \vec{V}_{I_{pcp2} \in ct/o} \cdot \vec{z}$$

Q5: $\vec{V}_{I_{pcp2} \in pcp/o} \cdot \vec{z} = \left(\underbrace{\vec{V}_{I_{pcp2} \in pcp/ct}}_{\parallel \vec{0} \text{ (non glissement)}} + \vec{V}_{I_{pcp2} \in ct/o} \right) \cdot \vec{z}$
 $= \vec{V}_{I_{ta} \in ct/o} \cdot \vec{y} = -R_{ta} k_{rd} \omega_m$

$\Rightarrow \vec{V}_{I_{pcp2} \in pcp/o} = -R_{ta} k_{rd} \omega_m \vec{z}$

Q6: $\vec{V}_{I_{pcp1} \in ct/pcp} = \vec{0} = \vec{V}_{I_{pcp1} \in ct/o} - \vec{V}_{I_{pcp1} \in pcp/o} \Rightarrow \vec{V}_{I_{pcp1} \in pcp/o} = \vec{0}$
 (non glissement du câble sur la poulie) ce qui est donné dans le sujet

(centre de rotation) (non glissement)

$$\vec{V}_{O_{pcp} \in pcp/o} = \vec{V}_{O_{pcp} \in pcp/ct} + \vec{V}_{O_{pcp} \in ct/ceq} + \vec{V}_{O_{pcp} \in ceq/o}$$

Q7: $\vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O} = \vec{V}_{O_{pcp} \in pcP/O} = \underbrace{\vec{V}_{I_{pcp1} \in pcP/O}}_{=\vec{0}} + 0 \vec{I}_{p1} \wedge \vec{\Omega}_{pcP/O}$

$$\vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O} = -R_{p \cdot p} \vec{y} \wedge \omega_{pcp} \vec{x} = R_{pcp} \cdot \omega_{pcp} \vec{z}$$

$$\vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O} = \vec{V}_{I_{pcp2} \in pcP/O} + 0_{pcp} \vec{I}_{pcp2} \wedge \vec{\Omega}_{pcP/O}$$

$$= -R_{ta} k_{ud} \omega_m \vec{z} + R_{pcp} \vec{y} \wedge \omega_{pcp} \vec{x}$$

$$= (-R_{ta} k_{ud} \omega_m - R_{pcp} \omega_{pcp}) \vec{z}$$

d'où $\vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O} = (-R_{ta} k_{ud} \omega_m) \vec{z} - \vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O}$

d'où $\vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O} = -\frac{R_{ta} k_{ud} \omega_m}{2} \vec{z}$

Q8: $\vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O} = -\vec{V}_{G \in N/O}$ (démarche identique aux questions précédentes)

Q9: d'où $\vec{V}_{G \in N/O} = -\vec{V}_{O_{pcp} \in Ceq/O} = \frac{R_{ta} k_{ud} \omega_m}{2} \vec{z} = v(z) \vec{z}$

d'où $k_{ah} = \frac{R_{ta} k_{ud}}{2}$

Q10: A.N. $v(z) = \frac{1,5 \times \frac{1}{153}}{2} \times \frac{980 \times 2\pi}{60} = 0,5 \text{ m/s}$ 😊

Q11: $\vec{V}_{E \in 4/O} = \vec{V}_{C \in 4/O} + \vec{EC} \wedge \dot{\beta} \vec{z}_0 = -b \vec{x}_4 \wedge \dot{\beta} \vec{z}_0 = b \dot{\beta} \vec{y}_4$

$$\vec{V}_{F \in 5/O} = \vec{V}_{D \in 5/O} + \vec{FD} \wedge \dot{\beta} \vec{z}_0 = -b \vec{x}_4 \wedge \dot{\beta} \vec{z}_0 = b \dot{\beta} \vec{y}_4$$

Q12: $\vec{V}_{E \in 6/0} = \vec{V}_{E \in 4/0}$ $\vec{V}_{F \in 6/0} = \vec{V}_{F \in 5/0}$

or $\vec{V}_{E \in 6/0} = \vec{V}_{F \in 6/0} + \vec{EF} \wedge \vec{\Omega}_{6/0}$

