THERMO1 - Transferts Thermiques

Travaux dirigés

Exercice 1: Ordres de grandeurs de diffusion thermique ⋆

Dans chacun des cas suivants, calculer numériquement le temps caractéristique de diffusion thermique. On cherchera les données utiles sur Internet ou dans un *Handbook*. A quelle condition peut-on considérer qu'on est en régime permanent ?

1. Une goutte d'eau de rayon $r = 1\,\text{mm}$ posée sur un support.
2. Un manche de casserole en cuivre de longueur $\ell = 30\,\text{cm}$.
3. Une couche d'isolant polyuréthane de $e = 30\,\text{cm}$ d'épaisseur.

Exercice 2: Homéothermie ⋆

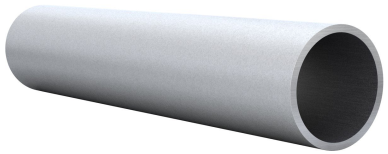
L'homéothermie est la caractéristique des espèces animales (oiseaux, mammifères) dont le milieu intérieur (sang et lymphe) conserve une température constante, quelle que soit la température du milieu extérieur, dans de très larges limites.
Une sphère de rayon a est maintenue en permanence à la température T_1, dans un milieu fluide qui, à grande distance de la sphère, est à la température $T_0 < T_1$. La conductivité thermique du fluide est notée λ. On néglige toute discontinuité de température (transfert pariétal parfait) à la surface de la sphère. Le problème est étudié en régime permanent.

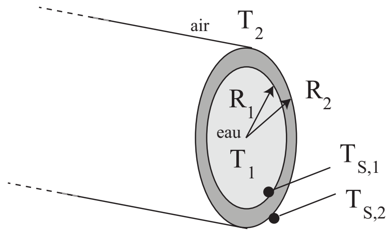
1. A l'aide d'un bilan thermique, montrer que la température dans le fluide est donnée par :

$$T(r) = T_0 + \frac{a(T_1 - T_0)}{r}$$

   En déduire la puissance thermique P produite par la sphère en fonction de a, T_0, T_1 et λ, ainsi que la puissance surfacique P_s émise à la surface de la sphère.
2. On donne $T_1 = 310$ K, $T_0 = 280$ K et $a = 25$ cm (modélisation d'un animal homéotherme avec un rapport surface/volume comparable à celui d'un être humain). Calculer P_s si le fluide est de l'air ($\lambda = 2{,}6 \times 10^{-2}\,\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$).
3. D'après ce modèle, l'homéothermie est-elle plus aisée pour un petit animal ou pour un gros ? Quelles hypothèses pourrait-on critiquer ?

Exercice 3: Puissance perdue par l'eau dans un tuyau ⋆⋆





On considère un tuyau de cuivre de longueur L, de rayon intérieur $R_1 = 11$ mm et de rayon extérieur $R_2 = 12$ mm. De l'eau à la température $T_1 = 330$ K occupe l'intérieur de ce tube, placé à l'air libre de température $T_2 = 290$ K. On note T_{S1} la température du tube sur sa surface intérieure et T_{S2} celle sur sa surface extérieure et on considère que la température au sein du matériau ne dépend que de la distance r par rapport à l'axe du tube. On néglige les effets de bord (comme si le tube était infiniment long selon l'axe des z) et on raisonne sur une longueur $L = 10$ m de ce tube. On cherche à déterminer la puissance perdue en régime permanent.

1. Rappeler l'expression de la loi de Fourier en précisant la signification et les unités des différentes grandeurs.
2. Relier la puissance thermique Φ_{th} au vecteur densité de puissance $\vec{j}_{th}$. Que peut-on dire, en régime permanent, de la puissance thermique traversant les surfaces latérales $2\pi R_1 L$ et $2\pi R_2 L$? Justifier.
3. Relier la puissance thermique Φ_{th} à la température $T(r)$. Montrer que la loi d'évolution de la température $T(r)$ au sein du matériau de conductivité thermique λ s'écrit :

