

Approche descriptive du rayonnement thermique dans le cas d'un corps noir.
Loi de Wien. Loi de Stefan.
Effet de serre.

- Exploiter les expressions fournies des lois de Wien et de Stefan.
- Analyser quantitativement l'effet de serre en s'appuyant sur un bilan énergétique sur un modèle à une couche.

Le rayonnement thermique

1 Définitions

Définition. Un corps porté à la température T émet un rayonnement électromagnétique appelle « rayonnement thermique ». Il se propage à la vitesse de la lumière.

Contrairement à la conduction et à la convection, ce rayonnement peut se propager dans le vide. À titre d'exemple, on peut penser au rayonnement solaire ou à la chaleur rayonnée par une flamme et certains radiateurs.

Remarque : Ce rayonnement correspond au flux du vecteur de Poynting étudié en électromagnétisme.

L'énergie transmise provient des oscillations, ou des transitions, des électrons au niveau atomique. Cette énergie émise est une composante de l'énergie interne du corps émetteur. De plus, cette énergie est portée par un rayonnement électromagnétique. Le rayonnement dépend donc de la longueur d'onde du rayonnement.

Toute forme de matière rayonne mais le phénomène est différent selon l'état physique :

- ▷ pour les gaz et les milieux matériels **transparents**, les phénomènes radiatifs sont volumiques ;
- ▷ pour les autres, les phénomènes radiatifs sont surfaciques. Ces corps sont dit **opaques**.

Remarque : En réalité, le phénomène radiatif provient d'une couche de très faible épaisseur à la surface du milieu, généralement de l'ordre du micromètre.

Pour les milieux, il n'existe pas de transparence ou d'opacité absolue, celle-ci dépend de fenêtres de longueur d'onde. Par exemple, le verre est transparent dans le visible mais opaque aux infrarouges.

1.1 Propriétés radiatives

Un corps peut être soumis à différents phénomènes :

- ▷ **la réflexion** : le rayonnement incident sur un corps opaque est renvoyé dans d'autres directions ;
- ▷ **l'absorption** : le rayonnement absorbé par le corps opaque est transformé en énergie interne ;
- ▷ **l'émission** : l'énergie interne du corps est convertie en énergie radiative, c'est le phénomène inverse de l'absorption.

Si un matériau est susceptible d'absorber un rayonnement, il est en général susceptible d'émettre dans les mêmes plages de longueur d'onde.

Certains corps sont de plus qualifiés de **diffusant** si les propriétés radiatives sont indépendantes de la direction, comme par exemple le tissu, le papier, le verre dépoli...

1.2 Puissances (ou flux) surfaciques

Définition. La **puissance (ou flux) surfacique** est la puissance par unité de surface traversant celle-ci. On la note φ et s'exprime en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Dans le cas d'un corps opaque, le flux ne peut être émis que sur le demi-espace opposé au corps. On parle donc de flux hémisphérique.

💡💡💡 **Attention !** Dans les paragraphes sur la conduction, la notation ϕ faisant référence à une puissance alors que φ fait ici référence à une puissance surfacique.

On note :

- ▷ φ^r la puissance surfacique réfléchie ;
- ▷ φ^a la puissance surfacique absorbée ;
- ▷ φ^e la puissance surfacique émise.

Par convention, ces puissances surfaciques sont comptées positivement.

Par conservation de l'énergie, il vient :

- ▷ la puissance incidente $\varphi^i = \varphi^r + \varphi^a$;
- ▷ la puissance partante $\varphi^p = \varphi^r + \varphi^e$.

On définit de plus la puissance radiative surfacique $\varphi^R = \varphi^p - \varphi^i = \varphi^e - \varphi^a$. Cette puissance apparaît naturellement dans les bilans énergétiques globaux et peut être positive ou négative.

2 Le rayonnement d'équilibre

2.1 La loi de Planck

On étudie un corps opaque diffusant convexe dans un milieu transparent. Ce corps émet dans toutes les directions un rayonnement thermique. Les échanges d'énergie entre le rayonnement et la matière s'effectuent par quanta d'énergie $h\nu$ correspondant à des échanges de photons.

On suppose que :

- ▷ le corps est à l'équilibre thermique à la température T ;
- ▷ le corps est à l'équilibre radiatif, ainsi $\varphi^R = 0$, il n'y a pas d'accumulation ou de perte d'énergie par rayonnement.