$\vec{EF} \neq \vec{0} \Rightarrow \vec{\Omega}_{6/0} = \vec{0}$

$\Rightarrow$ le solide 6 est en translation à trajectoire circulaire.

d'où $\left\{ \mathcal{V}_{6/0} \right\}_H = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ b\dot{\beta} \vec{y}_4 \end{array} \right\}_H$

Q13: Faisons une fermeture géométrique:

$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{0}$ $a\vec{x}_0 + c\vec{y}_4 - l\vec{x}_0 - d\vec{y}_0 = \vec{0}$

en projection sur $\vec{x}_0$ $a - c \sin \beta - l = 0$

$\dot{l} = c\dot{\beta} \cos \beta_0$

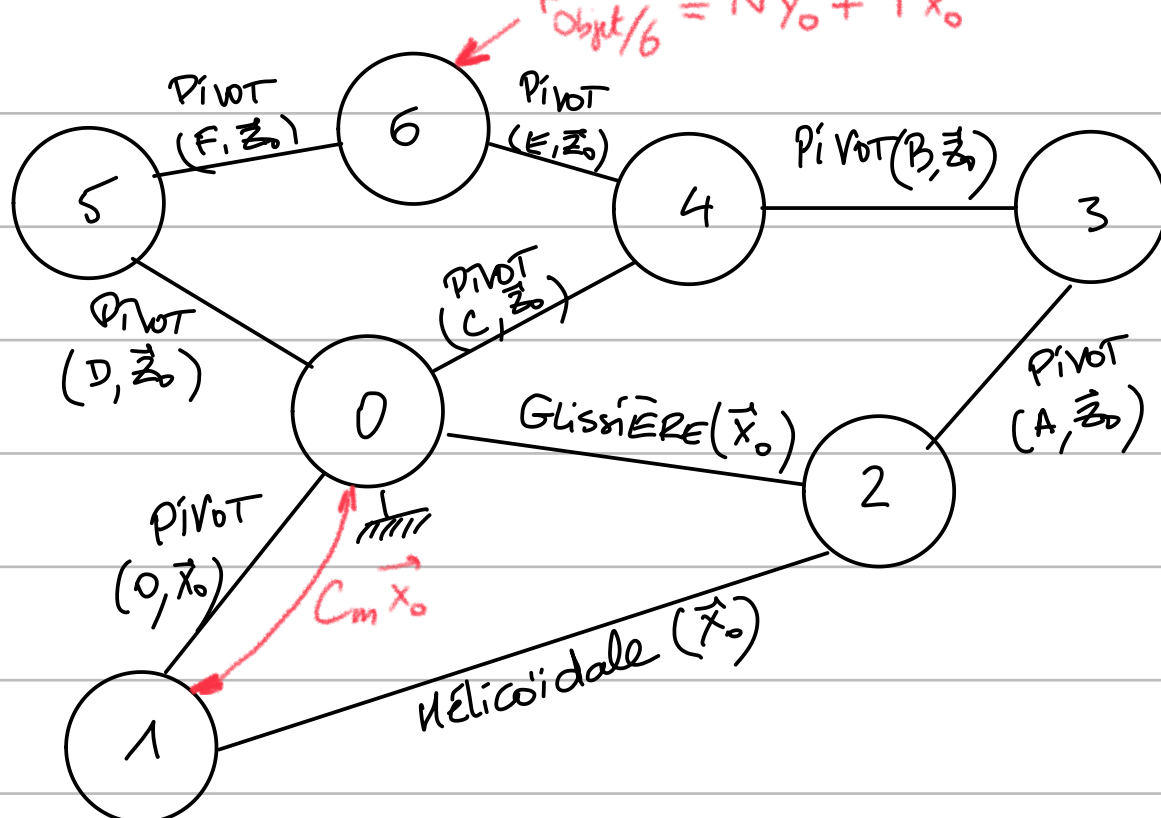
Q14: $\dot{l} = \vec{V}_{A \in 2/0} = \frac{p}{2\pi} \omega_m \vec{x}_0$

alors $\frac{p}{2\pi} \omega_m = c\dot{\beta} \cos \beta_0$ $\dot{\beta} = \frac{p \omega_m}{2\pi c \cos \beta_0}$