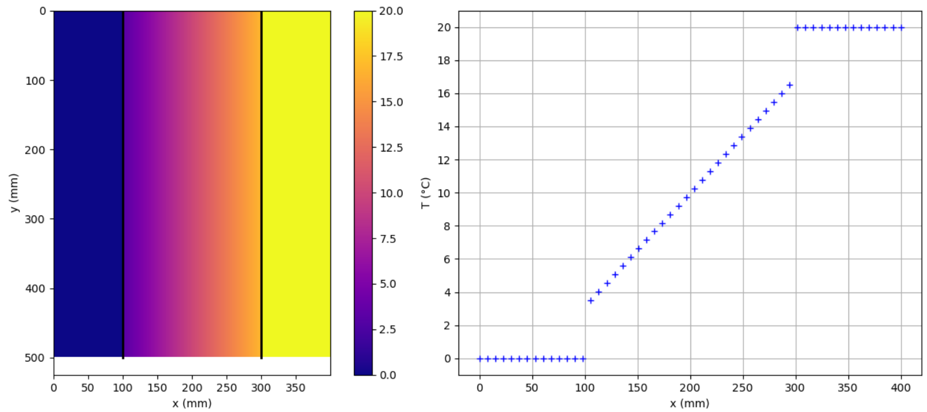
$$T(r) = T_{S1} - \frac{\Phi_{th}}{2\pi L\lambda} \ln \frac{r}{R_1}$$

4. Définir et calculer l'expression de la résistance thermique R_{Th} du tube de cuivre de conductivité thermique $\lambda = 370$ W.m^{-1}.K^{-1}.

5. Rappeler l'expression de la loi de Newton. On précisera les unités, et on notera $h_{C1} = 300$ W.K^{-1}.m^{-2} (respectivement $h_{C2} = 5$ W.K^{-1}.m^{-2}) le coefficient de transfert convectif relatif au fluide de température T_1 (respectivement T_2).
6. Exprimer et calculer les résistances thermiques équivalentes à la convection R_{S1} et R_{S2}.
7. Effectuer un schéma électrique équivalent modélisant cette situation et en déduire la relation entre Φ_{th} et $T_1 - T_2$.
8. Calculer enfin la puissance perdue par l'eau du tube. Commenter.

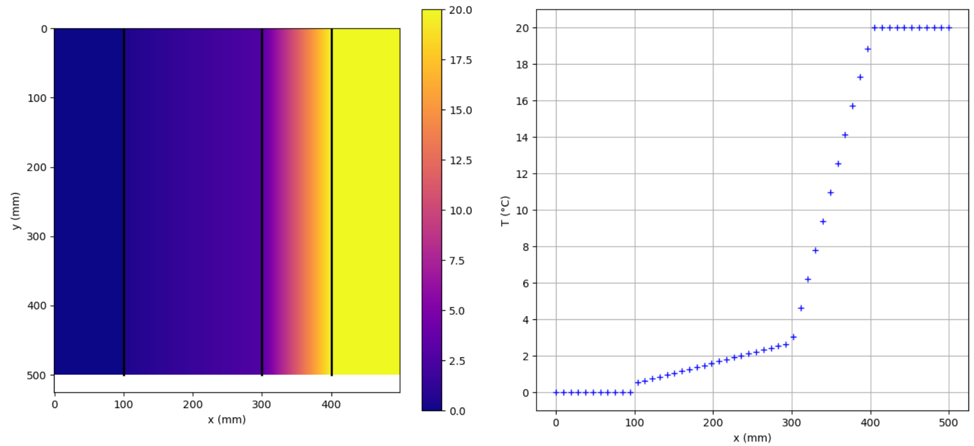
Exercice 4: Isolation intérieure d'un mur en béton ⋆⋆

Un mur en béton, d'épaisseur $e_b = 20$ cm, sépare l'intérieur d'un bâtiment de l'extérieur. Dans un premier temps, le mur n'est pas isolé. La température intérieure de la pièce est maintenu à $T_{\text{int}} = 20°C$, alors que a température extérieure est $T_{\text{ext}} = 0°C$. On donne $\lambda_\text{b} = 0{,}45\,\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. On supposera que les échanges thermiques à chacune des surfaces entre le mur et l'air (intérieure et extérieure) obéissent à la loi de Newton. On suppose le régime stationnaire atteint.
Les images ci-après (issues d'une simulation) permettent de visualiser le profil de température :



1. Déterminer la valeur numérique du flux thermique surfacique à travers ce mur.
2. En déduire une valeur de h, ainsi que l'expression en fonction de λ_b, h et e_b de la résistance thermique d'une surface S de de ce mur en béton. Faire l'application numérique pour $S = 10\,\text{m}^2$

Pour réduire ces pertes thermiques, on choisit d'apposer, entre la pièce et le mur, une épaisseur de $e_\text{i} = 10$ cm d'isolant thermique en polyuréthane solide, de conductivité thermique $\lambda_i = 0{,}030\,\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. On négligera toute présence d'air entre le béton et le polyuréthane [1]. Le nouveau profil est alors donné par :



3. Déterminer l'expression puis la valeur de la nouvelle résistance thermique de l'ensemble, et faire l'application numérique pour $S = 10\,\text{m}^2$ comme précédemment.
4. De quel pourcentage les pertes thermiques ont-elle été réduites par cette isolation ? Commenter.
5. Proposer une analogie électrocinétique pour cette situation, et montrer qu'elle permet de retrouver simplement la valeur de la température de la surface commune entre le béton et l'isolant.