Sous ces hypothèses, dans un milieu transparent, la densité spectrale d'énergie en longueur d'onde du rayonnement thermique w_λ à l'équilibre thermique et radiatif à la température T est donnée par la **loi de Planck**

$$w_\lambda = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$$

avec c la vitesse de la lumière dans le vide, h la constante de Planck et k_B la constante de Boltzmann. Cette grandeur est l'énergie volumique de rayonnement comprise dans un intervalle de longueur d'onde compris entre λ et $\lambda + d\lambda$ (en $\text{J} \cdot \text{m}^{-4}$). Elle est tracée pour différentes températures figure 6.

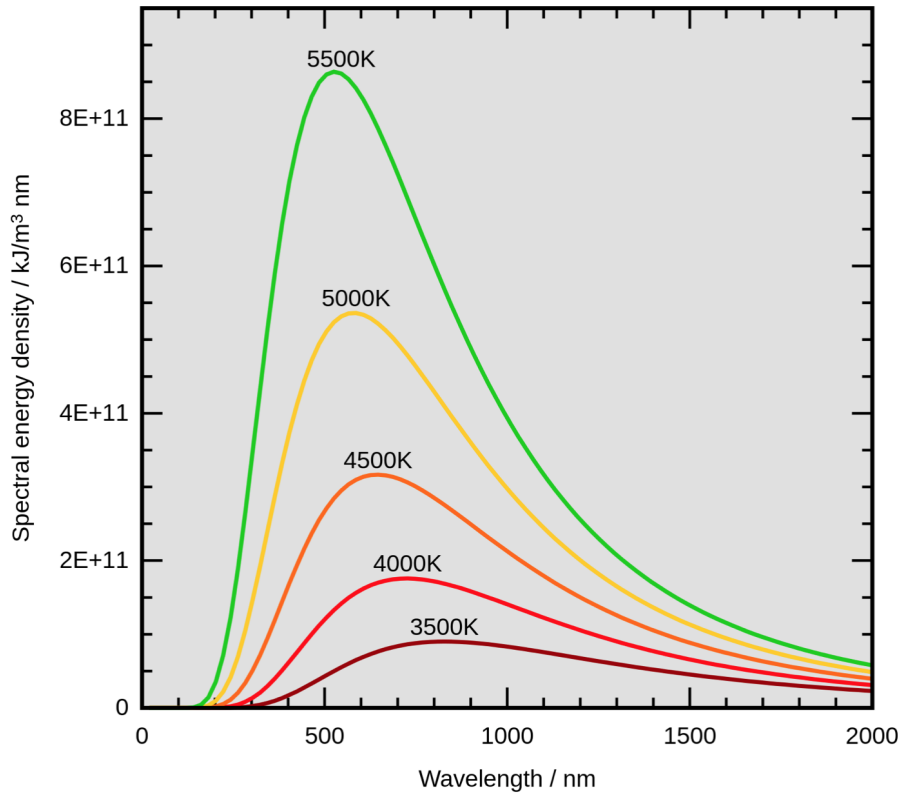


Fig. 6 – Densité spectrale d'énergie en longueur d'onde du rayonnement thermique w_λ en fonction de la longueur d'onde à températures différentes (image Wikipedia).

On admet que le flux total partant (égal au flux incident dans le cadre de l'équilibre radiatif) est alors relié à cette densité spectrale par la relation

$$\varphi^p = \int_0^{+\infty} \frac{d\varphi}{d\lambda} d\lambda = \int_0^{+\infty} \frac{c}{4} w_\lambda d\lambda .$$

| **Remarque** : Ces relations ne sont pas à connaître.

Commentaire historique : À la fin du 19^{ème} siècle, les physiciens essayaient de comprendre le spectre du rayonnement des corps noirs en se fondant sur la physique classique, la physique statistique et l'électrodynamique classique. Des hypothèses contradictoires (loi de Wien, loi de Rayleigh-Jeans) et une concordance seulement partielle avec les résultats expérimentaux conduisirent à une situation non satisfaisante. C'est Max Planck qui, à la fin du siècle, réussit à trouver une loi de rayonnement complètement en accord avec les mesures expérimentales. Outre l'importance pratique du corps noir, la découverte de la loi de Planck en 1900 signe la naissance de la mécanique quantique : pour expliquer sa loi trouvée de manière empirique, Planck a dû supposer que la lumière (et donc le rayonnement électromagnétique en général) n'était pas absorbée et émise de manière continue, mais uniquement de manière discrète. Cette quantification de l'énergie sera à l'origine de l'article de 1905 d'Albert Einstein sur l'effet photoélectrique, mais Planck ne considère ces éléments d'énergie que comme des artefacts de calculs, car il ne croit pas à l'hypothèse atomiste...