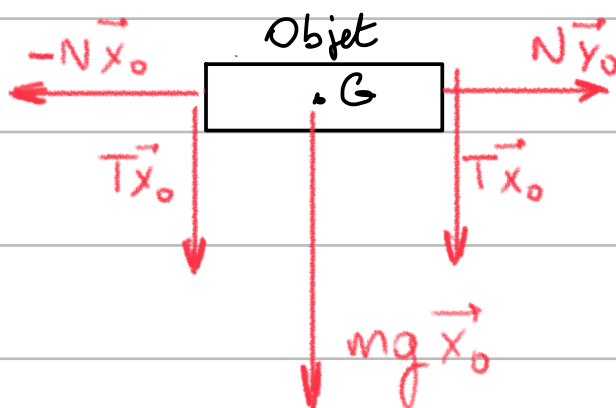
$= \vec{V}_f = \frac{p \omega_m b}{2\pi c \cos \beta_0} \vec{y}_0 \cos \beta_0 = \frac{p \omega_m b}{2\pi c} \vec{y}_4$

Attention la vitesse de $H/0$ est portée par $\vec{y}_4$ il ne faut oublier de la projeter sur $\vec{y}_0$ (d'où le $\cos \beta_0$)

Q15:



Q16: On isole l'objet, le poids à reprendre est égal à $\vec{P}$, il ya 2 bras on a donc:



Le théorème de la résultante statique sur $\vec{X}_0$ donne

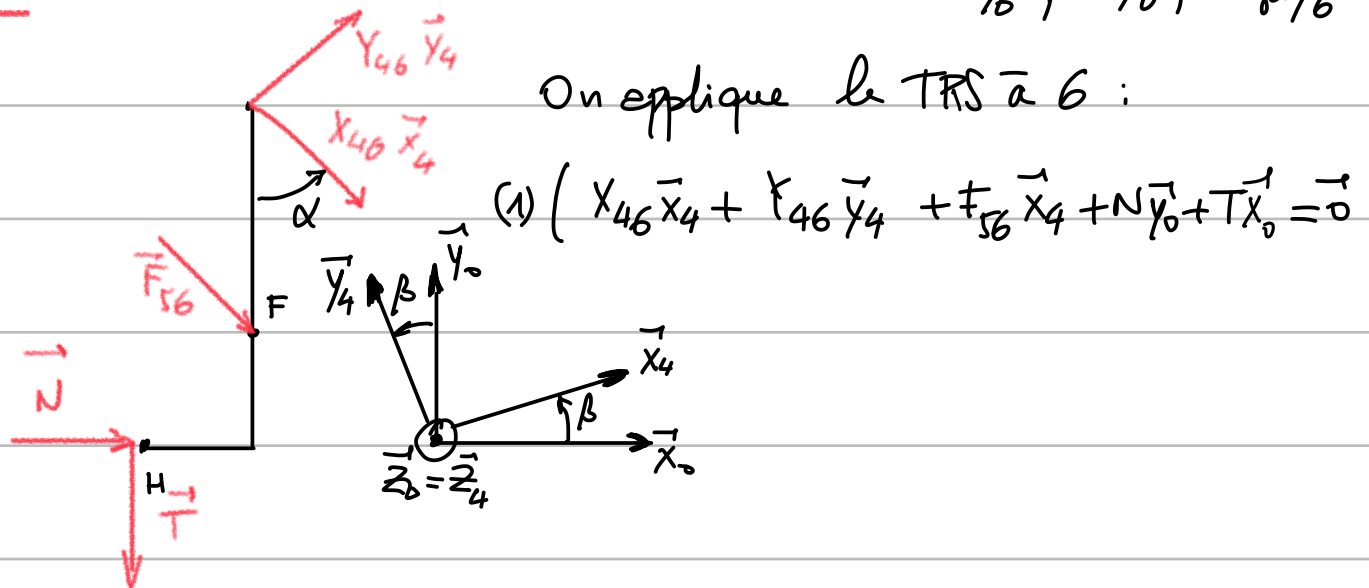
$$2T + mg = 0 \Rightarrow T = -\frac{mg}{2}$$

