

ELECTROMAG4 - Ondes électromagnétiques dans le vide

Travaux dirigés

Exercice 1: Ondes planes progressives monochromatiques *

Écrire le champ électrique complexe \vec{E} et déterminer le champ magnétique \vec{B} associé à une onde plane progressive monochromatique :

1. Se propageant selon les x croissants polarisée rectilignement selon \vec{e}_z .
2. Se propageant selon les z décroissants polarisée rectilignement selon \vec{e}_y .
3. Se propageant selon les y décroissants polarisée rectilignement selon \vec{e}_z .

Exercice 2: Polarisation rectiligne ou circulaire ? *

On donne le champ électrique (représentation complexe) modélisant une onde électromagnétique plane progressive. Dire si il s'agit d'une polarisation rectiligne ou circulaire, en justifiant. Si il s'agit d'une polarisation rectiligne, préciser la direction de polarisation, et si il s'agit d'une polarisation circulaire, déterminer si il s'agit d'une circulaire gauche ou droite.

1. $\vec{E}(M, t) = E_0(\vec{e}_x + \vec{e}_y)e^{j(\omega t - kz)}$
2. $\vec{E}(M, t) = E_0(\vec{e}_x + e^{j\pi/2}\vec{e}_y)e^{j(\omega t - kz)}$
3. $\vec{E}(M, t) = E_0(\vec{e}_x + e^{j\pi}\vec{e}_y)e^{j(\omega t - kz)}$
4. $\vec{E}(M, t) = E_0(e^{j\pi/4}\vec{e}_x + e^{-j\pi/4}\vec{e}_y)e^{j(\omega t - kz)}$

Exercice 3: Une onde plane particulière **

Une onde électromagnétique plane monochromatique se déplace dans le vide. Le champ électrique associé a pour composantes cartésiennes :

$$\begin{cases} \frac{E_x}{E_y} = E_0 \exp(j\phi) \\ \frac{E_y}{E_z} = \text{à déterminer (Q2)} \\ \underline{E_z} = 0 \end{cases}$$

avec $\phi = \omega t - \frac{k}{3}(2x + 2y + z)$

1. Déterminer les 3 composantes du vecteur d'onde \vec{k} .
2. Calculer \underline{E}_y en fonction de E_0 et ϕ . Les deux composantes du champ électrique sont-elles en phase ?

3. Calculer le champ magnétique \vec{B} .
4. Calculer la densité volumique d'énergie électromagnétique en fonction de \underline{E}_x et ϕ .
5. Déterminer l'expression du vecteur de Poynting.

Exercice 4: Interférences d'ondes électromagnétiques **

On considère deux ondes électromagnétiques planes progressives monochromatiques, polarisées selon Ox et possédant la même amplitude E_0 , la même pulsation et donc le vecteur d'onde ayant la même norme k . Elles se propagent dans deux directions du plan yOz faisant avec l'axe Oy les angles $+\alpha$ et $-\alpha$.

1. Proposer une formule pour le champ électrique \vec{E}_1 et \vec{E}_2 de chacune de ces deux ondes.
2. En déduire le champ électrique total \vec{E} . L'onde résultante est-elle une onde plane ?
3. Exprimer le champ magnétique \vec{B} dans tout l'espace.
4. Calculer le vecteur de Poynting instantané, et sa valeur moyenne au cours du temps.
5. Montrer que sur certaines surfaces à définir, le vecteur de Poynting est nul à tout instant. Interpréter. Déterminer l'interfrange en fonction de λ et α .

Exercice 5: Champ électrique dans le vide **

On donne la représentation du champ électrique d'une onde électromagnétique dans le vide, en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{E} = E_0 \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) \cos(\omega t - k_0 z) \vec{e}_y - \alpha E_0 \sin\left(\frac{\pi y}{a}\right) \sin(\omega t - k_0 z) \vec{e}_z$$

où α et k_0 sont positifs.

1. Cette onde est-elle plane ? progressive ? transverse électrique ? Justifier.
2. Déterminer α et k_0 en fonction de ω , a et c .¹
3. Déterminer le champ magnétique \vec{B} de cette onde. Cette onde est-elle transverse magnétique ?
4. Calculer le vecteur de Poynting et sa valeur moyenne dans le temps.

Exercice 6: Lame $\lambda/4$ **

Un dispositif simple permet de transformer une onde polarisée rectilignement en onde polarisée circulairement. Il s'agit d'une fine lame de cristal dit *birefringent* qui a pour propriété d'avoir un indice anisotrope : pour une onde polarisée rectilignement, l'indice optique du matériau dépend de la polarisation de l'onde. On admettra pour simplifier

1. Indication : ce champ vérifie les équations de Maxwell dans le vide ainsi que l'équation de propagation.

que dans ce matériau, tout se passe comme si l'onde était dans le vide en remplaçant c par c/n où n est l'indice optique.

Le cristal est placé de telle façon qu'une onde incidente se propageant selon les z croissants polarisée selon \vec{e}_x se propage dans un milieu d'indice n_x et qu'une onde se propageant selon les z croissants polarisée selon \vec{e}_y se propage dans un milieu d'indice n_y . La lame occupe l'espace compris entre $z = 0$ et $z = e$.

1. Le champ \vec{E} dans le cristal vaut :

$$\underline{\vec{E}_x} = E_0 e^{j(\omega t - k_1 z)} \vec{e}_x$$

Exprimer k_1 en fonction de ω , c et n_x . En déduire l'expression de $\underline{\vec{E}_x}$ sur la face de sortie du cristal.

2. Faire de même pour

$$\underline{\vec{E}_y} = E_0 e^{j(\omega t - k_2 z)} \vec{e}_y$$

3. On suppose maintenant que la lame a été taillée afin de vérifier la relation suivante :

$$(n_x - n_y)e = \frac{\pi c}{2\omega}$$

Le champ à l'entrée de la lame est tel que $\underline{\vec{E}}(z = 0) = E_0 e^{j\omega t} (\vec{e}_x + \vec{e}_y)$. Comment qualifier l'état de polarisation de cette onde ? Déterminer alors le champ électrique à la sortie de la lame et caractériser sa polarisation.

4. Justifier le titre de l'exercice en raisonnant sur la différence de marche introduite entre les deux ondes polarisées selon \vec{e}_y et \vec{e}_x par le cristal.

Exercice 7: Récepteur d'onde ***



Exercice de type résolution de problème

Un émetteur de puissance moyenne $P_m = 3 \text{ kW}$ émet des ondes électromagnétiques monochromatiques de fréquence $\nu = 1 \text{ MHz}$ de manière isotrope dans tout l'espace. À une distance $r = 50 \text{ km}$ de l'émetteur, on place un cadre de réception plan carré de côté $a = 20 \text{ cm}$ sur lequel on a enroulé $N = 100$ spires de fil conducteur. Soit U la f.e.m qui apparaît aux bornes A et B du cadre supposées très proches. On cherche à obtenir une valeur efficace U_{eff} de U la plus grande possible : déterminer l'orientation du cadre ainsi que la valeur correspondante de U_{eff} (on considérera une polarisation rectiligne de l'onde incidente).

Il est attendu du candidat qu'il précise et justifie la modélisation adoptée, les phénomènes physiques identifiés, et les hypothèses utilisées.