2.2 La loi de Wien

On cherche à connaître la longueur d'onde pour laquelle la densité d'énergie w_λ est maximale. Pour cela, on pose $x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$. Ainsi, il vient $w_\lambda(x) = A \frac{x^5}{e^x - 1}$ avec A une constante que l'on ne cherche pas à déterminer.

On cherche le maximum de cette fonction en la dérivant, soit

$$\frac{dw_\lambda(x)}{dx} = A \left(\frac{5x^4}{e^x - 1} + x^5 \frac{-e^x}{(e^x - 1)^2} \right) = \frac{Ax^4}{e^x - 1} \left(5 - \frac{xe^x}{e^x - 1} \right) .$$

Cette dérivée s'annule pour $e^{-x} = 1 - \frac{x}{5}$.

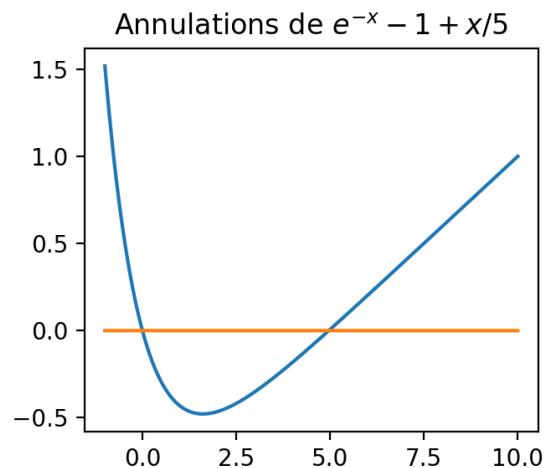
Étude numérique : On réalise le code python suivant :

```
from numpy import *
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
def f(x) :
    return exp(-x) - 1 + x/5
```

```
x = linspace(-1, 10, 2000)
plt.plot(x, f(x))
plt.plot(x, 0*x)
plt.title(r'Annulations de $e^{-x} - 1 + x/5$')
plt.show()
```

```
>>> from scipy.optimize import bisect
>>> bisect(f, 4, 5)
4.965114231743428
```



On constate graphiquement que cette équation a deux solutions, $x = 0$ (qui ne nous intéresse pas) et $x_m \approx 4.965$. On en déduit donc $\lambda_m T = \frac{hc}{k_B x_m}$.

Propriété. La **loi de Wien** indique que la longueur d'onde λ_m qui maximise la densité spectrale d'énergie à la température T vérifie

$$\lambda_m T = 3 \text{ mm} \cdot \text{K} .$$

De plus, on peut montrer que 98% de l'énergie émise est comprise entre $\lambda_m/2$ et $8\lambda_m$.

Cette relation peut s'observer figure 6, la position des maxima suivant une hyperbole. La remarque sur l'énergie provient de l'aire sous la courbe.

Cette relation permet d'estimer la température d'un corps en mesurant son spectre. On constate de plus que la longueur d'onde diminue avec la température. Ainsi, par exemple, les étoiles bleues sont plus chaudes que les étoiles rouges. De même, lorsqu'un métal chauffe, il passe du rouge puis au jaune puis au blanc (avec un maximum dans le bleu).

Par exemple, la Terre, et les êtres vivants, ont une température au voisinage de 300 K, ce qui implique une longueur d'onde maximale de $10 \mu\text{m}$, soit de l'infrarouge. Les filtres à infrarouge permettent d'observer ce rayonnement, même en nuit noire. En général, pour des températures inférieures à 800 K, le rayonnement est essentiellement infrarouge.

Le maxima d'émission du Soleil est lui autour de $0.6 \mu\text{m}$, ce qui correspond à une température de surface de environ 5000 K. De plus, l'étendue spectrale englobe bien la totalité du spectre visible.

.2.3 La loi de Stefan

On a vu que le flux partant est donné par la relation

$$\varphi^p = \int_0^{+\infty} \frac{c}{4} w_\lambda d\lambda = \int_0^{+\infty} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} .$$

On pose à nouveau le changement de variable $x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$ et il vient alors

$$\varphi^p = \frac{2\pi k_B^4 T^4}{h^3 c^2} \int_0^{+\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx .$$

Cette intégrale se calcule de façon exacte et faut $\pi^4/15$.

$$\text{On pose alors } \sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15 h^3 c^2} .$$

Propriété. La loi de Stefan indique que le flux radiatif partant d'un corps opaque en équilibre thermique et radiatif vaut

$$\varphi^p = \sigma T^4$$

avec $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.