et à la limite du glissement

$$T = fN \text{ d'où } N = -\frac{mg}{2f}$$

Q17: Les bielles 3 et 5 sont chacune soumise à 2 glisseurs (les efforts transmis par les liaisons part) et on néglige les poids propres par rapport au poids de la pièce. Donc les efforts sont transmis selon l'axe de 3 et 5, c'est à dire $\vec{x}_3$ et $\vec{x}_4$ (puisque 4//5)

Q18: On isole le solide 6: B.A.M.E.: $\vec{F}_{4/6}$; $\vec{F}_{5/6}$, $\vec{F}_{0/6}$



l'égalité (1) en projection sur $\vec{y}_4$ donne:

$$Y_{46} + N \vec{y}_0 \cdot \vec{y}_4 + T \vec{x}_0 \cdot \vec{y}_4 = 0$$

$$Y_{46} + \cos \beta N - \sin \beta T = 0$$

$$\Rightarrow Y_{46} = \sin \beta T - \cos \beta N$$

Q19: On isole le solide 4: B.A.M.E.: $\vec{F}_{0/4}$ (liaison Pivot)

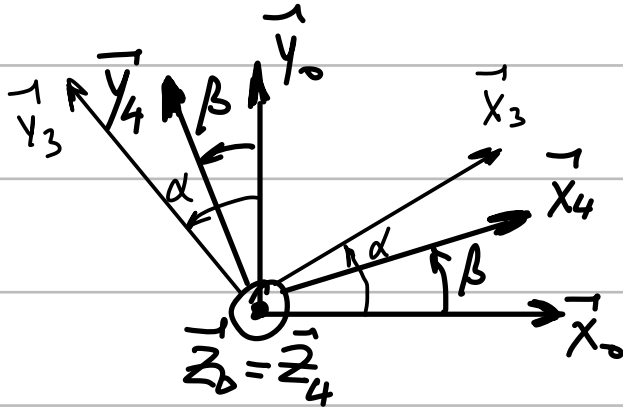
$$\vec{F}_{3/4} = F_{3/4} \vec{x}_3$$

$$\vec{F}_{6/4} = -\vec{F}_{4/6} = -X_{46} \vec{x}_4 + (\sin \beta T - \cos \beta N) \vec{y}_4$$

On applique le T.M.S. à 4 au point C :

$$\vec{CB} \wedge F_{34} \vec{x}_3 + \vec{CE} \wedge (-X_{46} \vec{x}_4 + (\sin \beta_T - \cos \beta_N) \vec{y}_4) = \vec{0}$$

$$-c \vec{y}_4 \wedge F_{34} \vec{x}_3 + b \vec{x}_4 \wedge (-X_{46} \vec{x}_4 + (\sin \beta_T - \cos \beta_N) \vec{y}_4) = \vec{0}$$



$$-c \vec{y}_4 \wedge F_{34} (\cos(\alpha - \beta) \vec{x}_4 + \sin(\alpha - \beta) \vec{y}_4) + b (\cos \beta_T - \sin \beta_N) \vec{z}_0 = \vec{0}$$

$$(c F_{34} \cos(\alpha - \beta) + b (\cos \beta_T - \sin \beta_N)) \vec{z}_0 = \vec{0}$$

d'où

$$F_{34} = \frac{b (\cos \beta_N - \sin \beta_T)}{c \cos(\alpha - \beta)}$$

Q20: On isole 2 : B.A.M.E. : $\vec{F}_{0/2}$ (glissière), $\vec{F}_{1/2}$ (hélicoïdale)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{hélicoïdale} \\ 1 \rightarrow 2 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{12} \vec{x}_0 + Y_{12} \vec{y}_0 + Z_{12} \vec{z}_0 \\ L_{12} \vec{x}_0 + M_{12} \vec{y}_0 + N_{12} \vec{z}_0 \end{array} \right\}$$

