Correction DS 2 MP 4 Novembre 2026

Q1 : $v_n = 5,08\ m.s^{-1}$ alors $t_{m_n} = \frac{L_p}{v_n} = \frac{1217}{5,08} = 240\ s = 4\ min.$

$v_2 = 3,52\ m.s^{-1}$ alors $t_{m_2} = \frac{L_p}{v_2} = \frac{1217}{3,52} = 5\ min\ 46\ s$

La vitesse réduite ne respecte pas l'exigence Id1.

Si toutes les nacelles sont pleines

pour v_n on a alors $q_{n\,max} = \frac{33 \times 6}{240} \times 3600 = 2970\ u.h^{-1}$

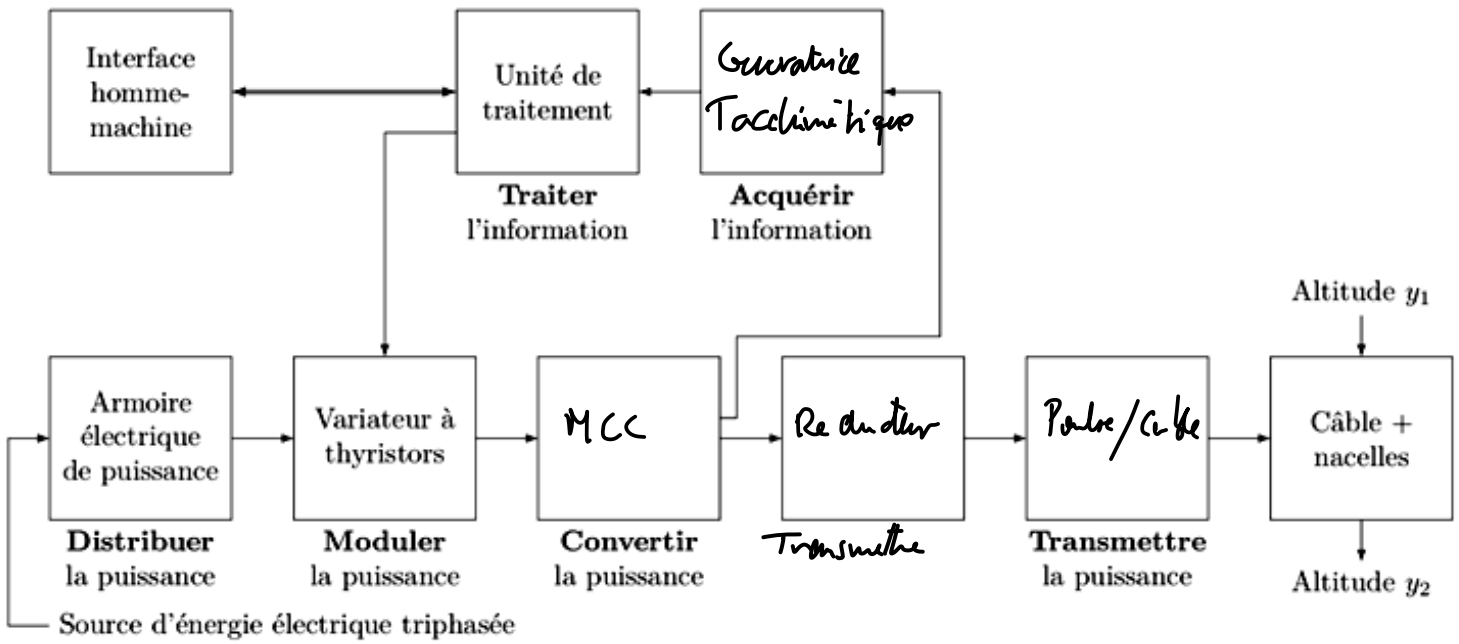
pour v_2 on a alors $q_{2\,max} = \frac{33 \times 6}{346} \times 3600 = 2060\ u.h^{-1}$

Pour les deux modes de fonctionnement Id1 est vérifiée

Q2 : On a $v_n = k_{tp}\, \omega_m\, N_{m_{nom}} = 1267\ t/min$

d'où $k_{tp} = \frac{v_n}{\omega_{m_{nom}}} = \frac{5,08}{1257 \times 2\pi} \times 60 = 0,038\ m$

Q3 :



