



Numéro de place

218850

Numéro d'inscription

12490

Signature

CHERNYAK

Nom

CHERNYAK

Prénom

Nazar

Épreuve

Physique - Chimie

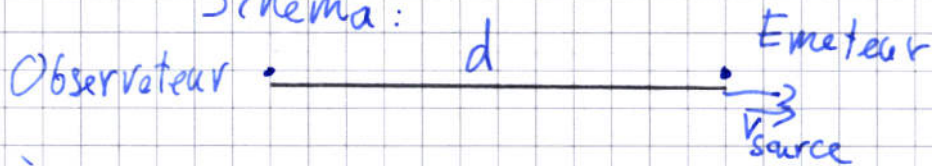
Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

01 / 04

Q1

Schema:



À $t=0$, l'émetteur et l'observateur sont séparés d'une distance d , donc c'est la distance dont la lumière peut atteindre et $t_1 = \frac{d}{c}$.

Q2

la distance entre les 2 points en fonction de temps vaut $d_{os}(t) = d + v_{source} t$

où v_{source} est la projection de $\vec{v}_{source}$ de la 2ème pic est émis à T_0 et propage une distance $d_{os}(T_0)$ donc:

$$t_2 = T_0 + \frac{d_{os}(T_0)}{c} = \frac{d + v_{source} T_0}{c} + T_0$$

Q3

le période mesurée vaut par définition

$$\begin{aligned} T_{mes} &= t_2 - t_1 = T_0 + \frac{v_{source} T_0}{c} \\ &= \frac{1}{f_0} \left(1 + \frac{v_{source}}{c} \right) \end{aligned}$$

d'où

$$f_{mes} = \frac{1}{T_{mes}} = \frac{f_0}{1 + \frac{v_{source}}{c}}$$

Q4 dans le vide, on a $\frac{c}{f_{\text{mes}}} = \lambda_{\text{mes}}$
 $\frac{c}{f_0} = \lambda_0$

ainsi: $\lambda_{\text{mes}} = \lambda_0 \left(1 + \frac{v_{\text{source}}}{c}\right)$

Q5 z est sans dimension:

$$[z] = \frac{[\lambda_{\text{mes}}]}{[\lambda_0]} = \frac{m}{m} = 1$$

Q6 si $z > 0$, alors $\lambda_{\text{mes}} > \lambda_0$, ce qui signifie que la longueur d'onde est plus grande dans le visible ($\sim 800 \text{ nm}$) donc le décalage "vers le rouge" correspond à l'idée que la longueur d'onde est allongée.

Dans notre univers, les galaxies s'éloignent les unes des autres donc leurs spectres sont décalés vers le rouge et même dans l'infrarouge. donc il est intéressant d'avoir un télescope infrarouge pour pouvoir voir des galaxies lointaines.

Q7
$$z = \frac{\lambda_{\text{mes}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0 \left(1 + \frac{v_{\text{source}}}{c}\right) - \lambda_0}{\lambda_0}$$

$$= \frac{v_{\text{source}}}{c}$$

Q8 lorsque $v \ll c$, $\frac{v}{c} \ll 1$. On effectue un développement limité:

donc $1+z = \left(1 + \frac{v}{c}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-1/2}$

$$= \left(1 + \frac{v}{2c} + o\left(\frac{v}{c}\right)\right) \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)\frac{v}{c} + o\left(\frac{v}{c}\right)\right)$$

$$= 1 + \frac{v}{2c} + \frac{v}{2c} + o\left(\frac{v}{c}\right)$$

$$= 1 + \frac{v}{c} + o\left(\frac{v}{c}\right)$$

on retrouve bien

$$\underline{z \approx \frac{v}{c}}$$

Q9 On prend H comme la magnitude des mesures

$$H = 812 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

$$\text{soit } H = 2.63 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

soit l'incertitude vaut l'écart type sur la valeur:

$$\text{incertitude}(H) = \frac{\sigma(H)}{H} = 2.5$$

qui est très grande. Cette mesure permet donc seulement de déduire une ordre de grandeur.

