

# Révisions d'électronique

Ce devoir comme tous les DM est facultatif et conseillé, à rendre le jour de la rentrée. Le corrigé est disponible sur le cahier de prépa. Pour toute question, envoyez moi un mail.

Conseils valables pour les concours à appliquer dès maintenant.

- Soigner la présentation, la syntaxe et l'orthographe.
- Mener les calculs intégralement littéralement puis ensuite éventuellement faire l'application numérique. Ne jamais oublier l'unité.
- Encadrer les résultats.
- Tous les résultats doivent être justifiés.
- Vérifier systématiquement l'homogénéité et le caractère vectoriel ou scalaire des résultats.

## Géométrie utile

Rappeler sans justification les résultats suivants

- Périmètre d'un cercle de rayon  $R$ ,
- Aire d'un disque de rayon  $r$ ,
- Aire d'une sphère de rayon  $a$ ,

- Volume d'une boule de diamètre  $d$ ,
- Volume d'un cylindre de hauteur  $h$  de rayon  $R$ ,
- Surface latérale d'un cylindre de hauteur  $l$  de rayon  $r$ .

## 1 Recharge d'un condensateur

Un générateur de tension continue  $E$  est placé dans un circuit  $RLC$  série afin de charger un condensateur de capacité  $C = 1 \mu\text{F}$  initialement déchargé. On note  $u$  la tension aux bornes du condensateur orientée de sorte qu'au bout d'un temps infini,  $u \rightarrow +E$ .

1. Montrer que  $u$  vérifie l'équation différentielle

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \omega_0^2 E.$$

Exprimer  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

2. À l'aide de la Figure 1 déterminer  $E$ ,  $\omega_0$ , et  $Q$  puis  $L$  et  $R$ .

## 2 Filtrage

On considère le filtre de la Figure 2.

1. À l'aide d'une étude du comportement asymptotique du filtre ci-dessus, déterminer la nature de celui-ci.

On définit la fonction de transfert  $\underline{H} = \frac{u_s}{u_e}$ .

2. Déterminer  $\underline{H}$  et la mettre sous la forme

$$\underline{H} = \frac{A}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}.$$

3. Tracer l'allure de  $|\underline{H}|(\omega)$  en justifiant. Justifier l'existence d'une résonance en tension

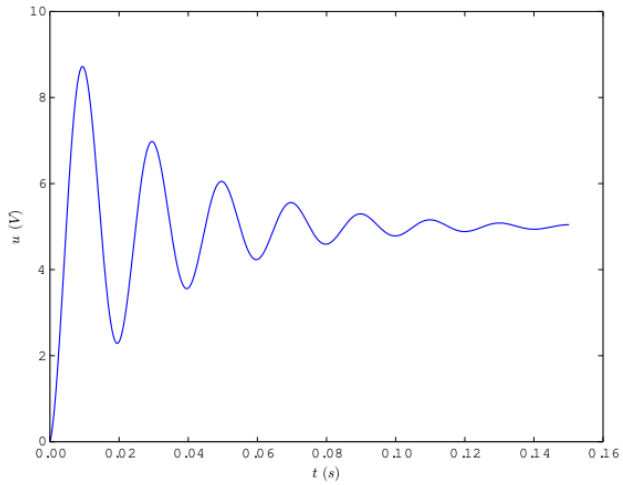


FIG. 1 : Charge du condensateur

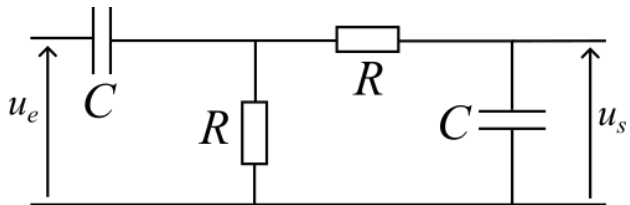


FIG. 2 : Filtre

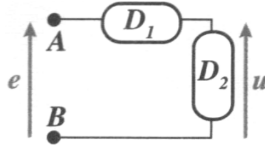


FIG. 3 : Dipôle mystère

4. Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude, en justifiant les pentes asymptotiques en basses et hautes fréquences.

