# MECA1 - Mécanique en référentiel non galiléen

Travaux dirigés

## Exercice 1: la force d'inertie de Coriolis sur Terre ⋆

Pour chacune des situations suivante, on demande de préciser la direction (vers le nord, l'est, l'ouest, le sud, autre...) et la norme de la force d'inertie de Coriolis sur le système étudié dans le référentiel Terrestre, et le cas échéant de faire un ou des commentaires pertinents sur la valeur obtenue. Il est fortement conseillé de s'aider de schémas.

1. Une voiture de masse 1 tonne roulant sur autoroute vers le Nord à la latitude de $\lambda = 45°$.
2. Même question, mais la voiture roule vers l'est.
3. Une fusée de masse 300 tonnes s'élevant à la verticale à la vitesse de 100m/s à Kourou ($\lambda = 5°$)
4. Une fusée de masse 300 tonnes s'élevant à la verticale à la vitesse de 100m/s au pôle Sud.
5. Un sprinter de masse 90kg, courant à la vitesse de 10m/s sur une piste orientée vers le Nord à Pretoria ($\lambda = -25°$).

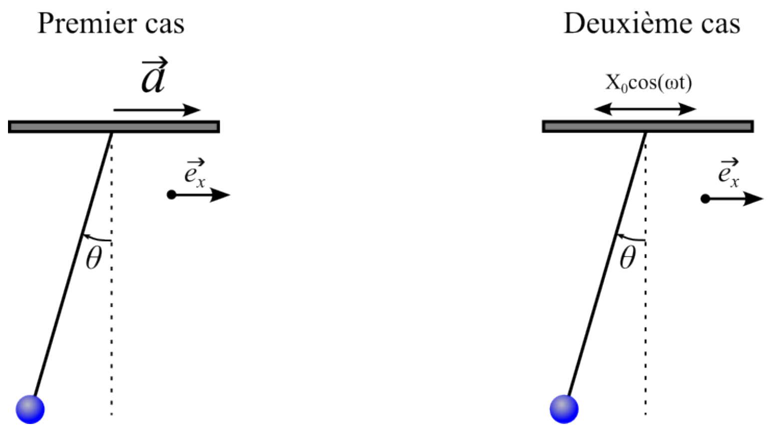
## Exercice 2: Un accéléromètre rudimentaire ⋆

On considère un pendule simple de longueur $\ell$ et de masse $m$. Dans un premier temps, le plafond (référentiel $\mathcal{R}_p$) acquiert un mouvement de translation rectiligne uniformément accéléré horizontal ($\vec{a} = a\vec{e}_x$) par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}_T$ supposé galiléen, et l'accélération de la pesanteur est noté $g$.

1. Déterminer en fonction de $a$ et $g$ la position angulaire $\theta_e$ pour lequel le pendule est à l'équilibre dans $\mathcal{R}_p$.
2. Tracer l'allure du graphe de $\theta(a)$ et vérifier la cohérence des cas limite.

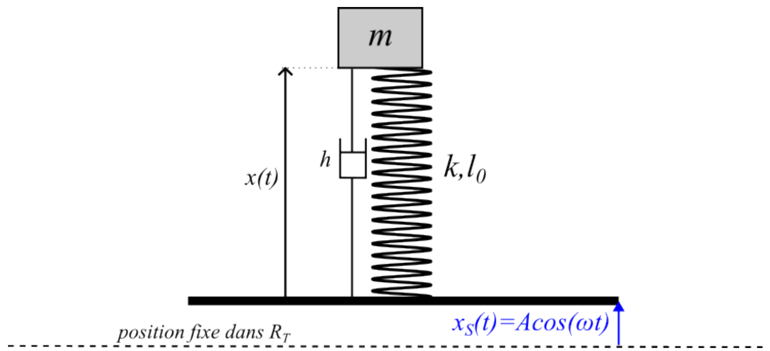
On suppose maintenant que le référentiel $\mathcal{R}_p$ est animé d'un mouvement de translation sinusoïdal décrit par $x_P(t) = X_0 \cos \omega t$.

3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$.
4. En déduire l'amplitude des oscillations du pendule en régime permanent sinusoïdal, en faisant l'hypothèse de l'angle $\theta$ reste constamment petit.
5. Critiquer l'hypothèse précédente en analysant le résultat obtenu.