À haute température, comme la température est à une puissance élevée, ce flux radiatif est largement dominant sur les autres flux conductifs ou convectifs.

Exemple du Soleil : Par exemple, la puissance rayonnée par le Soleil vaut $\mathcal{P}_\odot = (\sigma T_\odot^4) 4\pi R_\odot^2$ avec $T_\odot = 5700 \text{ K}$ et $R_\odot = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$. Cela conduit à une puissance $\mathcal{P}_\odot = 3.6 \times 10^{26} \text{ W}$. On rappelle que la puissance d'une tranche de centrale nucléaire à fission est de 1 GW, l'origine de la puissance du Soleil provient de la fusion nucléaire des noyaux d'hydrogènes en noyaux plus lourds, bien plus énergétique que la fission.

De plus, la relation d'Einstein indique $d\mathcal{E} = dm c^2$ soit une perte de masse par unité de temps $\frac{dm}{dt} = \frac{\mathcal{P}_\odot}{c^2} = 4 \times 10^9 \text{ kg/s}$ (sachant que la masse du Soleil vaut $2 \times 10^{30} \text{ kg}$).

Au niveau de la Terre, la puissance calculée au paragraphe précédent est toujours présente mais diluée sur une sphère de rayon $d = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ (une unité astronomique, la moyenne de la distance Terre-Soleil). Ainsi, le flux surfacique reçu au niveau de la Terre vaut $\varphi_S = \frac{\mathcal{P}_\odot}{4\pi d^2} = 1.3 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}$, ce qui rapporté à la surface transverse de la Terre implique une puissance reçue $\mathcal{P}_S = \pi R_T^2 \varphi_S = 1.66 \times 10^{17} \text{ W}$ en prenant $R_T = 6400 \text{ km}$.

Remarque : Attention, ce flux n'est pas celui reçu en un point quelconque de la Terre car il faut tenir compte de l'inclinaison des rayons solaires incidents dus à la courbure de la Terre et au fait qu'une partie des rayons sont réfléchis par l'atmosphère.

3 Le modèle du corps noir

Le modèle précédent ne dépend pas du corps. Il est simplement nécessaire d'être à l'équilibre thermique et radiatif, ce qui permet d'en déduire les flux partants et incidents. La nature du corps va toutefois influencer sur les flux émis et absorbés.

Définition. Un **corps noir** est un corps opaque absorbeur intégral d'énergie, c'est-à-dire que quelle que soit la direction et la longueur du rayonnement incident, on a $\varphi_{\text{CN}}^a = \varphi^i$.

Cette définition est très restrictive. En général, un corps pourra être considéré comme un corps noir sur certaines gammes de longueurs d'ondes. Par exemple, le verre et le plâtre blanc sont des corps noirs dans l'infrarouge et un dépôt noir de fumée est un corps noir à température ambiante.

Remarque : Un corps noir n'est donc pas nécessairement de couleur noire.

Propriété. Un corps noir à l'équilibre thermique local à la température T émet une puissance thermique $\varphi_{\text{CN}}^e = \sigma T^4$, y compris si le corps n'est pas à l'équilibre avec le milieu extérieur.

En effet, l'émission est liée uniquement à la structure interne du corps noir. Dans ce modèle, toute l'énergie incidente est absorbée puis réémise car la température du corps est fixée, donc il n'accumule pas d'énergie. Il est à noter que, si le rayonnement incident et le rayonnement émis sont égaux, ils ne sont pas nécessairement portés dans des photons de même longueur d'onde. La couleur du corps noir dépend uniquement de sa température.

3.1 Exemple et ordre de grandeur

Considérons un corps à l'équilibre thermique local T dans un four considéré comme un thermostat à la température T_e . Le flux radiatif total φ^R correspond au flux émis φ^e moins le flux incident en provenance de l'air dans le four considéré comme un corps noir φ^i . Il vient

$$\varphi^R = \varphi^e - \varphi^i = \sigma(T^4 - T_e^4).$$

Le flux radiatif est non nul, ce qui implique que le corps va changer de température. Cela est contradictoire avec l'équilibre thermique supposé en hypothèse. Toutefois, cet échange étant très lent, on peut considérer que l'équilibre thermique est atteint à chaque instant ce qui permet d'appliquer à chaque instant les lois précédentes.

