

ELECTROMAG6 - Rayonnement dipolaire électrique

Travaux dirigés

Exercice 1: Modèle planétaire de l'atome ★

On représente un atome par un noyau immobile de charge $+e$ autour duquel gravite un électron ponctuel de masse m et de charge $-e$, en orbite circulaire de rayon r .

1. Retrouver l'expression de la vitesse puis de l'énergie mécanique de l'électron sur une telle orbite.
2. La théorie de l'électromagnétisme indique qu'une particule chargée d'accélération γ rayonne une puissance sous forme électromagnétique d'expression :

$$P_{\text{ray}} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{e^2 \gamma^n}{c^3}$$

Déterminer la valeur de n par analyse dimensionnelle.

3. Expliquer en quoi ce modèle est incompatible avec l'existence d'atomes stables. Citer un autre exemple d'incompatibilité entre ce modèle classique et le comportement de l'atome.

Exercice 2: Dipôle magnétique oscillant ★★

Soit un dipôle magnétique oscillant (pulsation ω), placé en un point O fixe, dont le moment dipolaire est $\vec{M}(t) = M_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ où M_0 est une constante, tout comme le vecteur unitaire $\vec{e}_z$. On raisonne dans un système de coordonnées sphériques d'axe (Oz).

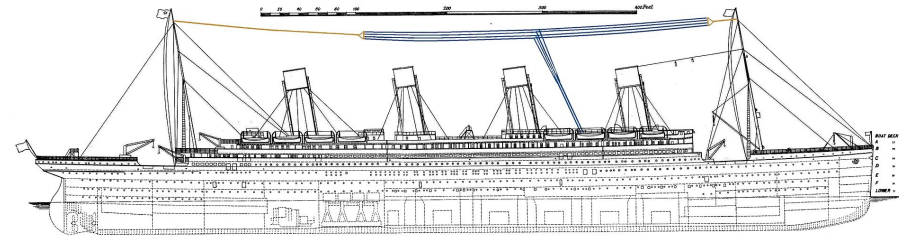
1. Si l'on suppose le dipôle magnétique réalisé par une petite spire circulaire de courant (rayon a , courant $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$), proposer une disposition cohérente de celle-ci (schéma) et l'expression à adopter pour M_0 en fonction de I_0 et a .
2. On admet que le dipôle magnétique produit dans sa zone de rayonnement un champ électromagnétique dont les expressions sont, avec $k = \omega/c$,

$$\frac{\mu_0 M_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi r c} \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\varphi \quad \text{et} \quad -\frac{\mu_0 M_0 \omega^2 \sin \theta}{4\pi r c^2} \cos(\omega t - kr) \vec{e}_\theta$$

Identifier le champ électrique et le champ magnétique en donnant au moins 2 arguments indépendants pour justifier la réponse.

3. Commenter la structure du champ électromagnétique rayonné et la comparer à celle des champs rayonnés par un dipôle électrique oscillant de la forme $\vec{p}(t) = p \cos(\omega t) \vec{e}_z$ (On pourra reprendre les expressions des champs dans le cours correspondant).
4. Calculer la puissance moyenne rayonnée dans tout l'espace par le dipôle magnétique oscillant.
5. En utilisant le modèle planétaire d'un atome d'hydrogène où l'électron décrit une trajectoire circulaire de rayon $a = 53 \text{ pm}$ à la vitesse $v = c/137$ (orbitale 1s), évaluer les ordres de grandeurs des moments dipolaires électrique ou magnétique d'un atome. Comparer alors les importances respectives des rayonnements de ces deux types de dipôles, à fréquence d'oscillation identique (on rappelle que la puissance moyenne rayonnée dipolaire électrique est $\langle P_{\text{ray}} \rangle = \frac{\omega^4 p_0^2}{12\pi\epsilon_0 c^3}$).

Exercice 3: Antenne en T ★★★



L'antenne en T utilisée sur le Titanic qui a servi à envoyer un tristement célèbre message de détresse...

On étudie un modèle simplifié d'une antenne « en T ». Ses deux conducteurs rectilignes et perpendiculaires sont parallèles respectivement aux axes Oy et Oz du repère dont l'origine O est placée sur l'antenne. On admet que le champ électromagnétique qu'elle émet est semblable à celui de deux dipôles oscillants placés en O et de moments dipolaires alimentés en quadrature de phase : $\vec{p}_1 = p_0 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ et $\vec{p}_2 = p_0 \sin(\omega t) \vec{e}_y$. On rappelle que le champ électrique $\vec{E}_1$, créé par le dipôle $\vec{p}_1$ dans sa zone de rayonnement s'écrit, en un point M de coordonnées sphériques r, θ et φ axées par le dipôle :

$$\vec{E}_1 = \frac{\mu_0 \omega^2 p_0 \sin \theta}{4\pi r} \cos(\omega(t - r/c)) \vec{e}_\theta$$

1. Donner les conditions que doit satisfaire une antenne réceptrice pour que l'on puisse dire qu'elle se trouve dans la zone de rayonnement de l'antenne émettrice. On désignera par a la taille de chaque antenne.

2. L'antenne réceptrice se trouve au point M_1 tel que $OM_1 = x\vec{u}_x$ avec $x > 0$. Établir l'expression le champ électromagnétique $(\vec{E}_1, \vec{B}_1)$ créé par le dipôle $\vec{p}_1$ au point M_1 . Donner l'expression des champs en coordonnées cartésiennes, c'est-à-dire en fonction notamment de x et des vecteurs de base du repère cartésien. Faire de même pour le champ $(\vec{E}_2, \vec{B}_2)$ créé par le dipôle $\vec{p}_2$ au point M_1 .
3. Déterminer le champ électromagnétique total $(\vec{E}, \vec{B})$ en M_1 . Discuter son état de polarisation.
4. Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ au point M_1 , ainsi que sa moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi} \rangle$. Commenter.
5. L'antenne réceptrice est parabolique et on la modélise par un disque de rayon a dans le plan M_1yz . On supposera $a \ll x$. Calculer la puissance électromagnétique moyenne $\langle P \rangle$ reçue par cette antenne.
6. Si l'on prend cette fois un point M tel que $OM = x\vec{u}_y$ (même x que pour M), quel est l'état de polarisation de l'onde reçue en ce lieu ? Si l'antenne réceptrice précédente est placée en M_2 , dans le plan M_2xz , comparer la puissance moyenne $\langle P' \rangle$ reçue à $\langle P \rangle$.