

Rayonnement thermique

A – Travaux dirigés

TH41 – Corps noir dans un four

On place à l'intérieur d'un four un cube de côté a , de capacité thermique massique c et de masse m . Le four est maintenu à la température T_1 . Le solide est initialement à la température T_0 . Le four et le solide sont assimilés à des corps noirs. On suppose que la température est uniforme à l'intérieur du cube et que : $\frac{T_0 - T_1}{T_1} \ll 1$.

- 1°) Quelle est la condition sur les températures pour ne tenir compte que des transferts thermiques radiatifs ?
2°)

- Démontrer que la température du cube vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_1}{\tau}$$

Où l'on exprimera τ en fonction de m (masse du cube), c (capacité thermique massique du cube), σ (constante de Stefan), T_1 et S (la surface du cube).

- Déterminer l'évolution temporelle de la température $T(t)$ du cube.

Rép : 1°) T élevée... 2°) $T = (T_0 - T_1)e^{-\frac{t}{\tau}} + T_1$

TH42 – L'effet de serre « atmosphérique »

On considère que le soleil se comporte comme un corps noir à la température T_s et que la terre se comporte comme un corps noir à la température T_0 .

I – Sans tenir compte de l'atmosphère

- 1°) Quelle est l'expression de la puissance totale rayonnée par le soleil P_s en fonction de σ, T_s et R_s ?
2°) Quelle est l'expression de la puissance totale reçue par la terre P_T en fonction de σ, T_s, R_s, R_t et d ?
3°) Déterminer la température à la surface du soleil T_s sachant que le maximum du spectre qu'il émet se situe à $\lambda_m = 500nm$. Puis T_{e1} celle de la terre sans tenir compte de l'atmosphère.

II – En tenant compte de l'atmosphère et de l'Albédo

5°) En réalité le rayonnement émis par la terre est piégé par l'atmosphère et constitue ce qu'on appelle l'effet de serre. L'atmosphère laisse passer le rayonnement solaire qui est transparent dans le visible mais absorbe l'infrarouge. On peut considérer l'atmosphère comme un corps noir qui émet dans l'infrarouge.

Déterminer la température de surface de la terre T_{e1} en tenant compte de l'atmosphère. Conclure.

6°) La terre réfléchit une partie de l'énergie qu'elle reçoit de la part du soleil et absorbe le reste. La fraction réfléchie s'appelle l'albédo qu'on note A et dont on donne la valeur numérique $A=0,31$.

Déterminer la température de surface de la terre T_{e2} en tenant compte de l'atmosphère. Conclure.

III – Amélioration du modèle

7°) En s'aidant du document suivant, comment pourrait-on améliorer le modèle ?

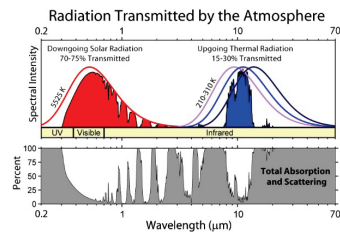
8°) Pourquoi le rejet par les activités humaines de méthane et de CFC dont la bande d'absorption est dans l'intervalle 8-12 μm doit-il être limité au maximum ?

Données :

- Rayon du soleil : $R_s = 700\,000\,km$
- Rayon de la terre : $R_T = 6400\,km$
- Distance terre-soleil : $d = 1ua = 150\,10^6\,km$
- Constante de Stefan : $\sigma = 5,67\,10^{-8}W.m^{-2}.K^{-4}$
- La loi de Wien : $\lambda_{max}T = 2898\,\mu m.K$

$$\text{Rép : 1°) } P_s = 4\pi R_s^2 \times \sigma T_s^4 \quad 2°) P_T = \frac{\pi R_T^2}{d^2} \times \sigma T_s^4 \quad 3°) T_{e1} = T_s \times \left(\frac{R_s^2}{d^2}\right)^{\frac{1}{4}} = 280K$$

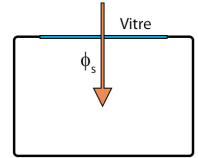
$$4°) T_{e2} = 2^{1/4} T_{e1} = 332K \quad 5°) T_{e3} = (2(1-A))^{1/4} T_{e1} = 303K \quad 6°) \text{ L'atmosphère absorbe une fraction } \alpha \text{ et la Terre une fraction } 1-\alpha \text{ du rayonnement solaire} \quad 7°) \dots$$



B – Exercices supplémentaires

TH43 – Serre de jardin

On considère une vitre comme un corps gris : elle a les caractéristiques du corps noir pour des rayonnements incidents émis par la terre dans l'infra-rouge lointain et est totalement transparente pour les rayonnements solaires émis principalement dans le visible. Les murs sont assimilés à des corps noirs. On étudie une pièce avec une ouverture vitrée. Vitres ouvertes, cette pièce a une température $\theta_0 = 25^\circ C$.