Q4 : On $v_n = \frac{D_h}{2} \times k_{red} \omega_m$ d'où $\frac{v_n}{\omega_m} = \frac{D_h}{2} \times k_{red}$

$$k_{tp} = \frac{4,6}{2} \times \frac{1}{60,07} = 0,038 \text{ m}$$

Q5 : Cette fois on utilise le moteur diesel et on cherche une vitesse de défilement $v_s = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$

$$v_s = \frac{D_h}{2} \times k_{red} \times k_r \omega_s$$

$$\text{or } N_s = \frac{\omega_s \times 60}{2\pi} = \frac{30\omega_s}{\pi}$$

$$N_s = \frac{30}{\pi} \times \frac{2 v_s}{D_h k_{red} k_r} \qquad N_s = \frac{30}{\pi} \times \frac{2 \times 1,25}{4,6} \times 60,07 \times 7,04$$

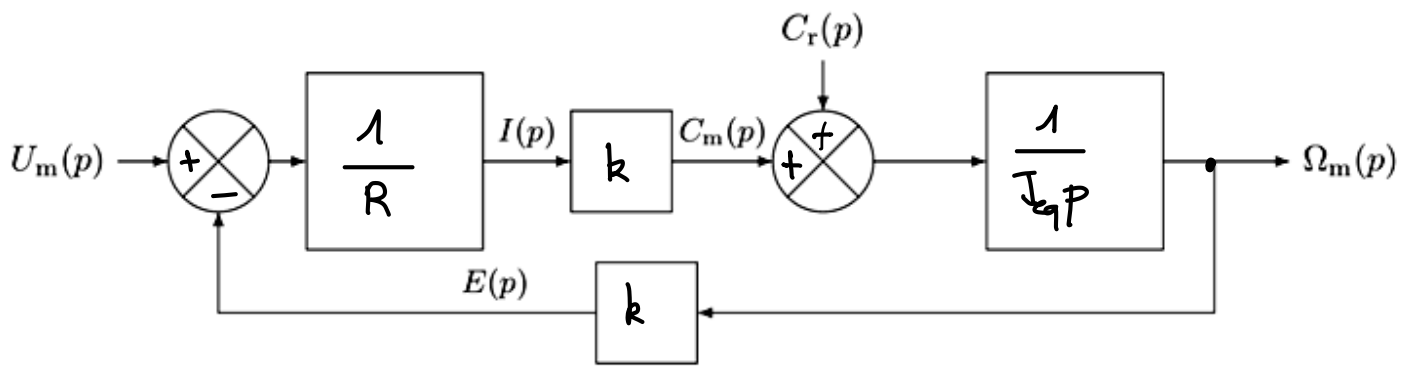
A.N. $N_s = 2195 \text{ tr.min}^{-1}$

Q6 : Avec les simplifications proposées dans le domaine de Laplace les équations E_1, E_2, E_3 et E_4 deviennent

$$U_m(p) = RI(p) + E(p) \qquad E(p) = k\Omega_m(p)$$

$$J_{eq} p \Omega_m(p) = C_m(p) + C_r(p) \qquad C_m(p) = KI(p)$$

Ce qui donne :



Q7 : D'après le schéma bloc ci-dessus on a :

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p}\left(\left(\frac{k}{R}\left(U_m(p) - k\Omega_m(p)\right) + C_r(p)\right)\right.$$

$$\Omega_m(p)\left(1 + \frac{k^2}{J_{eq}Rp}\right) = \frac{k}{J_{eq}Rp}U_m(p) + \frac{1}{J_{eq}p}C_r(p)$$

$$\Omega_m(p)\left(\frac{J_{eq}Rp + k^2}{J_{eq}Rp}\right) = \frac{k}{J_{eq}Rp}U_m(p) + \frac{1}{J_{eq}p}C_r(p)$$

$$\Omega_m(p) = \frac{k}{J_{eq}Rp + k^2}U_m(p) + \frac{R}{J_{eq}Rp + k^2}C_r(p)$$

$$\boxed{\Omega_m(p) = \frac{1/k}{1 + \frac{J_{eq}R}{k^2}p}U_m(p) + \frac{R/k^2}{1 + \frac{J_{eq}R}{k^2}p}C_r(p)}$$

par identification on obtient :

$$\boxed{[\text{rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}]\ H_m(p) = \frac{1/k}{1 + \frac{J_{eq}R}{k^2}p} \quad \text{et} \quad H_r(p) = \frac{R/k^2}{1 + \frac{J_{eq}R}{k^2}p}\ [\text{rad.s}^{-1}.\text{N}^{-1}.\text{m}^{-1}]}$$

