

Programme de colles n°1

Semaine du 14/09

Révisions : Analyse asymptotique

Ce chapitre est uniquement consacré aux révisions de MPSI-MP2I. Privilégiez les exercices techniques. Le point de vue théorique sur les suites sera abordé dans le chapitre 2 consacré aux normes sur un espace vectoriel. Exemples d'e thèmes traités en cours :

- Développements limités
- Suites récurrentes
- Suites définies implicitement

Chapitre n°1 : Séries numériques

Ce chapitre est essentiellement un chapitre de révisions.

- Séries à termes positifs
 - Théorème de comparaison, nature des séries de Riemann, règle de d'Alembert, théorème de majoration.
 - Comparaison série-intégrale : aucun théorème à connaître, seule la technique de comparaison série-intégrale est à connaître.
- L'absolue convergence implique la convergence (séries à termes réelles ou complexes).

Questions de cours :

1. Donner sans démonstration le développement limité en 0 à tout ordre de deux ou trois fonctions classiques parmi $\frac{1}{1-x}$, e^x , $\ln(1+x)$, $\cos(x)$, $\sin(x)$, $\operatorname{ch}(x)$, $\operatorname{sh}(x)$, $(1+x)^\alpha$.
2. Une série à termes positifs est convergente si et seulement si la suite de ses sommes partielles est bornée.
3. Théorèmes de comparaison : si $u_n = O(v_n)$, si $v_n \geq 0$ et si $\sum v_n$ converge, alors $\sum u_n$ converge.
4. Nature des séries de Riemann.
5. Dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$, l'absolue convergence implique la convergence.
6. Règle de d'Alembert
7. Développement asymptotique de la série harmonique à la précision $o(1)$.