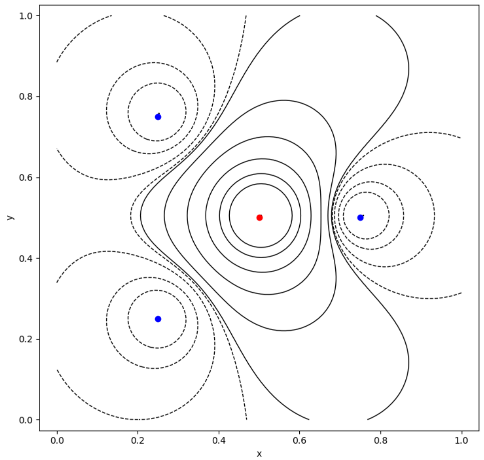
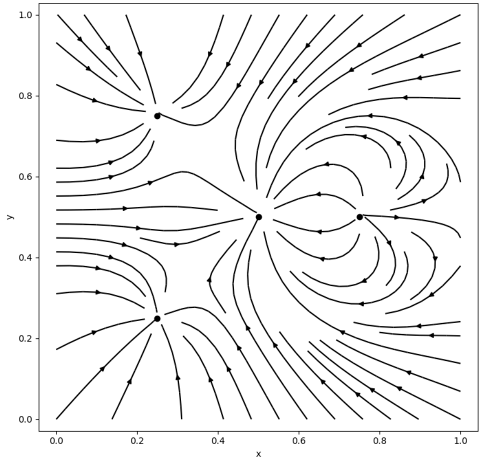
ELECTROMAG1 - Propriétés du champ électrostatique

Travaux dirigés

Exercice 1: Cartographie du champ électrostatique ⋆

On donne ci-après deux représentations de propriétés électrostatiques crées par des charges ponctuelles.



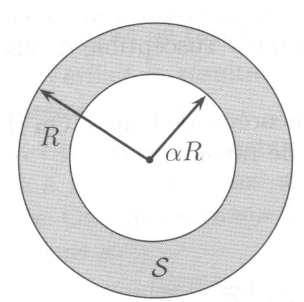


1. Sur la première représentation, la charge au centre est $3Q$ et les trois autres sont de valeur $-Q$ ($Q > 0$). Effectuer un tracé des lignes de champ $\vec{E}$ crée par cette distribution. Le plan $y = 0,5$ est il un plan de symétrie de la distribution de charge ? d'antisymétrie ? Justifier.

2. Sur la seconde représentation, déterminer en justifiant le signe de chacune des charges, et représenter quelques courbes équipotntielles. Le plan $y = 0,5$ est il un plan de symétrie ou d'antisymétrie du champ $\vec{E}$? Justifier.

Exercice 2: Champ crée par un domaine sphérique ⋆

Une sphère creuse $\mathcal{S}$, de centre O, de rayon extérieur R et de rayon intérieur αR ($\alpha < 1$) est électriquement chargée en volume avec une charge volumique uniforme ρ. La distribution de charges est représentée en grisé sur la figure ci-dessous.



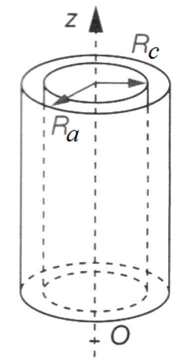
1. Calculer le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace.

2. Lorsque $1 - \alpha \ll 1$, $\mathcal{S}$ devient une coquille sphérique de faible épaisseur, que l'on assimile à une sphère de rayon R, uniformément chargée en surface avec la densité surfacique σ. Déterminer σ en fonction de α, ρ et R.

3. Déterminer le potentiel électrostatique $V(r)$ pour $r > R$ en choisissant l'origine de potentiel à l'infini.

Exercice 3: Condensateur cylindrique ⋆

On considère un condensateur possédant deux armatures cylindriques coaxiales, de hauteur h, de rayons respectifs R_c (cathode) et R_a (anode) et uniformément chargées en surface avec les charges $-Q$ (cathode) et $+Q$ (anode). L'anode est au potentiel constant $V_a > 0$, et la cathode au potentiel $V_c = 0$. L'espace situé entre les armatures est une région localement vide de charges. On suppose $h \gg R_a > R_c$, et on note $U = V_a - V_c$ et on négligera les effets de bord.



1. Étudier soigneusement les invariances et symétries des sources, en déduire la structure générale du champ $\vec{E}$.