Q8 : Le bon réglage impose $\varepsilon(p) = 0$ pour $V_c = V$

$$\varepsilon(p) = k_{ad}V_c(p) - k_{dt}\cdot\frac{2}{k_{réd}D_h}V$$

si $V_c = V$ cela donne $\varepsilon(p) = V_c(p)\left(k_{ad} - \frac{2k_{dt}}{k_{réd}D_h}\right) = 0$

$$\Rightarrow \text{si } V_c \neq 0 \quad \boxed{k_{ad} = \frac{2k_{dt}}{k_{réd}D_h}}$$

Q9 : $H_{Bo}(p) = 1 \times k_{dt} \times H_m(p) \times H_{var}(p) \times C(p)$

Si $C(p) = 1$ cela donne

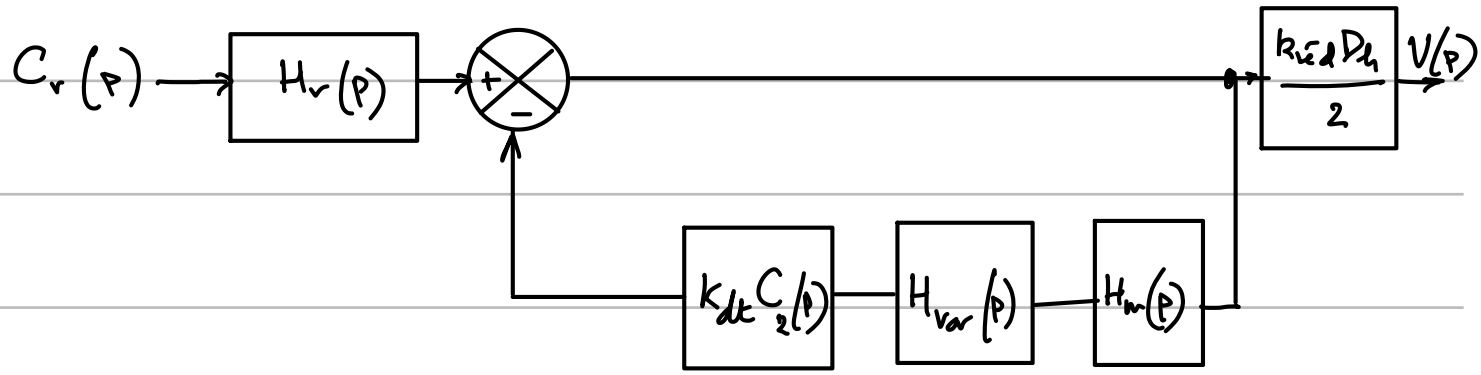
$$H_{Bo}(p) = \frac{k_{dt}/k}{1 + \frac{J_{eq} R}{k^2} p} \times \frac{k_v}{1 + \frac{T_v}{2} p} \times 1$$

$$\boxed{H_{Bo}(p) = \frac{\frac{k_v k_{dt}}{k}}{1 + \left(\frac{J_{eq} R}{k^2} + \frac{T_v}{2}\right) p + \frac{J_{eq} R T_v}{2 k^2} p^2}}$$

Q10 : la classe de la FTBO est nul, donc le système n'est pas précis. (On rappelle que pour être précis, vis à vis d'une entrée en échelon la classe de la FTBO doit être au moins égale à 1)

$$\text{erreur} = \left(1 - \frac{FTBO}{1 + FTBO}\right) V_c = \left(\frac{1}{1 + FTBO}\right) V_c$$

Q11 : Modifions le schéma bloc avec $V_c(p) = 0$, pour avoir une boucle de Blach :



d'où $H_2(p) = H_r \frac{k_{réd} D_h}{2} \times \frac{1}{1 + k_{dt} C_2(p) H_{var}(p) H_m(p)}$

$$H_2(p) = \frac{K_r k_{réd} D_h}{2(1+T_m p)} \times \frac{1}{1 + k_{dt} k_p \left(1 + \frac{2}{T_v p}\right) \frac{K_v}{1 + \frac{T_v}{2} p} \times \frac{K_m}{1+T_m p}}$$

$$= \frac{K_r k_{réd} D_h}{2(1+T_m p)} \times \frac{1}{1 + k_{dt} K_p \left(\frac{2+T_v p}{T_v p}\right) \times \frac{2 K_v}{(2+T_v p)} \times \frac{K_m}{1+T_m p}}$$

$$H_2(p) = \frac{K_r k_{réd} D_h}{2(1+T_m p)} \times \frac{T_v p (1+T_m p)}{T_v p (1+T_m p) + 2 k_v K_m k_{dt} K_p}$$

d'où $H_2(p) = \frac{K_r k_{réd} D_h}{2} \times \frac{T_v p}{2 K_v K_m k_{dt} K_p + T_v p + T_v T_m p^2}$