## Exercice 3: Tremblement de Terre ⋆⋆

Un tremblement de terre peut être assimilé à un mouvement du sol par rapport au référentiel Terrestre. On suppose d'une structure en contact avec le sol modélisée de manière simplifiée par :




Le sol est animé d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude $A$, soit, par rapport à une position fixe dans le référentiel terrestre : $x_S(t) = A\cos(\omega t)$. La masse $m$ est relée au sol par un ressort de constante de raideur $k$ et de longueur à vide $\ell_0$, et un amortisseur de type fluide exerçant sur la masse une force $\vec{F}_f = -h\vec{v}(M/R)$

1. Comment qualifier le mouvement du référentiel $R'$ lié au sol par rapport au référentiel terrestre $R_T$ ?
2. En supposant le sol immobile, trouver la position d'équilibre de la masse $x_{eq}$ en fonction de $k$, $\ell_0$, $g$ et $m$

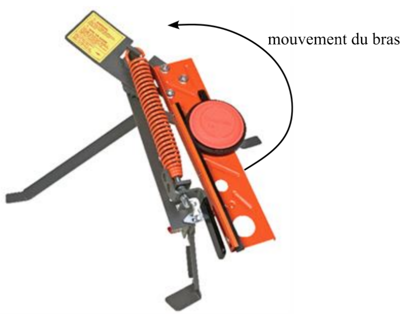
Dans la suite, on décrira le mouvement dans le référentiel $R'$. On étudie alors le point $M$.

3. Que peut-on dire de la force d'inertie de Coriolis s'exerçant sur la masse dans ce référentiel ? Donner l'expression de la force d'inertie d'entraînement qui s'applique sur la masse.
4. Établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$. Identifier la pulsation propre et le facteur de qualité de ce système.
5. On pose $X = x - x_{eq}$ et $\underline{H} = \dfrac{\underline{X}}{\underline{x_s}}$. Établir l'expression de $\underline{H}$. A quelle fonction de filtrage correspond $\underline{H}$ ? Commenter physiquement.

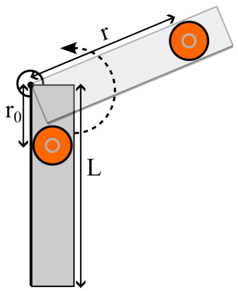
## Exercice 4: Lanceur de ball-trap ⋆⋆

Un lanceur de ball-trap est un dispositif qui lance des projectiles à grande vitesse. Il est utilisé par exemple dans l'entraînement au tir. On s'intéresse dans cet exercice à la phase de départ du projectile, de masse $m$. Pour simplifier, le mouvement du projectile sera supposé purement horizontal lors de sa phase de lancement, il sera modélisé comme un point matériel, et on négligera les frottement de ce point avec le support. On note $\mathcal{R}_p$ le référentiel lié au plateau de ball-trap, en rotation uniforme à la vitesse angulaire $\omega$ dans le référentiel Terrestre $\mathcal{R}_T$, supposé galiléen.
Pour les applications numériques, on prendra $\omega = 10\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$, $r_0 = 20\,\mathrm{cm}$, $L = 80\,\mathrm{cm}$.