Exercice 5: Effet de cave thermique ⋆⋆

On s'intéresse au sol, de conductivité λ et de capacité thermique massique c_m. La surface du sol, située en $z = 0$, varie en température selon la loi :

$$T(z = 0, t) = T_m + \Delta T \cos(\omega t)$$

1. Tracer l'allure de $T(z = 0, t)$ en fonction du temps. Quel phénomène peut modéliser cette loi ? Quelles sont les significations physiques de T_m, ΔT et ω ?
2. Montrer que, dans le sol, $T(z, t)$ vérifie une équation de diffusion de la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

en précisant l'expression de D.

1. L'hypothèse n'est pas très réaliste puisque les deux surfaces en contact ne sont pas parfaitement planes... mais la conductivité de l'air est très voisine de celle du polyuréthane : cela ne modifierait pas les ordres de grandeurs trouvés.

On recherche la solution de cette équation sous la forme d'une onde atténuée, de la forme :

$$T(z,t) = T_m + \Delta T \exp\left(\frac{-z}{\delta}\right)\cos(\omega t - z/\delta)$$

3. Justifier le nom d'onde atténuée.

4. Prouver que $\delta = \sqrt{\dfrac{2D}{\omega}}$.

5. Tracer l'allure de $T(z)$ à t fixé en faisant apparaître δ. Quelle est la signification physique de δ ?

6. Pour le sol, on a $D \approx 1 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}}$. En déduire les valeurs numériques de δ pour des variations journalières et annuelles de température. Commenter.

Exercice 6: Évacuation de la puissance d'un barreau d'uranium ⋆⋆

Un barreau d'uranium a la forme d'un cylindre de rayon $a = 1\,\mathrm{cm}$. Des réactions nucléaires y produisent une puissance thermique P par unité de volume. La conductivité thermique de l'uranium, dans le domaine de température considéré est $\lambda = 38\,\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}}$. La température ne dépend que de la distance à l'axe du cylindre r, et l'étude se fera en régime stationnaire.

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $T(r)$, et prouver que :

$$T(r) = T_0 - \frac{P}{4\lambda} r^2$$

en précisant la signification de T_0.

2. Déterminer la puissance maximale (rapportée à l'unité de volume) que l'on peut extraire du barreau si l'on ne veut pas que la température dépasse la valeur de 600 °C à l'intérieur du barreau. La température de surface est fixée à 400 °C.

Exercice 7: Survivre dans un Igloo ⋆⋆

Exercice de type résolution de problème

Quelle épaisseur e faut-il donner à un igloo pour survivre ? On pourra envisager les cas d'un igloo de diamètre 2m ou 4m. La conductivité thermique de la neige tassée est $\lambda = 0{,}05\,\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-1}}$. La puissance dégagée par un être humain est $P_0 = 50\,\mathrm{W}$. On supposera que la température extérieure est de $T_{\text{ext}} = -10\,°\mathrm{C}$ et que la survie est assurée si $T_{\text{int}} = 10\,°\mathrm{C}$.

Exercice 8: Explosion ! ⋆⋆⋆

Un réacteur chimique est assimilé à un cylindre d'axe (Ox), de section S et de longueur L contenant des réactifs. La surface latérale et les surfaces extrêmes sont calorifugées. Si la température $T(x,t)$ dépasse le seuil T_0, une réaction chimique se produit. On traite le réacteur comme un milieu homogène de composition constante, décrit par sa conductivité thermique λ, sa masse volumique μ et sa capacité thermique massique c et on traite la réaction chimique comme une source d'énergie thermique : dans un élément de volume $d\tau$, la réaction apporte au milieu une chaleur $\delta Q = A(T - T_0)dtd\tau$. On néglige la convection et on raisonne de façon approchée à pression constante.

1. En faisant un bilan thermique pour une tranche de réacteur comprise entre x et $x + dx$, établir l'équation dont est solution $T(x,t)$.

On cherche alors des solutions de la forme :

$$T(x,t) = T_0 + T_1 \cos(kx - \varphi)\exp(-t/\tau)$$

2. Déterminer l'expression de τ en fonction de k, A, μ, λ et c.

3. Exprimer les conditions aux limites aux extrémités du réacteur. En déduire φ et les valeurs possibles de k en faisant apparaître un entier n.

4. En déduire la valeur minimale L_c de la longueur L du réacteur permettant une explosion.