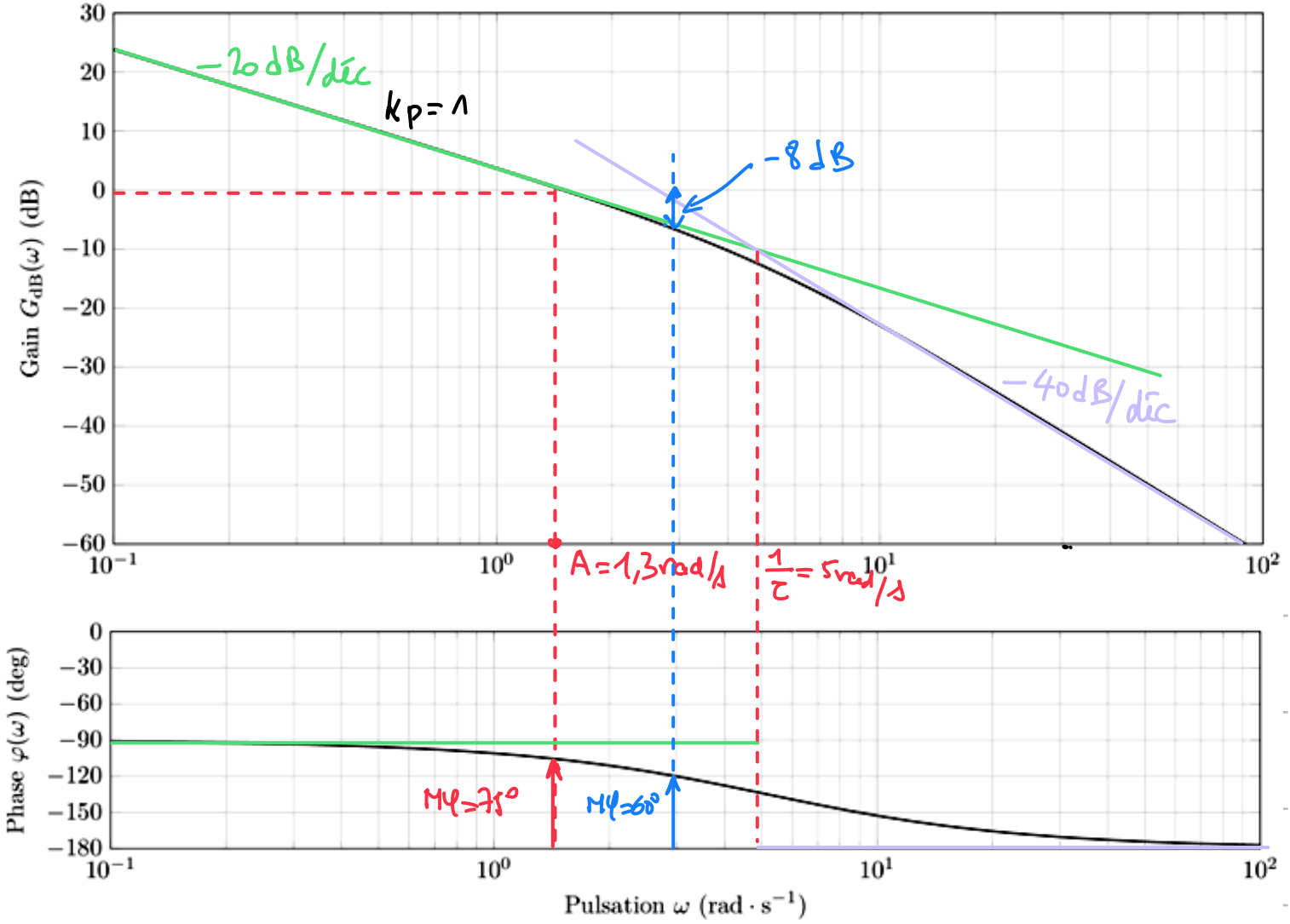
$$H_2(p) = \frac{K_r k_{réd} D_h T_v}{4 K_v K_m k_{dt} K_p} \times \frac{p}{1 + \frac{T_v}{2 k_v K_m k_{dt} K_p} p + \frac{T_v T_m}{2 k_v K_m k_{dt} K_p} p^2}$$

Q12 : l'erreur de régulation est donnée par (avec une perturbation de type $\frac{C_r}{p}$)

$$\lim_{t \to +\infty} v(t) \overset{\text{théorème de la valeur finale}}{=} \lim_{p \to 0} p V(p) = \lim_{p \to 0} p \frac{C_r}{p} H_r(p) = 0$$

le fait d'avoir un intégrateur avant la perturbation rend le système insensible à la perturbation.