On rappelle :

- La constante de Stefan : $\sigma = 5,67\,10^{-8}W.m^{-2}.K^{-4}$.
- La loi de Wien : $\lambda_{max}T = 2898\,\mu m.K$

On note ϕ_s le flux surfacique du rayonnement solaire incident arrivant sur la vitre.

1°) Évaluer la valeur de ϕ_s

2°) Quelle est la valeur λ_{max} associée au rayonnement thermique des murs. A quel domaine du spectre cela correspond-il ?

3°) Expliquer qualitativement pourquoi la vitre crée un effet de serre dans la pièce.

4°) On note ϕ_p le flux surfacique du rayonnement thermique de la pièce et ϕ_v le flux surfacique du rayonnement thermique de la vitre. Exprimer au niveau de la vitre et de la pièce deux relations correspondant aux bilans énergétiques. En déduire les températures de la pièce et de la vitre.

Rép : 1°) $\phi_s = 447W.m^{-2}$ 2°) $\lambda_{max} = 9,7\,\mu m$ (IR lointain) 3°) ... 4°) $T_p = 84,6^\circ C$

TH44 – Feuille d'aluminium entre deux parois planes

Deux parois planes, parallèles, de grandes surfaces, dont les températures sont celles de deux sources aux températures T_1 et T_2 constantes, définissent une enceinte vide, à l'intérieur de laquelle on dispose parallèlement aux parois un écran fait d'une feuille d'aluminium d'épaisseur e . Cet écran, de capacité thermique massique c , de masse volumique μ , de température initiale T_0 , sépare l'enceinte en deux parties. Tous les solides sont considérés comme des corps noirs. On suppose que les températures T_1 et T_2 sont proches de T_0 .

1°) Faire le bilan des flux surfaciques émis par les différentes surfaces.

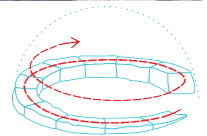
2°) Montrer que la température T peut se mettre sous la forme : $T = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$ où l'on exprimera A, B et τ en fonction de T_1, T_2, T_0, σ (constante de Stefan), μ, c et e .

Rép : 1°) Il faut considérer 4 flux thermiques par rapport à la feuille d'aluminium...

$$2°) T = (T_0 - T_\infty)e^{-\frac{t}{\tau}} + T_\infty \text{ où } T_\infty = \frac{T_1 + T_2}{2} \text{ et } \tau = \frac{\mu c e}{8 \sigma T_1^2}$$

TH45 – Igloo

Un igloo (mot inuktitut, signifiant « maison »), est un abri construit en blocs de neige. Ils ont habituellement la forme d'un dôme. En raison des excellentes propriétés isolantes de la neige, l'intérieur des igloos est étonnamment confortable. La neige utilisée pour faire un igloo doit avoir une résistance structurelle suffisante pour pouvoir être coupée et empilée de manière appropriée. La meilleure neige à employer à cette fin est une neige qui a été pressée par le vent, ce qui rend compacts les cristaux de glace. Les blocs de neige, découpés à l'aide d'un couteau, doivent être d'environ 1 mètre de long, 40 cm de haut et 30 cm de large. Il est conseillé de les poser en spirale pour faciliter la construction d'un dôme.



L'entrée doit être positionnée le plus bas possible pour éviter que le vent ne s'y engouffre.

On donne :

- Conductivité thermique de la neige $\lambda_{neige} = 0,25\,Wm^{-1}K^{-1}$; de l'air : $\lambda_{air} = 0,025\,Wm^{-1}K^{-1}$
- Résistance thermique entre deux sphères de rayon R_1 et R_2 : $R_{th} = \frac{1}{4\pi\lambda} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$
- La loi de Newton : $\phi_{th} = hS(T_{solide} - T_{fluide})$ où $h_{neige-air} = 50\,Wm^{-2}K^{-1}$
- Constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5,67\,10^{-8}Wm^{-2}K^{-4}$
- Température extérieure : $T_{ext} = -5^\circ C$

Question ouverte : Estimer la température T_{int} dans un igloo qui contient un homme.

Rép : Pour un igloo sphérique de rayon 1,5m, on obtient $12^\circ C$ en considérant l'homme comme un corps noir.