Si on suppose que $T_e = T + \delta T$ avec $\delta T \ll T_e$ (on rappelle que les températures sont en Kelvin), il vient

$$\varphi^R \approx 4\sigma T_e^3(T - T_e).$$

Or à 300 K, $4\sigma T_e^3 \approx 6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, à comparer avec le coefficient conducto-convectif avec en convection naturelle avec l'air qui est de l'ordre de 5 à 30 $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Autrement dit, le rayonnement est plus faible mais du même ordre de grandeur que les échanges conducto-convectifs. Ils ne doivent pas être négligés dans un bilan thermique.

3.2 Application à l'étude de l'effet de serre

Pour simplifier l'étude, on néglige les échanges conducto-convectifs entre les différents milieux et l'air ambiant.

Température du sol soumis au rayonnement solaire : Considérons un champ soumis au rayonnement solaire assimilé à un corps noir à l'équilibre thermique. L'équilibre radiatif implique que le flux émis par le sol φ_T est égal au flux solaire incident φ_S .

Le sol étant un corps noir, il vient

$$\varphi_S = \varphi_T = \sigma T^4 \quad \Rightarrow \quad T = \left(\frac{\varphi_S}{\sigma} \right)^{1/4}.$$

En prenant un flux solaire incidence $\varphi_S = 300 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, on arrive à $T = 270 \text{ K}$.

***Remarque :** Ce modèle est ultra simpliste. On néglige en effet tout effet atmosphérique. Il permet toutefois de se fixer les idées.*

Réflexion et absorption d'une plaque de verre : On considère une plaque de verre d'indice optique $n_2 = 1.5$ recevant le rayonnement solaire. Le coefficient de réflexion en puissance sur le verre est $r^2 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$ avec $n_1 = 1$ l'indice de l'air. Ainsi, $r^2 = 0.04$ soit 4% de l'énergie incidente sur le verre est réfléchi.

De plus, on estime que environ 2% de l'énergie incidente est absorbée par le verre, cette énergie étant majoritairement située dans le domaine infrarouge pour lequel le verre est totalement absorbant. Ainsi, le verre peut être assimilé à un corps noir dans l'infrarouge.

Cela implique donc que 94% de l'énergie solaire incidente traverse la plaque de verre.

Toutefois, le rayonnement émis par le sol est lui très majoritairement dans l'infrarouge. Ainsi, le flux provenant du sol est lui totalement absorbé par le verre.

Bilans radiatifs : Effectuons un bilan d'énergie sur le verre. Comme celle-ci a deux faces libres, le flux émis est à compter deux fois dans les deux directions. On a donc

$$\varphi_S + \varphi_T = 2\varphi_V + \varphi_t + \varphi_r = 2\varphi_V + \frac{98}{100}\varphi_S.$$

Effectuons un bilan d'énergie sur la terre enserrée, on a

$$\varphi_T = \varphi_t + \varphi_V = \frac{94}{100}\varphi_S + \varphi_V.$$

En manipulant ces deux équations, on arrive)

$$\varphi_V = \frac{96}{100}\varphi_S \quad \text{et} \quad \varphi_T = \frac{190}{100}\varphi_S.$$

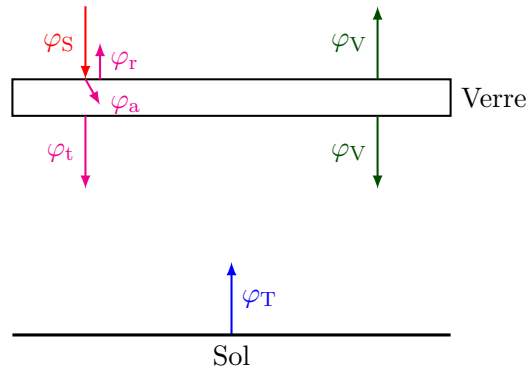


Fig. 7 – Schématisation de l'effet de serre.

La terre est assimilée à un corps noir soit $\varphi_T = \sigma T_T^4$ et le verre aussi grâce à ses propriétés d'opacités dans l'infrarouge soit $\varphi_V = \sigma T_V^4$.

En prenant un flux solaire incidence $\varphi_S = 300 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, on arrive à $T_V = 267 \text{ K}$ et $T_T = 317 \text{ K}$.

On constate que la température de la terre est nettement plus élevée en présence de la serre, ce qui permet donc de faire pousser des légumes en hiver.

Remarque : Ce modèle peut être étendu à l'étude de l'effet de serre au niveau du globe. Toutefois, ce modèle est très simpliste et il nécessite en réalité de prendre en compte plusieurs couches d'atmosphères pour donner des résultats cohérents avec les observations.