Q13 :



Pour $\omega < \frac{1}{\tau}$ il s'agit d'une droite à −20dB/déc ce qui est le comportement d'un intégrateur de type $\frac{A}{p}$, puis après $\frac{1}{\tau}$ l'ajoute un premier ordre passe-bas

$$H_{BO} = \frac{A}{p} \times \frac{1}{1+\tau p} = \frac{A}{p(1+\tau p)}$$

Ce qui donne $\boxed{H_{BO}(p) = \frac{1,3}{p(1+0,2p)}}$

Classe = 1 Ordre = 2 Gain = 1,3

Q14: La marge de phase non corrigée est égale à 75°

Plaçons à une marge de phase égale à 60°, on a alors un gain de -8 dB, il faut donc ajouter l'effet du correcteur proportionnel tel que $20 \log K_p = 8$ dB

$$K_p = 10^{8/20} = 7{,}94$$

la marge de gain est respectée puisqu'elle tend vers l'infini.

Q15: $\vec{\Omega}_{2/1} = \omega_{21} \vec{y}_1 \quad \vec{\Omega}_{3/1} = \omega_{31} \vec{y}_1$

$$\vec{V}_{Cg \in 3/1} = \vec{0} \quad \vec{V}_{Cd \in 2/1} = \vec{0}$$

$$\left\{ \mathcal{V}_{2/1} \right\}_{Cd} = \left\{ \begin{matrix} \omega_{21} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{Cd} \quad \text{et} \quad \left\{ \mathcal{V}_{3/1} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \omega_{31} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{Cg}$$

Q16: $\vec{V}_{Id \in 2/0} = \vec{V}_{Id \in 2/1} + \vec{V}_{Id \in 1/0}$

$$= \vec{V}_{Cd \in 2/1} + \vec{I_d C_d} \wedge \omega_{21} \vec{y}_1 + \vec{V}_{P \in 1/0} + \vec{I_d P} \wedge \omega_{10} \vec{z}_0$$

$$= \vec{0} + r \vec{z}_1 \wedge \omega_{21} \vec{y}_1 + V \vec{x}_1 + \left(r \vec{z}_1 + a \vec{y}_1 \right) \wedge \omega_{10} \vec{z}_0$$

$$= -r \omega_{21} \vec{x}_1 + V \vec{x}_1 + a \omega_{10} \vec{x}_1$$

$$\boxed{\vec{V}_{Id \in 2/0} = \left(-r \omega_{21} + V + a \omega_{10} \right) \vec{x}_1}$$

Q17: la Condition de roulement sans glissement donne:

$$\vec{V}_{I\in 2/0} = \vec{0} \Rightarrow -r\omega_{21} + V + a\,\omega_{10}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_{21} = \frac{a\omega_{10} + V}{r}}$$

Q18 : $\vec{V}_{I_g\in 3/0} = \vec{V}_{I_g\in 3/1} + \vec{V}_{I_g\in 1/0} = \vec{I_g C_g} \wedge \omega_{31}\vec{y}_1 + V\vec{x}_1 + (r\vec{z}_1 - a\vec{y}_1)\wedge\omega_{10}\vec{z}_0$

$$= -r\omega_{31}\vec{x}_1 + V\vec{x}_1 - a\omega_{10}\vec{x}_1$$

$$\vec{V}_{I_g\in 3/0} = \vec{0} \text{ (R.S.G.)} = (-r\omega_{31} + V - a\omega_{10})\vec{x}_1$$

d'où $\boxed{\omega_{31} = \frac{V - a\omega_{10}}{r}}$

Q19 : La trajectoire est rectiligne alors $\omega_{10} = 0$ d'où le torseur cinématique $\left\{\mathcal{V}_{1/0}\right\}_P = \left\{\begin{matrix}\vec{0} \\ V\vec{x}_1\end{matrix}\right\}_P$

Q20 :

Alors $\boxed{\omega_{21} = \omega_{31} = \frac{V}{r}}$, les 2 moteurs tournent dans le même sens et à la même vitesse

Q21 : $\vec{V}_{P\in 1/0} = \vec{V}_{O\in 1/0} + \vec{PO}\wedge\omega_{10}\vec{z}_0 = -R\vec{y}_1\wedge\omega_{10}\vec{z}_0 = -R\omega_{10}\vec{x}_1$