$$\text{avec } L_{12} = \frac{p X_{12}}{2\pi}$$

le théorème de la résultante statique porté sur x_0 donne

$$X_{12} + \vec{F}_{3/2} \cdot \vec{x}_0 = 0$$

$$\text{or } \vec{F}_{3/2} = -\vec{F}_{2/3} = -(-\vec{F}_{4/3}) = -\vec{F}_{3/4}$$

$$X_{12} - F_{3/4} \vec{x}_3 \cdot \vec{x}_0 = X_{12} - F_{34} \cos \alpha = 0$$

alors
$$X_{12} = \frac{b \cos \alpha (\cos \beta N - \sin \beta T)}{c \cos(\alpha - \beta)}$$

Q21: $\left\{ \begin{array}{c} \text{hélicoïdale} \\ C_{1 \rightarrow 2} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & \frac{P X_{12}}{2\pi} \\ Y_{12} & \Pi_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}$ dans le plan cela donne :

$$= \left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & \frac{P_0 X_{12}}{2\pi} \\ Y_{12} & - \\ - & N_{12} \end{array} \right\}$$

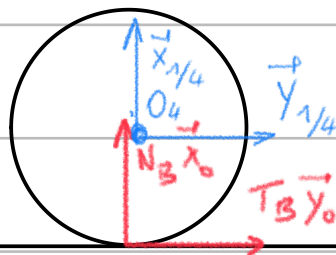
Q22: On isole l'arbre 1 et on applique le TMS projeté sur l'axe de rotation $\vec{X}_0$, les deux couples extérieurs sont $C_m \vec{X}_0$ et $-\frac{P X_{12}}{2\pi} \vec{X}_0$ on a alors

$$C_m - \frac{P X_{12}}{2\pi} = 0$$

$$\Rightarrow C_m = \frac{P}{2\pi} \times \frac{b \cos \alpha (\cos \beta \times -\frac{mg}{2f} + \sin \beta \frac{mg}{2})}{c \sin(\alpha - \beta)}$$

$$C_m = \frac{p b \cos \alpha m g (\sin \beta - \frac{\cos \beta}{f})}{4\pi c \sin(\alpha - \beta)}$$

Q23: On isole la roue arrière, sur laquelle on a ni couple de freinage, ni couple moteur on a alors :



On applique le T.M.S. en O_4 à la roue (4)

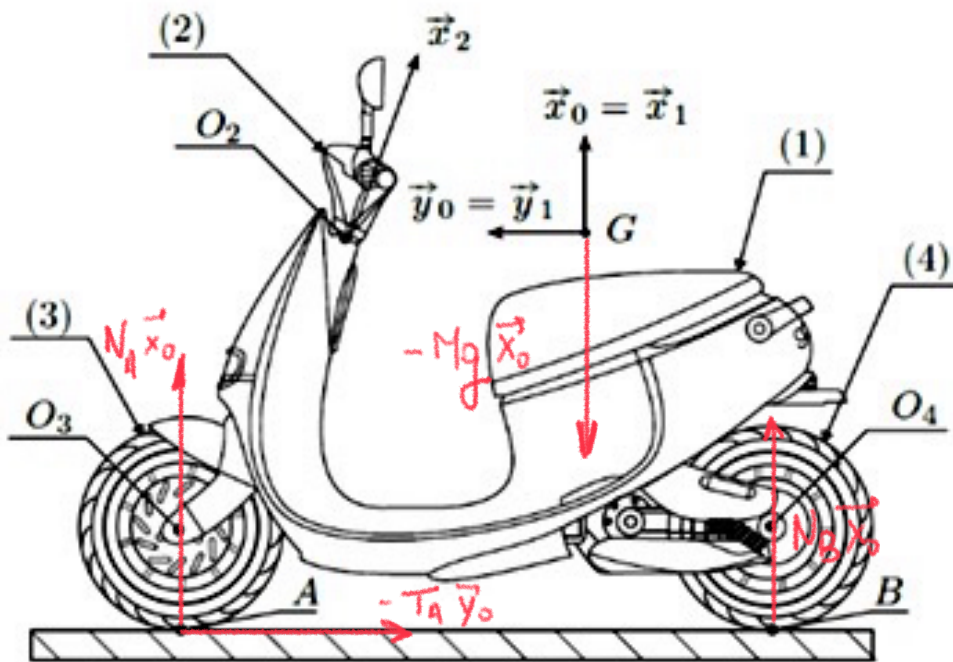
Cela donne : $\vec{M}_{O_4, \vec{x}_{N_4}} + \vec{M}_{O_4, \vec{y}_{1/4}} + \vec{M}_{O_4, T_B \vec{y}_0} + \vec{M}_{O_4, N_B \vec{x}_0} = \vec{0}$