Q10 Si on considère que les galaxies ont toujours suivi un mouvement rectiligne uniforme, alors, chaque galaxie a bougé d'une distance d depuis le début en suivant la vitesse v pendant T_{age} . Donc par définition

$$T v = d$$

$$v = H d$$

d'où l'âge de l'univers correspond au

$$\underline{T = \frac{1}{H}}$$

Q11 Si $H \approx 10^{-17} \text{ s}^{-1}$

l'âge de l'univers vaut

$$T = \frac{1}{H} \approx 10^{17} \text{ s}$$

soit 10^{10} années

Le qui est sur le même ordre de grandeur que l'âge du système solaire... (c'est un peu surprenant).

Q12

Q13 $z \approx \frac{v}{c} \approx H \frac{d}{c}$

car on considère que les galaxies ont une vitesse inférieure à la vitesse de la lumière

En effet sur Figure 4, $\frac{v_{max}}{c} \approx 3 \cdot 10^{-3} \ll 1$

Q14 $d = \frac{z c}{H}$

On calcule quelque valeur de d appuyés sur les pics d'émission différents

Eléments	z	d en m 10^{24}
H_2	0.06	8.28
H_2	0.062	8.28
[OIII](5000)	0.0618	8.28

J'ai choisi les 2 pics les plus grandes

donc la galaxie est située à $8.28 \times 10^{24} \text{ m}$ de nous, soit 8.74×10^8 années-lumières



Numéro de place

218850

Numéro d'inscription

12490

Signature

CHERNYAK

Nom

CHERNYAK

Prénom

Nazar

Épreuve

Physique - Chim 1

CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

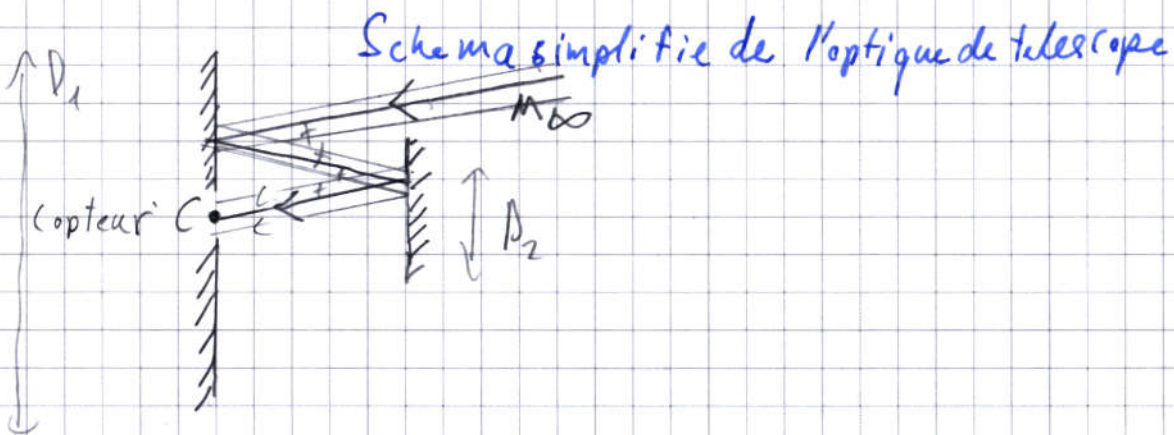
C2 / 04

Q15

Les conditions de Gauss nécessitent que les rayons lumineux ont un petit angle d'incidence avec l'axe optique et sont pas trop éloignés de l'axe.

$y \ll R$, où y est la distance de rayons de l'axe optique,
 $\theta < 20^\circ$ (à 5%) R le rayon de courbure des composants
 θ l'angle d'incidence

Q16



Q17

Q18 1/unité de $u(\nu)$ vaut

$$[u(\nu)] = \frac{[dE]}{[d\nu]} = \frac{J}{s^{-1}} \\ = \underline{\underline{kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}}}$$

