

THERMO3 - Introduction à la physique statistique

Travaux dirigés

Exercice 1: Ordres de grandeurs ★

1. Estimer l'ordre de grandeur du nombre N de molécules présentes dans une masse $m = 1$ g de matière.
2. Estimer l'ordre de grandeur de la distance d_{cd} entre deux molécules dans une phase condensée. La comparer à la taille a d'une petite molécule.
3. Estimer l'ordre de grandeur de la distance d_g entre deux molécules dans une phase gaz en conditions usuelles. La comparer à la taille a d'une petite molécule.
4. Une autre distance caractéristique intervient dans les fluides : le **libre parcours moyen** ℓ qui est la *distance moyenne parcourue par une molécule du fluide entre deux chocs avec d'autres molécules*. On admet, en ordre de grandeur, que $\ell \sim d^3/a^2$ où d et a ont déjà été définis. Comparer ℓ , d et a pour un liquide et pour un gaz en conditions usuelles.

Exercice 2: Expérience de Jean Perrin ★★

Dans son livre Les atomes publié en 1913, Jean Perrin décrit des expériences qui lui ont permis de mesurer la constante d'Avogadro. Il observe au microscope une suspension de grains sphériques dans l'eau, tous les grains ayant un rayon $a = 0,212 \mu\text{m}$ et une densité $d = 1,194$. A l'aide d'une cuve de $h_c = 100 \mu\text{m}$ de hauteur et contenant 13000 grains, Jean Perrin a effectué des mesures de concentrations $n(z)$ au niveau de quatre plans horizontaux équidistants (relativement à une concentration de référence n_0 non précisée) :

$z (\mu\text{m})$	5	35	65	95
$n(z)/n_0$	100	47	22,6	12

1. Au quelles forces sont soumis les grains de pollen ? Montrer que l'énergie potentielle $E_p(z)$ d'un grain d'altitude z a pour expression :

$$E_p(z) = \frac{4}{3}\pi a^3 \mu_{\text{eau}} g (d-1)z$$

Dans la suite on posera $E_p(z) = Az$.

2. En faisant l'hypothèse que les grains suivent la loi de Boltzmann, déterminer une longueur caractéristique h dépendant de A , k_B et T , longueur caractérisant la répartition des grains selon l'axe Oz . Quel est l'ordre de grandeur de h à la température ambiante $T = 293$ K ? Commenter. Tracer l'allure de la concentration en pollen en fonction de z .
3. En déduire une valeur approchée de la constante de Boltzmann, puis celle de la constante d'Avogadro sachant que la constante des gaz parfaits est $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$. On prendra $T = 293$ K.

Exercice 3: Mesure de très faibles températures ★★

Un milieu est constitué de $N \gg 1$ particules qui, placées dans un champ magnétique extérieur uniforme et permanent $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ et possédant un moment magnétique $\vec{\mu} = \pm \mu \vec{e}_z$, forment un système à deux niveaux d'énergie. Par la mesure de l'aimantation $\vec{M} = \sum_{k=1}^N \vec{\mu}_k$, qui est la résultante vectorielle des N moments dipolaires, on souhaite accéder à la mesure de la température T de l'enceinte extérieure, assimilée à un thermostat avec lequel le système est en équilibre.

1. Définir les deux niveaux d'énergie et exprimer la probabilité qu'à une des particules indépendantes, d'avoir l'une ou l'autre orientation de son moment dipolaire.
2. En déduire la valeur moyenne statistique de l'aimantation $\langle \vec{M} \rangle$.
3. Tracer le graphe de $\langle \vec{M} \rangle \cdot \vec{e}_z$ en fonction de B_0 à température fixée.
4. Sur le graphique précédent, on se restreint aux domaines de faibles champs, et on définit la **susceptibilité magnétique** χ comme la constante de proportionnalité entre champ et aimantation : $\langle \vec{M} \rangle = \chi \vec{B}$. Exprimer χ en fonction de la température. Quel intérêt présente cette grandeur pour la mesure des très faibles températures ?

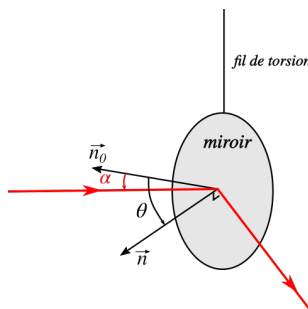
Exercice 4: Système à 3 niveaux d'énergie ★★

On considère un système dont les N atomes peuvent occuper trois niveaux d'énergie $E_1 = -\varepsilon$, $E_2 = 0$ et $E_3 = +\varepsilon$ où ε est une constante positive. Ce système est en équilibre avec un thermostat à la température T . Une telle situation se rencontre en physique dans l'étude du magnétisme de certains atomes.