$\parallel \vec{0}$ $\parallel \vec{0}$ $\parallel \vec{0}$

$$\vec{O_4 B} \wedge T_B \vec{y}_0 = 0 = -R \vec{x}_0 \wedge T_B \vec{y}_0 = -R T_B \vec{z}_0 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow T_B = 0$$

Q24 : On isole le système complet, B.A.M.E. $N_A \vec{x}_0, -T_A \vec{y}_0, -Mg \vec{x}_0$
 $N_B \vec{x}_0$



On applique le PFS au système au point A :

$$(1) \vec{R} \cdot \vec{y}_0 = 0 = -T_A \vec{y}_0 = 0 \Rightarrow T_A = 0$$

$$(2) \vec{R} \cdot \vec{x}_0 = N_A + N_B - Mg = 0 \Rightarrow N_A + N_B = Mg$$

$$(3) \vec{M} \cdot \vec{z}_0 = 0 = \vec{AG} \wedge -Mg \vec{x}_0 + \vec{AB} \wedge N_B \vec{x}_0$$

$$(\vec{AO_3} + \vec{O_3 G}) \wedge -Mg \vec{x}_0 + (\vec{AO_3} + \vec{O_3 O_4} + \vec{O_4 B}) \wedge N_B \vec{x}_0 = \vec{0}$$

$$(R \vec{x}_0 + h \vec{x}_0 - a_3 \vec{y}_0) \wedge -Mg \vec{x}_0 + (R \vec{x}_0 - L \vec{y}_0 - R \vec{x}_0) \wedge N_B \vec{x}_0$$

$$= -Mg a_3 \vec{z}_0 + N_B L \vec{z}_0 \Rightarrow N_B = \frac{Mg a_3}{L}$$

$$N_B \text{ dans (3) donne } N_A = Mg - \frac{Mg a_3}{L} = Mg \frac{L - a_3}{L}$$

$$N_A = Mg \frac{a_4}{L}$$

Q25: Le B.A.M.E est le même qu'à la question précédente hormis le fait que les actions de contact en A et B ont une composante sur $\vec{z}$ (le problème n'est plus un problème plan)

$$\text{d'où } \left\{ \mathcal{C}_{0 \rightarrow 3} \right\}_A = \begin{Bmatrix} x_{03} & 0 \\ y_{03} & 0 \\ z_{03} & 0 \end{Bmatrix}_A \text{ et } \left\{ \mathcal{C}_{0 \rightarrow 4} \right\}_B = \begin{Bmatrix} x_{04} & 0 \\ y_{04} & 0 \\ z_{04} & 0 \end{Bmatrix}_B$$

Q26: $\vec{O_4 G} = \vec{O_4 A} + \vec{A O_3} + \vec{O_3 G} = y(t) \vec{y}_0 + R \vec{x}_1 + h_3 \vec{x}_1 - d \vec{y}_2 - a_3 \vec{y}_1$

$$\left. \frac{d \vec{O_4 G}}{dt} \right|_0 = \underbrace{\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_0}_{v(t)} \vec{y}_0 + (R + h_3) \left. \frac{d \vec{x}_1}{dt} \right|_0 - d \left. \frac{d \vec{y}_2}{dt} \right|_0 - \underbrace{a_3 \left. \frac{d \vec{y}_1}{dt} \right|_0}_{=0}$$