Q19 d'après la relation de Planck-Einstein:
 $E = h\nu$

Q20 "La bande de sensibilité spectrale des instruments de télescope est comprise entre $0,6 \mu m$ et $28 \mu m$ "
On convertit les longueurs d'onde en fréquences:

$$\nu = \frac{c}{\lambda_0}$$

AN: $\nu_2 = 5,0 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

$\nu_1 = 1,1 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$

Q21 Par définition:

$$E_{12} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} dE = \int_{\nu_1}^{\nu_2} u(\nu) d\nu$$

$$= \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{8\pi h \nu^3 V}{c^3 (\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1)} d\nu$$

$$= \frac{8\pi h V}{c^3} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{\nu^3 d\nu}{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1}$$

on effectue le changement de variable

$$\xi = \frac{h\nu}{k_B T}, \quad d\xi = \frac{h}{k_B T} d\nu; \quad \xi_1 = \frac{h\nu_1}{k_B T}$$

$$\begin{aligned} E_{12} &= \frac{8\pi h\nu}{c^3} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{k_B^4 T^4}{h^4} \frac{\xi^3 d\xi}{\exp(\xi) - 1} \quad \xi_2 = \frac{h\nu_2}{k_B T} \\ &= \frac{8\pi \nu k_B^4 T^4}{c^3 h^3} I[\xi_1, \xi_2] \end{aligned}$$

Q22 à une fréquence donnée il existe dN photons de cette fréquence, leur énergie vérifie

$$dE = E(\nu) dN = h\nu dN$$

d'où
$$dN = \frac{Vu(\nu)}{h\nu} d\nu$$

donc
$$N_{12} = \int_{\nu_1}^{\nu_2} dN = \frac{8\pi V}{c^3} \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{\nu^2}{\exp(\frac{h\nu}{k_B T}) - 1} d\nu$$

(même changement de variable)
$$= \frac{8\pi V}{c^3} \frac{k_B^3 T^3}{h^3} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\xi^2}{\exp(\xi) - 1} d\xi$$

Q23 l'énergie moyenne de chaque photon vaut

$$E_{\text{moy}} = \frac{E_{12}}{N_{12}} = \frac{I[\xi_1, \xi_2]}{J[\xi_1, \xi_2]} k_B T$$

elle est proportionnelle à la température

Q24 l'énergie ^{volumique} $\epsilon_{\text{moyenne}}$ dans la boîte est $\frac{\epsilon_{\text{EM}}}{V}$
 donc l'énergie ^{volumique} des ondes électro-magnétiques qui
 échappent la boîte est aussi $u = \frac{\epsilon_{\text{EM}}}{V} = \frac{8\pi k_B^4 T^4}{15 c^3} T_{\text{eff}}$
 qui est proportionnelle à T^4
 or la puissance $P = \vec{\Pi} \cdot \vec{S} = u \frac{K}{c} \cdot \vec{S} \propto u \propto T^4$

Q25
$$\frac{P(333K)}{P(39K)} \approx \frac{333K^4}{39K^4} = 5.3 \times 10^3$$

la émission d'énergie est réduite par un facteur
 environ 5000

Q26 le nombre de photons n'a pas d'influence sur la
 puissance car un photon peut avoir différents
 niveaux d'énergies ($E = h\nu$) en fonction de sa fréquence.
 Ce qui est important est l'énergie moyenne
 pour la puissance émise.

Q27 R_h est le référentiel héliocentrique

Q28 Un référentiel galiléen est un référentiel où
 il est possible d'appliquer le principe fondamental
 de la dynamique.

Or, R est en rotation uniforme dans R_h .
 d'après la formule des compositions des accélérations

$$\vec{a}_{R_h}(M) = \vec{a}_R(M) + \vec{a}_c + \vec{a}_e$$

où $\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_R(M)$

$$\vec{a}_e = \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{SM}) = -\omega^2 \vec{SM} \neq \vec{0}$$



Numéro de place

218850

Numéro d'inscription

12490

Signature

CHERNYAK

Nom

CHERNYAK

Prénom

Nazar

Épreuve Physique - Chim 1

CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

03 / 04

Q28

donc sauf cas très particuliers

(continue)

$$\vec{a}_{R_h} \neq \vec{a}_R$$

$$\text{et donc } m \vec{a}_R \neq \sum \vec{F}_i = m \vec{a}_{R_h}$$

c'est à dire R n'est pas galiléen

Q29

Si le télescope est immobile dans R, alors sa vitesse
et sa accélération vaut $\vec{0}$

$$\begin{cases} \vec{v}_R = \vec{0} \\ \vec{a}_R = \vec{0} \end{cases}$$

On applique la relation fondamentale de dynamique
version non galiléen : (avec R_h galiléen)