Rayonnement thermique

A – Travaux dirigés

TH41 – Corps noir dans un four

1. Il faut avoir des températures élevées pour ne tenir compte que des transferts thermiques radiatifs puisque le flux surfacique émis par un corps en équilibre thermodynamique est σT^4 .

2. On appelle S la surface totale du cube : $S = 6a^2$. On appelle T la température du cube. Pendant dt , la température varie de dT . On peut utiliser la loi de Stéfán puisque le cube est en équilibre thermodynamique à la température T .

On écrit le premier principe de la thermodynamique au cube entre t et $t + dt$:

$$dU = \delta W + \delta Q$$

- La variation d'énergie interne vaut : $dU = mc dT$.
- Il n'y a pas de travail : $\delta W = 0$.
- Le flux surfacique émis par le cube considéré comme un corps noir est d'après la loi de Stéfán σT^4 . Le flux thermique émis par le four considéré lui aussi comme un corps noir est σT_1^4 . On en déduit le flux surfacique radiatif (orienté du corps noir vers l'extérieur) à la surface du cube (comprenant 6 faces de surface totale $S = 6a^2$) :

$$\phi^{\text{rad}} = \sigma T^4 - \sigma T_1^4$$

Le transfert thermique algébriquement reçu par le cube est :

$$\delta Q_{\text{reçu}} = -\phi^{\text{rad}} S dt = -(\sigma T^4 - \sigma T_1^4) S dt$$

On en déduit l'équation différentielle en T :

$$mc \frac{dT}{dt} = -(\sigma T^4 - \sigma T_1^4) S$$

D'après l'énoncé, on suppose que T est proche de T_1 . On pose $x = T - T_1$.

$$\text{On a : } T^4 - T_1^4 = (T_1 + x)^4 - T_1^4 = T_1^4 \left(1 + \frac{x}{T_1}\right)^4 - T_1^4.$$

On fait un développement limité au premier ordre. On obtient :

$$T_1^4 \left(1 + \frac{x}{T_1}\right)^4 - T_1^4 \approx T_1^4 \left(1 + 4\frac{x}{T_1}\right) - T_1^4 = 4T_1^3 x = 4T_1^3 (T - T_1)$$

L'équation différentielle s'écrit : $mc \frac{dT}{dt} = -\sigma 4T_1^3 (T - T_1) S$, soit :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{\sigma 4T_1^3 S}{mc} T = \frac{\sigma 4T_1^3 S}{mc} T_1$$

On définit la constante de temps : $\tau = \frac{mc}{\sigma 4T_1^3 S}$.

On peut écrire l'équation différentielle avec la forme canonique :

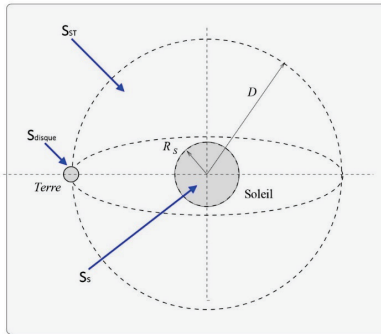
$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_1}{\tau}.$$

La résolution donne : $T = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_1$.

À $t = 0$, $T = T_0 = A + T_1$. On en déduit que $A = T_0 - T_1$, soit :

$$T = (T_0 - T_1) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_1$$

TH42 – L'effet de serre « atmosphérique »



1°) D'après la loi de Stefan-Boltzmann :

$$P_s = 4\pi R_s^2 \times \sigma T_s^4$$

2°) La surface de la terre vue par le soleil correspond à un disque de rayon R_T d'où :

$$P_T = \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2} \times P_s$$

$$\Leftrightarrow P_T = \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2} \times 4\pi R_s^2 \times \sigma T_s^4$$

$$\Leftrightarrow P_T = \frac{\pi R_T^2 R_s^2}{d^2} \times \sigma T_s^4$$

3°)

- D'après la loi de Wien :

$$\lambda_{max} T = 2898 \mu m.K \Rightarrow T_s = 5790 K$$

- Si on ne tient pas compte de l'atmosphère les deux puissances thermiques sont égales au niveau de la surface terrestre :

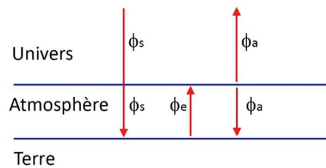
$$\Leftrightarrow P_T = P_E$$

$$\frac{\pi R_T^2 R_s^2}{d^2} \times \sigma T_s^4 = \sigma T_{e1}^4 \times 4\pi R_T^2$$

$$\Leftrightarrow T_{e1} = T_s \times \left(\frac{R_s^2}{4d^2} \right)^{\frac{1}{4}} = 280 K$$

