



FIG. 1 : Transformateur idéal de tension.

On étudie un modèle simplifié de transformateur schématisé en **Figure 1**. Il est constitué d'un matériau magnétique torique d'axe (Oz) à section carrée de côté a et de rayon intérieur R . On suppose que le milieu magnétique est parfait. L'espace est rapporté à la base cylindrique illustrée pour un point M quelconque sur le schéma. Le bobinage dit « primaire » noté C_1 est enroulé en N_1 spires autour de ce tore. Il est parcouru par un courant d'intensité i_1 . Le bobinage dit « secondaire » noté C_2 est, de la même manière, enroulé en N_2 spires autour de ce tore et est parcouru par un courant d'intensité i_2 . On supposera que le tore constitué d'un matériau ferromagnétique se comporte de manière analogue au vide. De plus, on admet que les propriétés magnétiques du matériau garantissent que, du point de vue des symétries et invariances, tout se passe comme si chacun des deux enroulements faisaient tout le tour du tore. Les expressions utilisant μ_0 la perméabilité magnétique du vide seront identiques dans le matériau en utilisant μ sa perméabilité. On donne $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

1. Justifier soigneusement que le champ magnétique $\vec{B}_1$ créé à l'intérieur du tore par le courant circulant dans C_1 s'écrit

$$\vec{B}_1(r, \theta, z) = B_1(r, z) \vec{e}_\theta.$$

2. En appliquant le théorème d'Ampère à un contour soigneusement précisé, déterminer le champ magnétique créé par le circuit C_1 en tout point à l'intérieur du tore.

3. Établir l'expression du flux magnétique ϕ_1 du champ magnétique à travers une spire du circuit C_1 .
4. En déduire le flux total Φ_1 au travers des N_1 spires du circuit C_1 .
5. Rappeler la définition de l'inductance propre (ou coefficient d'auto inductance).
6. En déduire que l'inductance propre du circuit C_1 est

$$L_1 = \frac{N_1^2 a \mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{R + a}{R} \right).$$

7. Quelle est alors l'expression de l'inductance propre du circuit L_2 ?
8. Rappeler la définition du coefficient d'inductance mutuelle M . Démontrer que ce coefficient vaut

$$M = \frac{N_1 N_2 a \mu_0}{2\pi} \ln \left(\frac{R + a}{R} \right).$$

9. La résistance des bobinages étant négligée, exprimer les tensions u_1 et u_2 aux bornes du primaire et du secondaire en fonction de di_1/dt , di_2/dt , L_1 , L_2 et M
10. En déduire l'équation suivante pour u_1

$$u_1 = \frac{L}{M} u_2 + \frac{M^2 - L_1 L_2}{M} \frac{di_2}{dt}.$$

11. Prouver que cette relation se simplifie en

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

12. Le fonctionnement d'un transformateur est-il possible pour des signaux continus ? Justifier la réponse.

13. Pour des signaux périodiques, montrer que les puissances moyennes au primaire et au secondaire vérifient

$$\langle u_1 i_1 \rangle + \langle u_2 i_2 \rangle = 0.$$

14. Que peut-on dire du rendement en puissance entre primaire et secondaire ?
15. Quel peut être l'intérêt d'utiliser un transformateur si les circuits primaire et secondaire comportent le même nombre de spires ?
16. Les matériaux magnétiques des transformateurs sont réalisés en accolant des feuillets en acier. Quel type de pertes cherche-t-on ainsi à éviter ?