$$(\vec{0} =) m \vec{a}_R = \vec{F}_{S \rightarrow M} + \vec{F}_{T \rightarrow M} - m \vec{a}_e - m \vec{a}_c$$

$$= -G \frac{m M_S}{\|SM\|^3} \overrightarrow{SM} - G \frac{m M_T}{\|TM\|^3} \overrightarrow{TM} +$$

$$+ m S M \omega^2 - m \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{R_h} = \vec{0}$$

$$\vec{0} = (d_{TS} + r_{L2}) \omega^2 \vec{e}_x - G \left(\frac{M_S}{(d_{TS} + r_{L2})^2} + \frac{M_T}{d_{TS}^2} \right) \vec{e}_x$$

donc en projetant sur $\vec{e}_x$

$$0 = \omega^2 (d_{TS} + r_{L2}) - G \left(\frac{M_S}{(d_{TS} + r_{L2})^2} + \frac{M_T}{d_{TS}^2} \right)$$

$$G = G M_S \left(\frac{1}{d_T^2} + \frac{r_{L2}}{d_T^3} \right) - G \left(\frac{M_S}{(d_{TS} + r_{L2})^2} + \frac{M_T}{d_{TS}^2} \right)$$

Q29
carteEn multipliant par $\frac{d^2}{m_s G}$

$$0 = 1 + \frac{r_{L_2}}{d_T} - \left(\frac{m_s / m_T}{\left(\frac{d_T^2}{d_T^2 + d_s^2} \right)} \right) - 1$$

$$\stackrel{\text{d'où}}{=} R - \alpha(1 + R^2)$$

$$\underline{F(R, \alpha) = R - \alpha(1 + R^2)}$$

Q30

On a $R \geq 0$, car L_2 est "situé tout de la
de la terre sur l'axe Terre-Soleil"
donc on choisit $R_{\min} = 0$

On choisit $R_{\max} = 1$, car si le point de
Lagrange est trop loin de la terre, il risque
d'être perturbé par les champs gravitationnels des
autres astres, donc c'est pas valable.

Q31

par définition

$$\begin{aligned} r_{L_2} &= d_{TS} R \\ &= 1.35 \times 10^6 \text{ km} \\ &\underline{\text{AN}} \end{aligned}$$

Q32

Pour aboutir aux telles équations, il est possible
d'appliquer le principe fondamentale de la dynamique à M
Mais il faut prendre en compte le fait que R n'est pas
Galiléen en rajoutant les forces d'inertie

$$\vec{f}_{ie} = -m \vec{a}_e$$

$$= HM \omega^2 \vec{e}_x$$

"force d'inertie d'entraînement"

$$\text{et } \vec{f}_{ic} = -m \vec{a}_c$$

$$= -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v}_R$$

"force d'inertie de Coriolis"

Q33

la vitesse de m dans R vaut

$$\left. \frac{d \vec{GM}}{dt} \right|_R = \dot{E}_x(t) \vec{e}_x + \dot{E}_y(t) \vec{e}_y + \dot{E}_z(t) \vec{e}_z$$

$$R = \vec{v}_R(m)$$

la force de Coriolis vaut

$$\vec{f}_{ic} = -2m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} \dot{E}_x \\ \dot{E}_y \\ \dot{E}_z \end{bmatrix}$$

$$= -2m \begin{bmatrix} -\omega \dot{E}_y \\ \omega \dot{E}_x \\ 0 \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 2\omega \dot{E}_y \\ -2\omega \dot{E}_x \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le m se simplifie avec le m dans $(m \vec{a}_R = \sum \vec{F}_i)$
 et on vérifie que les termes apparaissent dans
 les bonnes projections. (ici $2\omega \dot{E}_y$ apparaît dans
 $(\ddot{E}_x(t) = 2\omega \dot{E}_y(t) + g\omega^2 E_x(t))$ qui est la projection de p.f.d
 selon $\vec{e}_x, \dots$)

Q34

La projection de Principe Fondamental de la Dynamique (P.F.D.)
 sur $\vec{e}_z$ est indépendante des 2 autres projections, c'est
 à dire E_z n'apparaît pas dans les autres projections.
 C'est aussi une équation d'oscillateur harmonique
 de pulsation 2ω . On sait déjà que c'est stable.
 Les projections selon $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ donnent 2 équations
 couplées, intéressantes à étudier, et peuvent être restreintes
 au plan Oxy