Photographie du dispositif




Vue de dessus



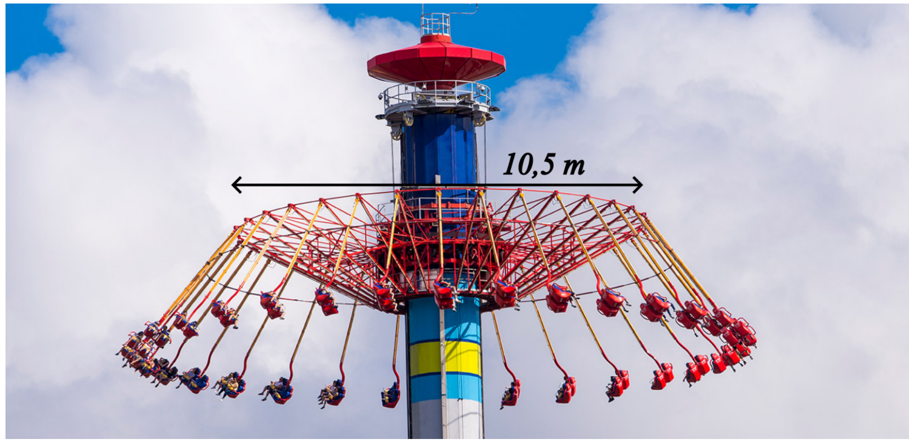

1. Effectuer un bilan des forces s'appliquant sur le projectile dans le référentiel $\mathcal{R}_p$ tant qu'il est en contact avec le plateau.
2. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $r(t)$.
3. Déterminer l'instant $t_1$ pour lequel le projectile quitte le plateau, la vitesse $v_f$ qu'il possède à cet instant dans $\mathcal{R}_p$, et sa vitesse $v'_f$ dans $\mathcal{R}_T$. Faire les applications numériques.
4. Quel est la nature du mouvement ultérieur du projectile ? Justifier.

## Exercice 5: Le Windseeker ⋆⋆

*Exercice de type résolution de problème*

Le manège *Windseeker* est installé dans divers parcs d'attractions aux États-Unis et au Canada. Il est représenté sur la photographie suivante, et la vidéo (qrcode) représente le point de vue d'un passager de ce manège.

**Documents à exploiter**




Lien vers la vidéo :

1. En exploitant rigoureusement la photographie (détailler démarche, hypothèses, formules, etc), proposez une estimation de la vitesse de rotation de ce manège en tours par minutes.
2. Confrontez le résultat trouvé à la vidéo, en détaillant la démarche.

## Exercice 6: Méfions nous des évidences... ⋆⋆

Un manège circulaire, de rayon $R$ est animé d'une vitesse de rotation $\omega$ constante. Thérèse Plendissante est placée sur la périphérie du manège. Son comparse Guy de Michelin, dont le regard est dirigé vers Thérèse [1] reste au centre du manège (on confondra sa position avec celle de l'axe de rotation du manège). Thérèse fait alors glisser un petit palet sur le sol en lui donnant une vitesse $v_0$, dirigée vers Guy, dans le référentiel

1. en fredonnant *Mon manège à moi* d'Edith Piaf (1915 - 1963)

lié au manège. On négligera tous les frottements. Le but de l'exercice est de montrer que le palet ne parvient pas à Guy, et trouver une expression de la distance minimale $d_{\min}$ à laquelle il passe de ce dernier.

1. Effectuer un bilan des forces dans le référentiel lié au manège. On exprimera obligatoirement les forces dans la base cartésienne (même si cela semble contre-intuitif). Déterminer qualitativement si le palet va passer à droite ou à gauche de Guy.
2. Montrer que les équations différentielles vérifiée par $x_M(t)$ et $y_M(t)$, coordonnées cartésiennes du palet dans le plan du manège, dans le référentiel lié au manège. sont définies par :

$$\begin{cases} \ddot{x_M} - 2\omega \dot{y_M} - \sqrt{x_M^2 + y_M^2}\,\omega^2 \cos(\omega t) & = & 0 \\ \ddot{y_M} + 2\omega \dot{x_M} - \sqrt{x_M^2 + y_M^2}\,\omega^2 \sin(\omega t) & = & 0 \end{cases}$$

   Peut-on facilement déterminer $x_M(t)$ et $y_M(t)$ dans ce système ? Pourquoi ? [2]

Thérèse a alors une idée : faire plutôt l'étude dans le référentiel Terrestre, supposé galiléen.

3. Déterminer le vecteur vitesse initiale du palet dans le référentiel lié au sol en fonction de $R$. Montrer qu'il fait un angle $\alpha$ par rapport à l'axe joignant les deux protagonistes et l'exprimer en fonction des paramètres.
4. Quel est, dans ce référentiel, la nature du mouvement du palet ? Justifier. Montrer alors que la distance minimale à laquelle celui-ci passe de Guy est donné par :

$$d_{\min} = \frac{R}{\sqrt{1 + \left(\frac{v_0}{R\omega}\right)^2}}$$

*Moralité : ce n'est pas parce qu'on a une situation physique avec un manège ou tout autre dispositif qui tourne que la description du mouvement est forcément plus simple dans le référentiel tournant... cet exercice en est une bonne illustration.*

2. Si jamais ça vous intéresse, vous pouvez montrer que $\{x_M(t) = v_0 t \cos(\omega t), y_M = -v_0 t \sin(\omega t)\}$ est la solution de ce système qui respecte la condition initiale...