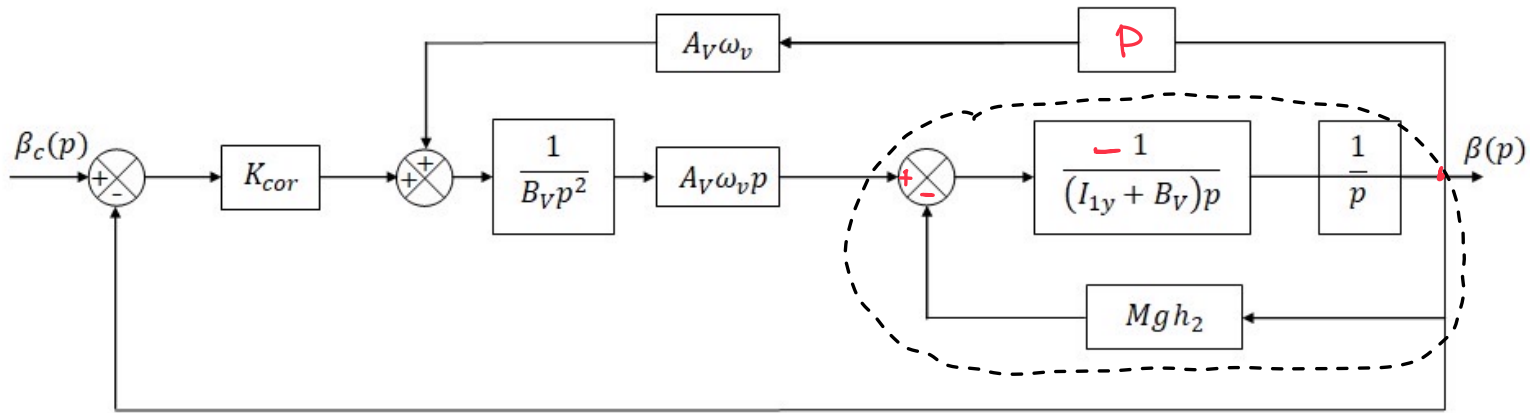
$$= v(t) \vec{y}_0 + (R + h_3) \left(\underbrace{\left. \frac{d \vec{x}_1}{dt} \right|_0}_{=\vec{v}_1} + \vec{\omega}_1 \wedge \vec{x}_1 \right) - d \left(\underbrace{\left. \frac{d \vec{y}_2}{dt} \right|_0}_{=\vec{v}_2} + \vec{\omega}_2 \wedge \vec{y}_2 \right)$$

$$= v(t) \vec{y}_0 + (R + h_3) (\dot{\beta} \vec{y}_1 \wedge \vec{x}_1) - d (\dot{\alpha} \vec{z}_1 + \dot{\beta} \vec{y}_1) \wedge \vec{y}_2$$

$$= v(t) \vec{y}_0 - R + h_3 \dot{\beta} \vec{z}_1 + \underbrace{\frac{d \dot{\alpha}}{dt}}_{\alpha = \text{cte}} \vec{x}_2 - d \dot{\beta} \sin \alpha \vec{z}_1$$

$$\left. \frac{d \vec{O_4 G}}{dt} \right|_0 = v(t) \vec{y}_1 - ((R + h_3) \dot{\beta} + d \dot{\beta} \sin \alpha) \vec{z}_1$$

Q27: On change l'emplacement du point de prélèvement et on modifie le comparateur en inversant la polarité du + et du -