Q35 On sous l'hypothèse de forme de solution:

$$\underline{\dot{E}}_x = p \underline{E}_x \quad \text{et} \quad \underline{\ddot{E}}_x = p^2 \underline{E}_x = (p^2 \underline{A}_x e^{pt})$$

d'où (III.2) se re-écrit en remplaçant

$$\begin{cases} p^2 \underline{E}_x = 2\omega p \underline{E}_y + 9\omega^2 \underline{E}_x \\ p^2 \underline{E}_y = -2\omega p \underline{E}_x - 3\omega^2 \underline{E}_y \end{cases}$$

en divisant par $e^{pt} \neq 0$

$$\begin{cases} p^2 \underline{A}_x = 2\omega p \underline{A}_y + 9\omega^2 \underline{A}_x \\ p^2 \underline{A}_y = -2\omega p \underline{A}_x - 3\omega^2 \underline{A}_y \end{cases}$$

$$\text{ie } \begin{cases} 0 = 2\omega p \underline{A}_y + (9\omega^2 - p^2) \underline{A}_x \\ 0 = -2\omega p \underline{A}_x - (3\omega^2 + p^2) \underline{A}_y \end{cases}$$

Q36

Si $(\underline{A}_x, \underline{A}_y) \neq (0, 0)$, alors, le déterminant de matrice de système est nul, et les deux équations ne sont pas indépendantes.

$$\begin{cases} 0 = (9\omega^2 - p^2) \underline{A}_x + 2\omega p \underline{A}_y \\ 0 = -2\omega p \underline{A}_x - (3\omega^2 + p^2) \underline{A}_y \end{cases}$$

$$\text{donc } -(9\omega^2 - p^2)(3\omega^2 + p^2) - (-2\omega p)(2\omega p) = 0$$

$$0 = 4\omega^2 p^2 - (-p^4 + 6\omega^2 p^2 + 27\omega^4)$$

$$0 = p^4 - 2\omega^2 p^2 - 27\omega^4$$

On calcule le discriminant de polynôme de second degré en p^2

$$\Delta = 4\omega^4 - 4(-27)\omega^4 = 16 \times 27 \omega^4 > 0$$

$$\sqrt{\Delta} = 24\sqrt{3} \omega^2$$

les racines

$$r_1 = \frac{2\omega^2 + \sqrt{\Delta}}{2} = (1 + 2\sqrt{3}) \omega^2 > 0$$

$$r_2 = \frac{2\omega^2 - \sqrt{\Delta}}{2} = (1 - 2\sqrt{3}) \omega^2 < 0$$



Numéro de place

218850

Numéro d'inscription

42490

Signature

CHERNYAK

Nom

CHERNYAK

Prénom

Nazar

Épreuve

Physique chim 1

CONCOURS CENTRALE-SUPÉLEC

Ne rien porter sur cette feuille avant d'avoir complètement rempli l'entête

Feuille

04

04

donc les valeurs possibles pour p sont, d'après $p^2 \in \{1, 2\}$ et $p \in \mathbb{C}$

$$p \in \left\{ \sqrt{1+2\sqrt{2}} \omega, -\sqrt{1+2\sqrt{2}} \omega, -i\omega\sqrt{2\sqrt{2}-1}, +i\omega\sqrt{2\sqrt{2}-1} \right\}$$

On remarque notamment que il existe une solution qui diverge car $p = \sqrt{1+2\sqrt{2}} \omega$, ex est une exponentielle croissante. L'équilibre paraît être instable

Q 37 le temps caractéristique de cette exponentielle vaut $\tau = \frac{1}{p} = \frac{1}{\sqrt{1+2\sqrt{2}} \omega}$

$$\underline{\text{AN}} \quad 1.23 \times 10^7 \text{ s}$$

soit 3400 jours

qui est le temps après qu'il faut repositionner le télescope, car il a trop dévié de point de visée

Q 38 On remarque que la point de L_2 est stable en z , et le temps d'instabilité en x et y est assez mineur qui explique le choix de mettre le JWST en L_2

Ne rien écrire

dans la partie barrée