### 3 Circuit mystère

On considère un dipôle  $AB$  formé de deux éléments  $D_1$  et  $D_2$  en série représenté en Figure 3. Ce dipôle est constitué d'une résistance  $R$ , d'une bobine idéale d'inductance  $L$  et d'un condensateur de capacité  $C$ . Les dipôles  $D_1$  et  $D_2$  contiennent au moins un composant. Déterminer la façon dont sont branchés ces trois composants ainsi que leurs valeurs sachant que si le dipôle est alimenté en régime continu par une source de tension  $E = 15 \text{ V}$  il est parcouru par un courant d'intensité  $I = 15 \text{ mA}$  et que l'étude de la fonction de transfert  $u/e$  montre qu'il s'agit d'un filtre passe-bande de gain maximal pour la fréquence  $f_0 = 1.16 \text{ kHz}$  et de bande-passante  $\Delta f = 0.34 \text{ kHz}$ .

### 4 Détection par boucle inductive

En milieu urbain, la détection par boucle inductive est utilisée pour la gestion des temps d'attente aux feux rouges. Le capteur est une boucle conductrice d'inductance propre  $L_1$  implantée dans la chaussée formée de spires de la taille de l'ordre du mètre. Cette boucle est sous une tension  $u(t)$  alimentée par un courant  $i_1(t)$ . Lorsqu'un véhicule passe sur cette boucle, des courants de Foucault sont induits dans ses parties métalliques. On modélise le véhicule par un circuit d'inductance  $L_2$  parcouru par un courant  $i_2(t)$ . On note  $M$  le coefficient d'inductance mutuelle entre les deux circuits. On néglige la résistance des circuits représentés en Figure 4.

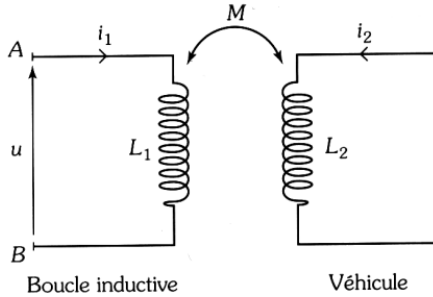


FIG. 4 : Boucle inductive de détection

1. Écrire les deux équations différentielles couplées vérifiées par les courants  $i_1$  et  $i_2$ .
2. Éliminer  $i_2$  entre ces deux équations et donner l'équation différentielle liant  $u$  et  $i_1$ . En déduire qu'en présence du véhicule, le dipôle  $AB$  est équivalent à une inductance propre  $L_0$  à exprimer en fonction de  $L_1$ ,  $L_2$  et  $M$ .

Cette boucle fait partie d'un circuit électrique oscillant dont la fréquence est fonction de son inductance.

3. Ce circuit est composé d'un condensateur en série avec le dipôle  $AB$ . Quelle est sa pulsation de résonance ?  
On suppose que la présence du véhicule fait peu varier l'inductance de la boucle  $L_0 \simeq L_1$ .
4. Calculer la variation relative de la fréquence en fonction de la variation relative d'inductance  $\Delta L = (L_1 - L_0)/L_1$ .

## 5 Mesure de fréquence

On souhaite mesurer la faible différence de fréquence entre deux signaux de fréquences  $f_-$  et  $f_+ > f_-$  avec

$$f_+ \simeq f_- \simeq 4 \times 10^4 \text{ Hz et } f_+ - f_- \ll f_-.$$

En manipulant ces deux signaux on a obtenu un signal  $s$  résultat de la superposition d'un signal sinusoïdal à la fréquence  $f_+ + f_-$  et un à la fréquence  $f_+ - f_-$ .

1. Donner l'expression de  $s$  en fonction du temps en introduisant les grandeurs nécessaires.
2. Quel type de filtre permet d'obtenir en sortie de filtre un signal de fréquence  $f_+ - f_-$  ?
3. Proposer un schéma électrique de filtre passif d'ordre 1 et un autre d'ordre 2 convenable.
4. Quelle valeur usuelle des composants choisir pour réaliser chacun de ces deux filtres ?

Une fois le signal filtré, il suffit de mesurer la fréquence du signal sinusoïdal en sortie.