La température est relativement faible, il faut tenir compte de l'atmosphère

4°)



On effectue un bilan d'énergie :

- Pour la terre : $\phi_s + \phi_a = \phi_e$
- Pour la tranche d'atmosphère : $2\phi_a = \phi_e$

Donc :

$$\phi_s = \phi_a = \frac{\phi_e}{2}$$

$$\Rightarrow P_T = \frac{P_E}{2}$$

$$\Rightarrow T_{e2} = T_s \times \left(\frac{R_s^2}{2d^2} \right)^{\frac{1}{4}} = 2^{1/4} T_{e1} = 332 K$$

La température est plus élevée en présence d'atmosphère. C'est l'effet de serre.

5°) Si on tient compte de l'albédo, cette fois on a :

$$(1 - A) \phi_s + \phi_a = \phi_e \text{ et } 2\phi_a = \phi_e$$

$$\Rightarrow \phi_a = (1 - A) \phi_s = \frac{\phi_e}{2}$$

$$\Rightarrow (1 - A) P_T = \frac{P_E}{2}$$

$$\Rightarrow T_{e3} = T_s \times \left((1 - A) \frac{R_s^2}{2d^2} \right)^{\frac{1}{4}} = (2(1 - A))^{1/4} T_{e1} = 303 K$$

On obtient une température plus réaliste.

6°) On peut améliorer le modèle en considérant que l'atmosphère n'est pas entièrement transparente au rayonnement solaire. L'atmosphère absorbe une fraction α et la Terre une fraction $1 - \alpha$ du rayonnement solaire :

D'où le bilan :

- Pour la terre : $(1 - A)(1 - \alpha) \phi_s + \phi_a = \phi_e$
- Pour la tranche d'atmosphère : $2\phi_a = \phi_e + \alpha \phi_s$

7°) Le méthane et les CFC sont particulièrement efficaces pour l'effet de serre car leur bande d'absorption correspond à une fenêtre atmosphérique où normalement la terre rayonne de l'énergie vers l'espace. Les activités humaines produisent une grande partie du méthane et des CFC de l'atmosphère. Il faut donc en limiter les rejets.

B – Exercices supplémentaires

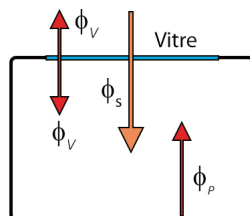
TH43 – Effet de serre

1°) On a : $\phi_s = \sigma T^4 \Rightarrow \phi_s = 447 \text{ W m}^{-2}$

2°) D'après la loi de Wien : $\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K} \Rightarrow \lambda_{\max} = 9,7 \mu\text{m}$ (IR lointain)

3°) Les murs rayonnent donc à une longueur d'onde centrée sur $\lambda_{\max}$. Or ces rayonnements sont complètement absorbés par la vitre qui se comporte alors comme un corps noir. Elle va donc réémettre en partie vers la pièce et par conséquent augmenter le flux surfacique de rayonnement, donc la température de surface des murs.

4°)



- Pour une surface dS de la vitre : $\phi_p = 2\phi_v$
- Pour une surface dS de la pièce : $\phi_p = \phi_v + \phi_s$

Donc : $\phi_p = 2\phi_s$, l'effet de serre a pour conséquence de doubler le flux surfacique incident sur les murs. Alors :

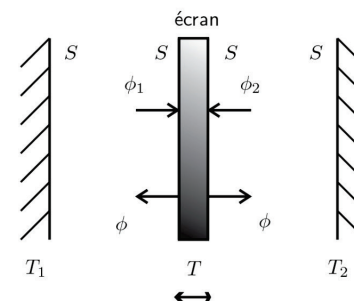
$$T_p = \left(\frac{2\phi_s}{\sigma} \right)^{1/4} = 1,2 T_0 = 84,6^\circ\text{C}$$

TH44 – Feuille d'aluminium entre deux parois planes

1. Il y a quatre flux surfaciques émis par les différentes surfaces qui sont considérées comme des corps noirs :

- flux surfacique émis par la paroi 1 à la température T_1 considérée comme un corps noir : $\phi_1 = \sigma T_1^4$
- flux surfacique émis par la surface de la feuille d'aluminium (à la température T) qui se situe en face de la paroi 1 : $\phi = \sigma T^4$
- flux surfacique émis par la paroi 2 à la température T_2 considérée comme un corps noir : $\phi_2 = \sigma T_2^4$
- flux surfacique émis par la surface de la feuille d'aluminium (à la température T) qui se situe en face de la paroi 2 : $\phi = \sigma T^4$

On appelle S les surfaces des 4 parois planes.



