Robot à parallélogramme déformable.

Le système étudié est un robot industriel destiné à la manutention de pièces lourdes. Ce robot a une structure en parallélogramme déformable qui lui permet de déplacer son poignet dans l'aire de travail définie sur la figure 1.

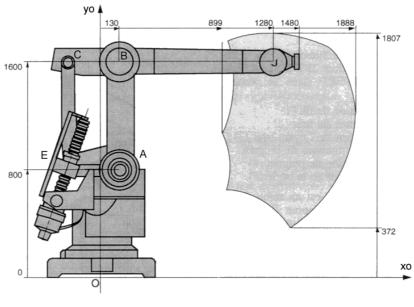
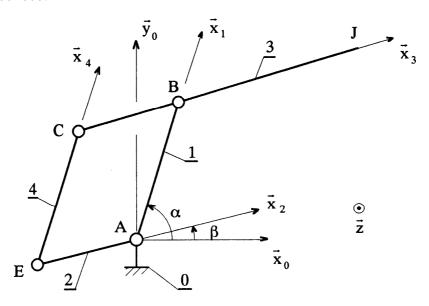


figure 1

La figure 2 présente une représentation simplifiée du robot avec les différents repères associés aux différents solides du robot.



Soit $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ un repère lié au solide 0 : le bâti.

Soit $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$ un repère lié au solide 1. Le solide 1 est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe (A, \vec{z}) par rapport au solide 0. Posons $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$.

Soit $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$ un repère lié au solide 2. Le solide 2 est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe (A, \vec{z}) par rapport au solide 0. Posons $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$.

Soit $R_4(E, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z})$ un repère lié au solide 4. Le solide 4 est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe (E, \vec{z}) par rapport au solide 2. Posons $\overrightarrow{EA} = D.\vec{x}_2$.

Soit $R_3(B,\vec{x}_3,\vec{y}_3,\vec{z})$ un repère lié au solide 3. Le solide 3 est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe (B,\vec{z}) par rapport au solide 1 et d'un mouvement de rotation autour de l'axe (C,\vec{z}) par rapport au solide 4. Posons $\overrightarrow{AB} = L.\vec{x}_1$ et $\overrightarrow{EC} = L.\vec{x}_4$.

Par ailleurs : $\overrightarrow{CB} = D.\vec{x}_3$ et $\overrightarrow{BJ} = H.\vec{x}_3$

Les mouvements du robot sont commandés par des moteurs :

Le solide 1 a son mouvement de rotation commandé par un moteur M1 tel que : $\alpha \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$

Le solide 2 a son mouvement de rotation commandé par un moteur M2 tel que : $\beta \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$

- Q 1 Déterminer le torseur cinématique du mouvement de :
 - 2 par rapport à 0, au point A
 - 1 par rapport à 0, au point A
 - 4 par rapport à 0, au point E
 - 3 par rapport à 0, au point B
 - 3 par rapport à 1, au point B
 - 3 par rapport à 4, au point C
- **Q 2** Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(J \in 3/0)$.
- Q 3 Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(J \in 3/0)$ lorsque le moteur M2 est à l'arrêt et $\beta = 0$. En déduire la trajectoire du point J dans $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$.
- **Q 4** Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(J \in 3/0)$ lorsque le moteur M1 est à l'arrêt et $\alpha = \frac{\pi}{3}$. En déduire la trajectoire du point J dans $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$.
- **Q 5** Tracer la surface liée à $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ dans laquelle se déplace le point J lorsque α et β varient dans les limites précédemment définies.