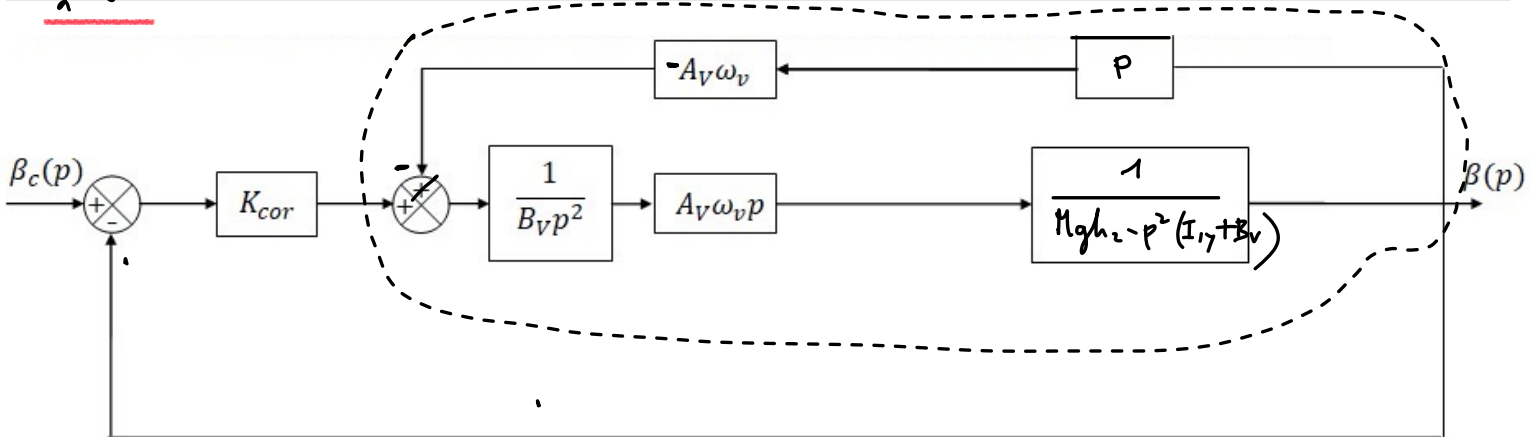


Alors la boucle de Black entourée donne la fonction de

transfert

$$\frac{\frac{-1}{p^2(I_{1y} + B_v)}}{1 + \frac{-Mgh_2}{p^2(I_{1y} + B_v)}} = \frac{-1}{p^2(I_{1y} + B_v) - Mgh_2}$$

Q28:

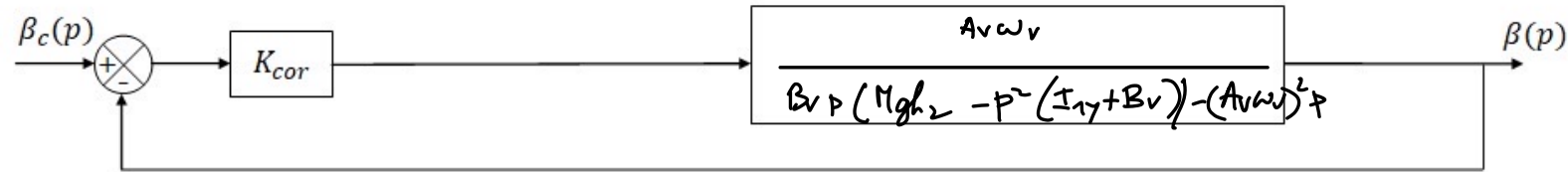


Calcul de la boucle de Black entourée

$$\frac{\frac{A_v \omega_v p}{B_v p^2 (Mgh_2 - p^2(I_{1y} + B_v))}}{1 + \frac{-(A_v \omega_v p)^2}{B_v p^2 (Mgh_2 - p^2(I_{1y} + B_v))}}$$

$$= \frac{A_v \omega_v p}{B_v p^2 (Mgh_2 - p^2 (I_{ly} + B_v)) - (A_v \omega_v)^2 p}$$

Q29:



Q30:

$$\text{On a alors } \frac{\beta(p)}{\beta_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{K_{cor} A_v \omega_v}{B_v p (Mgh_2 - p^2 (I_{ly} + B_v)) - (A_v \omega_v)^2 p}}$$

$$= \frac{K_{cor} A_v \omega_v}{B_v p (Mgh_2 - p^2 (I_{ly} + B_v)) - (A_v \omega_v)^2 p + K_{cor} A_v \omega_v}$$

$$\frac{\beta(p)}{\beta_c(p)} = \frac{1}{1 + \frac{(B_v Mgh_2 - (A_v \omega_v)^2) p}{K_{cor} A_v \omega_v} - \frac{B_v (I_{ly} + B_v) p^3}{K_{cor} A_v \omega_v}}$$

Q31: Le dénominateur n'a pas des coefficients tous de même signe, ce qui implique que le système est instable.

FIN