2. On applique le premier principe de la thermodynamique à la feuille d'aluminium entre t et $t + dt$:

$$dU = \delta W + \delta Q$$

- La variation d'énergie interne vaut : $dU = mcdT = (\mu Se)cdT$.
- Il n'y a pas de travail : $\delta W = 0$.
- Le transfert thermique algébriquement reçu par l'écran est :

$$\delta Q = (\phi_1 - \phi) Sdt + (\phi_2 - \phi) Sdt$$

Il reste à simplifier $\phi_1 - \phi = \sigma (T_1^4 - T^4)$ et $\phi_2 - \phi = \sigma (T_2^4 - T^4)$.
On pose $x = T - T_1$.

$$T_1^4 - T^4 = T_1^4 - (T_1 + x)^4 = T_1^4 - T_1^4 \left(1 + \frac{x}{T_1} \right)^4$$

D'après l'énoncé, on suppose que T est très proche de T_1 .

On fait un développement limité au premier ordre :

$$\begin{aligned} T_1^4 - T_1^4 \left(1 + \frac{x}{T_1}\right)^4 &\approx T_1^4 - T_1^4 \left(1 + 4\frac{x}{T_1}\right) = -4T_1^3 x \\ &= -4T_1^3 (T - T_1) \end{aligned}$$

On donc :

$$\phi_1 - \phi = -\sigma 4T_1^3 (T - T_1)$$

On obtient de même :

$$\phi_2 - \phi = -\sigma 4T_2^3 (T - T_2)$$

Le premier principe s'écrit alors :

$$(\mu Se) c dT = -4\sigma T_1^3 (T - T_1) S dt - 4\sigma T_2^3 (T - T_2) S dt$$

Comme T_1 est voisin de T_2 , on a :

$$(\mu Se) c dT = -4\sigma T_1^3 (T - T_1) S dt - 4\sigma T_1^3 (T - T_2) S dt$$

En simplifiant, on obtient :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{8\sigma T_1^3}{\mu c e} T = \frac{4\sigma T_1^3}{\mu c e} (T_1 + T_2)$$

On définit la constante de temps :

$$\tau = \frac{\mu c e}{8\sigma T_1^3}$$

Le régime permanent est :

$$T_\infty = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

On peut écrire l'équation différentielle avec la forme canonique :

$$\frac{dT}{dt} + \frac{T}{\tau} = \frac{T_\infty}{\tau}$$

La température est :

$$T = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_\infty$$

A $t = 0$, $T = T_0 = A + T_\infty$. On en déduit que $A = T_0 - T_\infty$, soit :

$$T = (T_0 - T_\infty) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + T_\infty$$

TH45 – Igloo

Un homme, même parfaitement couvert, émet de la chaleur par rayonnement, comme tout corps considéré noir de surface S_h à la température $T_h = 37^\circ\text{C}$. Avec la loi de Stefan-Boltzmann on obtient :

$$P_h = \sigma S_h T_h^4$$

On peut estimer sa surface $S_h = 1\text{m}^2$ soit à la louche, soit en assimilant l'homme à une sphère d'eau de 80kg.

$$\begin{cases} m = \mu \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow S = 4\pi \left(\frac{3m}{4\pi\mu}\right)^{\frac{2}{3}} \sim 0,9 \text{ m}^2 \\ S = 4\pi R^2 \end{cases} \Rightarrow P_h = 464 \text{ W}$$

On peut modéliser l'igloo par une demi-sphère de rayon $R=1,5\text{m}$ et d'épaisseur $e=30\text{cm}$ et on suppose que la température de l'air à l'intérieure de l'igloo est constante :

Or : $\Delta T = R_{th} \phi$

$$\Leftrightarrow \Delta T = (R_{th,air \rightarrow neige} + R_{th,neige} + R_{th,neige \rightarrow air}) \phi$$

Avec (On peut supposer $e \ll R_1$, pour simplifier le calcul) :

$$\begin{cases} R_{th,neige} = \frac{1}{4\pi\lambda_{neige}} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = 0,035 \text{ KW}^{-1} \\ R_{th,air \rightarrow neige} = \frac{1}{hS} = 7,0 \cdot 10^{-4} \text{ KW}^{-1} \\ R_{th,neige \rightarrow air} = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ KW}^{-1} \end{cases}$$

Donc :

$$\Delta T \sim R_{th,neige} \phi = 17 \text{ K}$$

Par conséquent la température de l'igloo est de 12°C . On peut améliorer cela par le nombre de personnes, ou l'épaisseur de la couche de neige.