

Le mouvement brownien, entre chocs aléatoires et cycles statistiques

Antonin MOUSSOT, MP₁-MPi, 2026-2027

17 janvier 2026

Professeur encadrant : M. Chauchat

Motivations pour le choix du sujet (50 mots)

Dans un premier temps, j'ai beaucoup apprécié la découverte de ce phénomène, le cheminement de pensée des scientifiques comme Albert Einstein ou Jean Perrin, qui ont ainsi démontré le modèle de l'atome. De plus retrouver ce phénomène en mathématique statistique est assez fascinant.

Ancrage du sujet au thème de l'année (50 mots)

Malgré son caractère aléatoire à l'échelle microscopique, le mouvement brownien présente des formes de régularités statistiques à plus grande échelle. La tendance à repasser par une région visitée lors de l'étude d'un mouvement brownien statistique ainsi que la croissance linéaire du déplacement quadratique moyen témoignent de cycles probabilistes.

Positionnement thématique

Physique théorique, Mathématiques statistiques

Mots-clefs

Mots-clefs – Mouvement brownien – Colloïdes – Marche aléatoire – Diffusion
– Déplacement quadratique moyen

Keywords – Brownian motion – Colloids – Random walk – Diffusion – Mean square displacement

Bibliographie commentée (650 mots maximum)

Le mouvement brownien a été observé pour la première fois en 1827 par le botaniste britannique Robert Brown, lors de l'étude de grains de pollen en suspension dans l'eau. Il observe alors un mouvement erratique, permanent, qui persiste en l'absence de toute action extérieure visible. Brown montre également que ce mouvement n'est pas lié à la provenance organique du pollen ce qui exclut toute cause biologique et pose un problème physique fondamental, l'origine de ce mouvement.

Albert Einstein apporte une explication théorique décisive en 1905. Dans ses travaux sur le mouvement brownien, Einstein interprète ce phénomène comme la conséquence directe de l'agitation thermique des molécules du fluide, qui entrent en collision avec la particule en suspension [1]. Il adopte une approche statistique et montre que, bien que la position moyenne d'une particule soit nulle en l'absence de force extérieure, son déplacement quadratique moyen quant à lui n'est pas nul et croît linéairement avec le temps. Einstein établit ainsi la relation

$$\langle r^2(t) \rangle = 2nDt$$

où D est le coefficient de diffusion et n la dimension de l'espace [1]. Ce résultat met en évidence le phénomène et relie un comportement macroscopique à des paramètres microscopiques.

L'importance de cette théorie dépasse le cadre du mouvement brownien. Comme Pourprix et Lannoo ainsi que Paty l'expliquent, le raisonnement d'Einstein donne une méthode indirecte pour valider le modèle de l'atome, encore débattu au début du XXe siècle [1][2]. En effet l'étude statistique du mouvement permet de déterminer des constantes fondamentales, ce qui viendra conforter l'hypothèse de l'existence des atomes. Ces prédictions théoriques sont confirmées expérimentalement par Jean Perrin, qui étudie le mouvement de particules colloïdales et exploite les résultats d'Einstein pour déterminer la constante d'Avogadro. Ses expériences apportent une preuve expérimentale décisive de la réalité atomique et contribuent fortement à l'évolution de la physique, ce qui lui a valu le prix Nobel en 1926 [3].

Du point de vue physique, le mouvement brownien peut être interprété comme le résultat d'une boucle permanente d'échange d'énergie entre la particule et le fluide, chaque choc avec une molécule du fluide transfère une faible quantité d'énergie cinétique, sans direction privilégiée, ce ~~que~~ ~~entretient~~ le mouvement. L'intensité de ce mouvement dépend également directement de la température, une augmentation de l'agitation thermique entraîne une augmentation du coefficient de diffusion et donc du déplacement quadratique moyen [4].

Sur le plan mathématique, le mouvement brownien est modélisé comme la limite continue des marches aléatoires. Bien que chaque trajectoire individuelle soit irrégulière, non dérivable et imprévisible, des propriétés statistiques globales émergent. En particulier, en dimension deux, une marche aléatoire est dite récurrente, elle revient avec une probabilité de 1 dans un voisinage arbitrairement proche de son point de départ [5]. Cette propriété, présentée notamment dans des cours d'un niveau universitaires sur le mouvement brownien [6][7], permet d'interpréter le phénomène comme présentant une forme de cycle probabiliste, bien que la trajectoire ne soit pas périodique au sens classique.

définir la notion de cycle probabiliste

Problématique retenue (50 mots)

En quoi le mouvement brownien, a priori désordonné et aléatoire à l'échelle microscopique, peut-il révéler une forme de régularité et de cycle probabiliste lorsqu'il est étudié à l'aide des des outils mathématiques et de la physique statistique ?

Objectifs du TIPE (100 mots maximum)

1. **Expérimentation** : dans un premier temps, je réaliserai l'expérience historique, en montrant les précautions à prendre et les limites d'observation.
2. **Modélisation** : grâce à l'expérience précédente j'étudierai la trajectoire d'une particule pour en extraire des données qui témoignent d'un phénomène cyclique. On pourra également tenter de retrouver la constante d'Avogadro à la manière de Perrin.
3. **Approche théorique** : enfin je traiterai le mouvement brownien dans son sens mathématique pour étudier sa régularité et le lier à une cycle probabiliste.

Références

- [1] B. POURPRIX et J. LANNOO : Albert einstein et la théorie du mouvement brownien. *Bulletin de l'Union des Physiciens*, (1123), 1984. <http://materiel-physique.ens-lyon.fr/Logiciels/CD%20N%C2%B0%203%20BUP%20DOC%20V%204.0/Disk%202/TEXTES/1981/06341123.PDF>.
- [2] Michel PATY : 1905, l'année admirable. *Pour la Science*, pages 26–33, 2004. Chapitre « Mouvement moléculaire et théorie du mouvement brownien ». <https://shs.hal.science/halshs-00177342>.
- [3] Jean PERRIN : *Les Atomes*. Félix Alcan, 1909.

- [4] SCIENCE-QUESTIONS : Qu'est-ce que le mouvement brownien? Science-Questions.org, 2023. https://fr.science-questions.org/questions_de_science/166/Qu_est-ce_que_le_mouvement_brownien/.
- [5] WIKIPÉDIA : Théorème de pólya (marches aléatoires). Wikipédia, 2025. Consulté en 2025. https://fr.wikipedia.org/wiki/Marche_al%C3%A9atoire#Th.C3.A9or.C3.A8me_de_P.C3.B3lya_.281921.29.
- [6] Dominique BAKRY : Le mouvement brownien. Université Toulouse III, 2009. <https://www.math.univ-toulouse.fr/~bakry/Brownien.pdf>.
- [7] Renaud BOURLÈS : Chapitre 15 – mouvements browniens. CentraleSupélec, 2015. <http://renaud.bourles.perso.centrale-med.fr/MathsFi/Chap%2015%20-%20Mouvements%20Browniens.pdf>.