($\vec{V}_{O\in 1/0} = \vec{0}$)

or $\vec{V}_{P\in 1/0} = V\vec{x}_1$ on tire donc $\boxed{V = -R\omega_{10}}$

Q22 : $\omega_{21} = \frac{a\omega_{10} + V}{r} = \frac{a\omega_{10} - R\omega_{10}}{r} = \boxed{\left(\frac{a-R}{r}\right)\omega_{10} = \omega_{21}}$

$$\omega_{31} = \frac{V - a\omega_{10}}{r} = \boxed{-\left(\frac{R+a}{r}\right)\omega_{10} = \omega_{31}}$$

$$\omega_{21} = \frac{V(R-a)}{Rr} \qquad \omega_{31} = \frac{V(R+a)}{Rr}$$

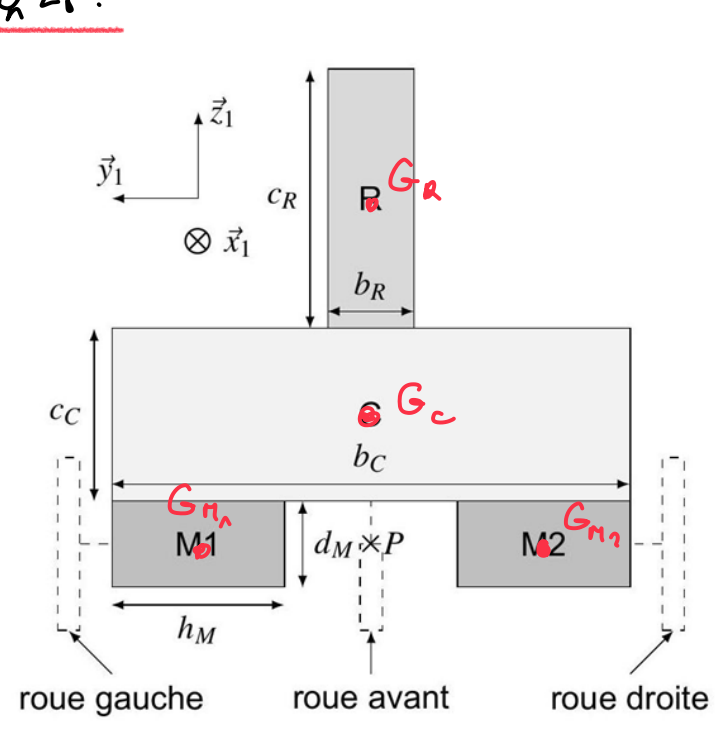
Q23 : Dans ce cas de figure $V = 0 \Rightarrow$ $\boxed{\omega_{21} = \frac{a\omega_{10}}{r} \text{ et } \omega_{31} = -\frac{a\omega_{10}}{r}}$

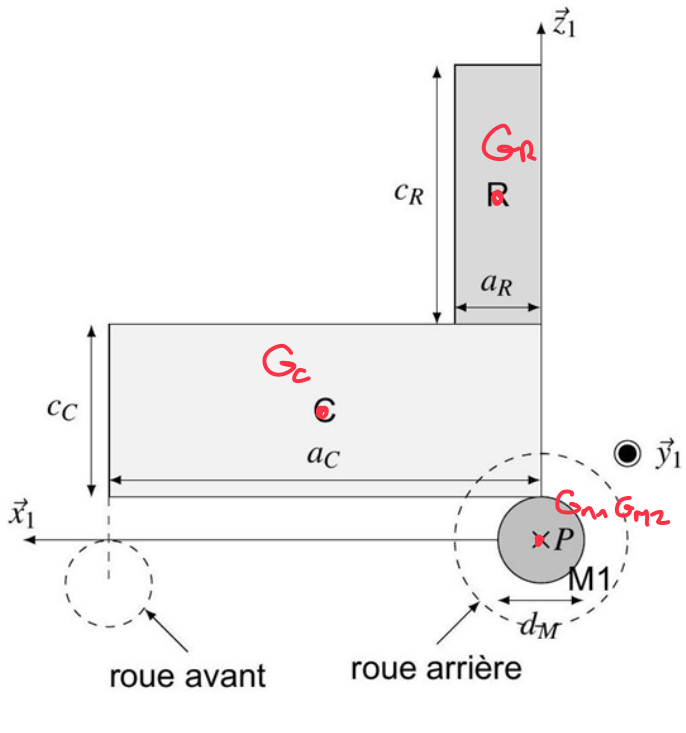
Donc $\boxed{\frac{\omega_{21}}{\omega_{31}} = -1}$