2. Déterminer le champ électrostatique créé en un point M situé entre les deux armatures.

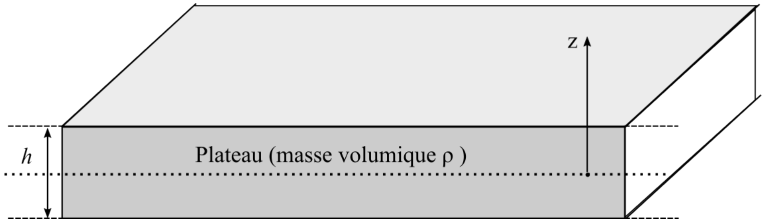
3. En déduire la capacité du condensateur cylindrique en fonction de h, R_a, R_c et ϵ_0.

4. En partant de la formule démontrée à l'occasion de l'exercice de cours sur le condensateur plan ($u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0||\vec{E}||^2$), montrer que l'énergie électrostatique emmagasinée par ce condensateur s'écrit simplement $E_C = \frac{1}{2}CU^2$

Exercice 4: Plateau ⋆⋆

P. BERTIN

A la surface de la Terre, il existe des formations géologiques nommées plateaux, qui forment un « excès » de matière à la surface de l'ellipsoïde de référence modélisant la surface terrestre moyenne. On cherche dans cet exercice a quantifier de manière approchée la modification du champ de gravitation crée par un plateau.
On modélise ce dernier comme un plan épais, infini selon les directions Ox et Oy, et centré autour d'une référence $z = 0$. Son épaisseur totale est notée h et sa masse volumique, supposée uniforme, est notée ρ.



1. Déterminer le champ gravitationnel $\overrightarrow{g_P}$ crée dans tout l'espace par ce plateau.
2. Effectuer l'application numérique pour le champ à la surface un plateau granitique de hauteur 500 m et de masse volumique moyenne $\rho = 2000\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Commenter la valeur obtenue.

Exercice 5: Creux dans une boule chargée ⋆⋆

Cet exercice « à astuce » existe malheureusement toujours parmi les sujets posés aux oraux. J'espère qu'un jour on arrêtera de le poser... mais en attendant, il vaut mieux l'avoir vu avant ! ;)

On considère une boule uniformément chargée de densité volumique de charge ρ, de rayon R avec une bulle de vide de rayon $r < R/2$ centrée à une distance $R/2$ du centre de la boule.

1. Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ à l'intérieur de la bulle de vide.
   Astuce : Il faut commencer par prouver que le champ crée à l'intérieur d'une sphère uniformément chargée peut s'écrire $\vec{E}(M) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{OM}$ (où O désigne le centre de la sphère), puis interpréter la répartition avec la bulle comme superposition de deux sphères pleines de densités de charges opposées.
2. Quelle propriété remarquable possède ce champ ?
3. En utilisant une analogie, estimer l'accélération de la pesanteur que l'on observerait dans une petite cavité sphérique fictive située à mi-chemin entre le centre de la Terre et sa surface. On supposera la Terre de densité uniforme [1].

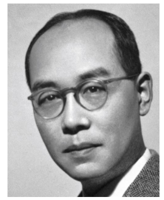
Exercice 6: Potentiel de Yukawa ⋆⋆

Une distribution de charges, à symétrie sphérique crée en un point M situé à la distance r du centre O, le potentiel électrostatique :

$$V(r) = \frac{q_e}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{-r/a}$$

1. Quelle est la dimension de a ? Justifier.
2. Exprimer le champ électrique créé au point M.
3. Exprimer la charge $Q_{int}(r)$ contenue dans la sphère de centre O et de rayon r.
4. En déduire :
   (a) la charge totale contenue dans tout l'espace ;
   (b) qu'il y a en O une charge ponctuelle que l'on déterminera.
   (c) Ce que pourrait modéliser une telle distribution
5. Calculer la densité volumique de charge $\rho(r)$ pour $r \neq 0$. *Indication : commencer par calculer la charge contenue entre les sphères de centre O de rayons respectifs r et $r + dr$.*

Hideki Yukawa



Hideki Yukawa (23 janvier 1907 à Tokyo - 8 septembre 1981 à Tokyo) est un physicien japonais. Il est lauréat du prix Nobel de physique de 1949 « pour sa prédiction de l'existence des mésons à partir de travaux théoriques sur les forces nucléaires ». Il fut le premier Japonais à recevoir un prix Nobel.

Exercice 7: Le tunnel global ⋆⋆⋆

Exercice de type résolution de problème

La richissime entrepreneuse Eline Mouske prétend que si elle parvient à construire un Tunnel en ligne droite reliant deux de ses nombreuses villas sur Terre, à assurer dans ce tunnel un vide parfait et à éliminer tous les frottements entre le tunnel et la cabine mouvante, elle peut aller de l'une à l'autre en environ 42 minutes sans nécessiter aucune propulsion.

Vérifier son affirmation. On précisera les hypothèses faites.

1. Ce qui est une simplification assez grossière...