## 6 Mesure de résistance

On veut mesurer la valeur d'une résistance  $R_p$ . On la place dans un pont de Wheatstone dont le schéma est représenté en Figure 5 dont la résistance  $R_c$  est réglable.

1. Exprimer l'intensité  $i(t)$  en fonction de  $e(t)$  et des résistances pertinentes.
2. Montrer que la tension mesurée entre les bornes  $A$  et  $B$  s'écrit

$$v(t) = \frac{R_1 R_p - R_2 R_c}{R_c + R_1} i(t).$$

On fait varier  $R_c$  de sorte à annuler cette tension mesurée.

3. En déduire la valeur de  $R_p$ .

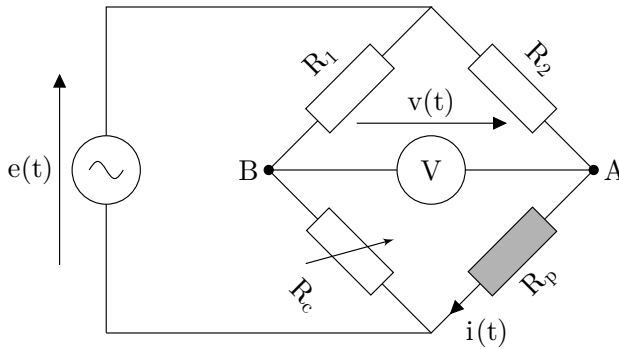


FIG. 5 : Pont de Wheatstone

## 7 Mesure de capacité

Dans certains appareils photographiques un condensateur dont la capacité  $C$  varie avec les vibrations du boîtier permet de stabiliser les prises de vue. Pour mesurer la valeur de la capacité on forme un circuit oscillant  $LC$  série à l'aide d'une bobine d'inductance  $L$ .

1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur.
2. Exprimer la fréquence des oscillations de cette tension en fonction de  $C$  et  $L$ .

Lors de la vibration de l'appareil, la capacité varie faiblement autour de sa valeur en l'absence de vibration  $C_0$ . On écrit donc

$$C = C_0 + \Delta C \text{ avec } \Delta C \ll C_0.$$

3. Montrer qu'à l'ordre 1 en  $\Delta C/C_0$ , la fréquence d'oscillation de la tension s'écrit

$$f = f_0 \left( 1 - \frac{\Delta C}{2C_0} \right),$$

où  $f_0$  est une constante à exprimer en fonction de  $L$  et  $C_0$ .

Pour une vibration sinusoïdale de l'appareil photographique, la variation relative de capacité s'écrit

$$\frac{\Delta C}{C_0} = A \cos(\omega t + \phi),$$

où  $A$ ,  $\omega$  et  $\phi$  ne dépendent pas du temps. La fréquence vaut donc

$$f(t) = f_0 \left( 1 - \frac{1}{2} A \cos(\omega t + \phi) \right).$$

Ainsi la fréquence du signal varie au cours du temps, on définit donc la fréquence instantanée

$$f_{\text{ins}}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt},$$

où  $\varphi(t)$  est la phase de  $u_C$ , ainsi

$$u_C(t) = U_0 \cos(\varphi(t)) = U_0 \cos(2\pi f(t)t).$$

4. Déterminer l'expression de la fréquence instantanée.

La fréquence est mesurée à l'aide d'un microcontrôleur contenant une horloge interne de fréquence  $f_m = 14$  MHz. Le microcontrôleur mesure la fréquence en comptant le nombre  $N$  d'impulsions de son horloge pendant une période du signal issu de l'oscillateur de fréquence  $f_{\text{ins}}$ .

5. Exprimer la période des vibrations engendrées par les tremblements de l'appareil photographique en fonction de  $N$  et  $f_m$ . Quelle est la valeur de  $N$  attendue pour  $f_{\text{ins}} = 700$  kHz ?

L'incertitude de mesure du nombre de déclenchements du timer est  $\Delta N = 1$ , tandis que l'incertitude sur la fréquence de l'horloge du microcontrôleur est  $\Delta f_m = 1$  kHz.

6. Exprimer l'incertitude relative sur la mesure de la fréquence de la tension aux bornes du condensateur. Commenter le résultat et proposer une façon de réduire cette incertitude.