Q24 : Les solides R et C sont symétrique par rapport au plan $(\vec{x}_1, \vec{z}_1)$, donc leur centres de gravité sont placés sur ce plan $\Rightarrow y_{G_R} = y_{G_C} = 0$, de plus les 2 moteurs sont identiques (simplifié à leurs stators) et répartis symétriquement par rapport au plan $(\vec{x}_1, \vec{z}_1)$ d'ou $y_{G_{M1}} = -y_{G_{M2}}$, le centre de gravité des 2 moteurs est donc dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{z}_1)$ ce qui donne $y_{G_{M_1M_2}} = 0$

Le CdG de l'ensemble $\{R, C, M_1, M_2\}$ est tel que $y_G =$

Q25 :





On applique la définition du CdG :

$$(2m_M + m_C + m_R)\overrightarrow{PG} = m_M\overrightarrow{PG_{M_1}} + m_M\overrightarrow{PG_{M_2}} + m_R\overrightarrow{PG_R} + m_C\overrightarrow{PG_C}$$

$$\overrightarrow{PG_{M_1}} = \left(\frac{b_C}{2} - \frac{h_M}{2}\right)\vec{y}_1 \qquad \overrightarrow{PG_R} = \frac{a_R}{2}\vec{x}_1 + \left(\frac{d_M}{2} + c_C + \frac{c_R}{2}\right)\vec{z}_1$$

$$\overrightarrow{PG_{M_2}} = -\left(\frac{b_C}{2} - \frac{h_M}{2}\right)\vec{y}_1 \qquad \overrightarrow{PG_C} = \frac{a_C}{2}\vec{x}_1 + \left(\frac{d_M}{2} + \frac{c_C}{2}\right)\vec{z}_1$$

d'où $(2m_M + m_C + m_R)\overrightarrow{PG} = m_R\left(\frac{a_R}{2}\vec{x}_1 + \left(\frac{d_M}{2} + c_C + \frac{c_R}{2}\right)\vec{z}_1\right) + m_C\left(\frac{a_C}{2}\vec{x}_1 + \left(\frac{d_M}{2} + \frac{c_C}{2}\right)\vec{z}_1\right)$

$$\overrightarrow{PG} = \frac{1}{2m_M + m_R + m_C} \times \left(\frac{m_R a_R + m_C a_C}{2}\vec{x}_1 + \frac{m_R(d_M + 2c_C + c_R) + m_C(d_M + c_C)}{2}\vec{z}_1\right)$$

on en déduit :

$$x_G = \frac{m_R a_R + m_C a_C}{2(2m_M + m_R + m_C)}$$

$$z_G = \frac{d_M(m_R + m_C) + c_C(2m_R + m_C) + m_R c_R}{2(2m_M + m_R + m_C)}$$

Q 26 :

$$I\left(G_{M_1}, \text{cylindre}\right)_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} = \begin{pmatrix} m_M\left(\frac{d_1^2}{16} + \frac{h_M^2}{12}\right) & 0 & 0 \\ 0 & m_M \cdot \frac{d_M^2}{8} & 0 \\ 0 & 0 & m_M\left(\frac{d_1^2}{16} + \frac{h_M^2}{12}\right) \end{pmatrix}$$

Q 27 : $\overrightarrow{GG_{M_1}} = \overrightarrow{GP} + \overrightarrow{PG_{M_1}} = -x_G\vec{x}_1 - z_G\vec{z}_1 + \left(\frac{b_C - h_M}{2}\right)\vec{y}_1$

$$\overrightarrow{GG_{M_1}} = -x_G\vec{x}_1 + \left(\frac{b_C - h_M}{2}\right)\vec{y}_1 - z_G\vec{z}$$

Q28 : On applique le théorème de Huyghens pour le moment d'inertie autour de $\vec{x}_1$ ce qui donne

$$I_{Gx_1} = I_{G_M x_1} + d^2 \times m_M$$

avec $d^2 = z_G^2 + \frac{1}{4}(b_c - h_M)^2 \Rightarrow$

$$\boxed{I_{Gx_1} = m_M\left(\frac{d_M^2}{16} + \frac{h_m^2}{12} + \frac{1}{4}(b_c - h_m)^2 + z_G^2\right)}$$

Q29 : $R_{d\,G\in 1/0} = m_1 \vec{a}_{G\in 1/0}$ $\quad \vec{a}_{G\in 1/0} = \frac{d}{dt}\vec{V}_{G\in 1/0}\Big|_0$

or $\vec{V}_{G\in 1/0} = \vec{V}_{P\in 1/0} + \vec{GP} \wedge \omega_{10}\vec{z}_0$