1. Exprimer les nombres moyens $\langle N_i \rangle$ pour $i = (1, 2, 3)$ d'atomes dans les trois états. Commenter les limites de basse et de haute températures.
2. Calculer l'énergie moyenne $\langle E \rangle$ des particules à la température T .
3. Tracer l'allure de la courbe $\langle E \rangle = f(T)$
4. Sans calcul, décrire qualitativement l'évolution de la capacité thermique à volume constant $C(T)$.

Exercice 5: Expérience de Kappler ★★

L'expérience de Kappler (1931) a permis de mesurer la constante de Boltzmann à partir des fluctuations de position d'un petit pendule de torsion placé dans une enceinte thermostatée de température T . Le pendule est constitué avec un petit miroir suspendu au bout d'un fil de quartz. Ce miroir peut tourner autour de l'axe du fil et sa position est repérée par l'angle de torsion θ du fil (angle entre la normale $\vec{n}$ au miroir et la direction $\vec{n}_0$ de celle-ci lorsque le fil n'est pas déformé). L'énergie potentielle associée à la torsion du fil est $\frac{1}{2}C\theta^2$ où C est une constante caractérisant le comportement mécanique de torsion du fil.



1. Un rayon lumineux arrivant sur le miroir fait un angle α avec $\vec{n}_0$. Quel est l'angle α' entre le rayon réfléchi et $\vec{n}_0$? Le rayon réfléchi arrive sur un film photographique situé à grande distance L du miroir. Exprimer le déplacement d du point d'impact lorsque θ varie d'un angle très faible $\Delta\theta$.
2. Du fait des chocs des molécules du gaz contenu dans l'enceinte avec le miroir, l'angle θ fluctue autour de 0. Rappeler l'énoncé du théorème d'équipartition de l'énergie, en déduire l'expression de $\langle\theta^2\rangle$.
3. Avec les données $T = 287,1$ K, $C = 9,428 \times 10^{-16}$ kg·m²·s⁻² et $L = 0,865$ m, Kappler a mesuré $\langle d^2 \rangle = 1,250 \cdot 10^{-5}$ m. Quelle valeur de la constante de Boltzmann a-t-il trouvée?

Exercice 6: Contribution électronique à la capacité thermique ★★★

La capacité thermique d'un gaz est la somme de contributions provenant des énergies de translation, de rotation et de vibration, mais aussi possiblement de l'énergie des électrons. Cet exercice se propose une évaluation chiffrée de cette contribution pour deux éléments.

1. On s'intéresse à l'atome d'hydrogène. Les niveaux d'énergie électroniques de l'atome d'hydrogène sont $E_n = -13,6/n^2$ en électron-volt, avec $n \in \mathbb{N}^*$.
 - (a) Quelle est la différence d'énergie Δ entre l'état fondamental et le premier niveau excité?
 - (b) Le niveau d'énergie E_n est dégénéré $2n^2$ fois, ce qui signifie que pour une énergie E_n il existe $2n^2$ états quantiques différents pour l'électron possédant cette énergie. Sachant que chaque état quantique est peuplé par l'agitation thermique selon la loi de Boltzmann, calculer le rapport du nombre d'atomes d'hydrogène dans le premier niveau excité sur le nombre d'atomes au niveau fondamental, à l'équilibre thermique à la température $T = 298$ K.

- (c) Quelle est l'influence des niveaux d'énergie électroniques sur la capacité thermique de l'hydrogène atomique H à température ordinaire?

Le même comportement est observé pour la plupart des atomes, mais pas pour certains halogènes comme le chlore qui est abordé ensuite.

2. L'atome de chlore Cl possède un niveau électronique fondamental dégénéré quatre fois, et un premier niveau excité dégénéré deux fois, dont la différence d'énergie est de $\Delta = 109$ meV seulement. On ne tient compte dans la suite que de ces deux niveaux d'énergie dégénérés.
 - (a) Calculer le rapport du nombre d'atomes de chlore dans le premier niveau excité sur le nombre d'atomes dans l'état fondamental, à l'équilibre à la température $T = 298$ K. On prendra l'énergie du niveau fondamental nulle.
 - (b) Exprimer, en fonction de Δ et $k_B T$, l'énergie électronique moyenne $\langle E_{el} \rangle$ d'un atome de chlore en équilibre avec un thermostat à la température T .
 - (c) En déduire la contribution $C_{m,el}$ à la capacité thermique molaire du gaz Cl de l'énergie d'excitation électronique en fonction de R , T $\Theta_{el} = \Delta/k_B$.
 - (d) On admet que cette fonction passe par un maximum pour $T_m \simeq 0,45\Theta_{el}$. Calculer numériquement Θ_{el} , T_m et $C_{m,el}(T_m)$. Commenter.