$= V\vec{x}_1 + \left(-x_G\vec{x}_1 - z_G\vec{z}_1\right) \wedge \omega_{10}\vec{z}_0$

$= V\vec{x}_1 + x_G\omega_{10}\vec{y}_1$

d'où $\vec{a}_{G\in 1/0} = \frac{d}{dt}V\vec{x}_1 + V\frac{d\vec{x}_1}{dt}\Big|_0 + x_G\frac{d\omega_{10}}{dt}\Big|_0\vec{y}_1 + x_G\omega_{10}\frac{d\vec{y}_1}{dt}$

on sait que $V = -R\omega_{10}$ et que $\omega_{10} =$ constante

d'où $\vec{a}_{G\in 1/0} = -R\omega_{10}^2\vec{y}_1 - x_G\omega_{10}^2\vec{x}_1$

d'où $\boxed{\vec{R}_{d\,G\in 1/0} = -m_1 \omega_{10}^2 \left(R\,\vec{y}_1 + x_G\,\vec{x}_1 \right)}$

Q30 : Le plan $(G, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$ est un plan de symétrie pour le volet, ce qui implique que les produits d'inertie faisant intervenir y tout seuls d'où $I_{xy} = I_{zy} = 0$

Q31 :

Calculons dans un premier temps $\vec{\sigma}_{G\in 1/0}$

$$\vec{\sigma}_{G\in 1/0} = I(G, volet) \cdot \vec{\Omega}_{1/0} + m_1 \underbrace{\vec{GG}}_{=\vec{0}} \wedge \vec{V}_{G\in 1/0}$$

$$= \begin{pmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -E\omega_{10} \\ 0 \\ C\omega_{10} \end{pmatrix} = -E\omega_{10}\vec{x}_1 + C\omega_{10}\vec{z}_1$$

de plus $\vec{\delta}_{G\in 1/0} = \dfrac{d}{dt}\left(\vec{\sigma}_{G\in 1/0}\right) + m_1 \underbrace{\vec{V}_G \wedge \vec{V}_G}_{=\vec{0}}$

$$= -E \underbrace{\frac{d\omega_{10}}{dt}}_{=0} \vec{x}_1 - E\omega_{10} \left.\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right|_0 + C \underbrace{\frac{d\omega_{10}}{dt}}_{=0} \left.\vec{z}_1 + C\omega_{10} \underbrace{\left.\frac{d\vec{z}_1}{dt}\right|_0}_{=\vec{0}}$$

$$= -E\omega_{10}^2\,\vec{y}_1$$

$$\boxed{\left\{\mathcal{D}_{1/0}\right\}_G = \left\{\begin{matrix} -m_1\omega_{10}^2\left(R\vec{y}_1 + x_G\vec{x}_1\right) \\ -E\omega_{10}^2\,\vec{y}_1 \end{matrix}\right\}_G}$$

Q32: On isole le robot dans sa totalité, les actions extérieures sont : la pesanteur, les actions du sol sur les roues.
Le théorème de la résultante dynamique s'écrit :

$$\vec{R}_{dG\,E1/0} = \sum \vec{F}_{ext/1} = -m_1 g \vec{z}_1 + (X_3+X_2+X_4)\vec{x}_1 + (Y_3+Y_2+Y_4)\vec{y}_1 + (Z_3+Z_2+Z_4)\vec{z}_1$$

Ce qui donne le système scalaire :

$$\begin{cases} -m_1 \omega_{10}^2 X_G = X_3+X_2+X_4 \\ -m_1 \omega_{10}^2 R = Y_3+Y_2+Y_4 \\ 0 = Z_3+Z_2+Z_4 - m_1 g \end{cases}$$

Q33: pour un virage à droite c'est la roue droite qui risque de décoller, ce qui se traduit à la limite du décollement $Z_2 = 0 \Rightarrow 0 = -m_1 \omega_{10}^2 (z_G + r)(X_G a + Rb) + a m_1 g (b - X_G) - aE\omega_{10}^2$

d'où $\left(m_1 (z_G+r)(X_G a + Rb) + aE\right)\omega_{10}^2 = a m_1 g (b - X_G)$

$$\text{d'où } \frac{V^2}{R^2} = \frac{a m_1 g (b - X_G)}{m_1 (z_G+r)(X_G a + Rb) + aE}$$

$$\text{alors } V_{lim} = R\sqrt{\frac{a m_1 g (b - X_G)}{m_1 (z_G+r)(X_G a + Rb) + aE}}$$