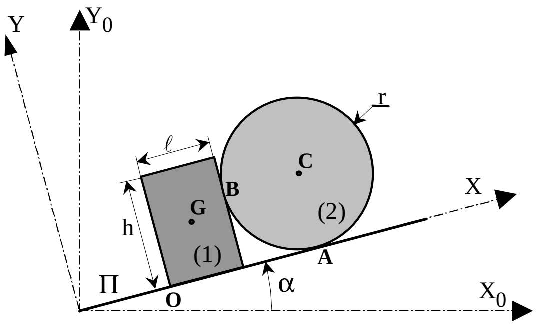
Equilibre sur un plan incliné : Exercice n°2

Sur un plan incliné (Π), un parallélépipède rectangle (1) retient une barre cylindrique de révolution (2) *(figure ci-contre)*. Etudions la rupture d'équilibre d'un tel système.



Dans ce problème, supposé plan, soit $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère galiléen lié au plan (Π), l'axe $(O, \vec{x})$ étant dirigé suivant la ligne de la plus grande pente.

Notons α l'angle que forme l'axe $\vec{x}$ avec l'horizontal.

Le parallélépipède (1) est homogène, de masse m_1 et de centre de gravité G. Sa section droite a pour largeur ℓ et pour hauteur h.

La barre cylindrique (2) est homogène, de masse m_2. Sa section droite et circulaire de centre C et de rayon r.

Soit f le coefficient de frottement entre les trois solides en contact.

On pose :

$$\{\mathcal{T}(0 \to 1)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}(0 \to 1) = X_O.\vec{x} + Y_O.\vec{y} \\ \vec{m}_{O(0 \to 1)} = M_O.\vec{z} \end{Bmatrix}$$

$$\{\mathcal{T}(1 \to 2)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}(1 \to 2) = X_B.\vec{x} + Y_B.\vec{y} \\ \vec{m}_{B(1 \to 2)} = \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\{\mathcal{T}(0 \to 2)\} = \begin{Bmatrix} \vec{R}(0 \to 2) = X_A.\vec{x} + Y_A.\vec{y} \\ \vec{m}_{A(0 \to 2)} = \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} m_1 = 4\ kg \\ m_2 = 12\ kg \\ g = 10\ m/s^2 \\ l = 10\ cm \\ h = 15\ cm \\ r = 10\ cm \\ f = 0{,}2 \end{cases}$$

QUESTIONS

question 1) **Ecrire les six équations scalaires déduites du principe fondamental de la statique appliqué à (1) puis à (2).**

question 2) **En supposant (hypothèse dont on vérifiera la validité à la dernière question) qu'à la rupture d'équilibre, (1) glisse sur (Π) sans basculer et que (2) roule sans glisser sur (Π) et roule en glissant sur (1). Ecrire les deux équations scalaires que l'on obtient lorsque le système et à la limite du glissement.**

question 3) **Déterminer la valeur maximale de l'angle α pour que le système reste en équilibre par rapport au plan (Π).**

question 4) **A la limite du glissement, déterminer les inconnues de liaison.**

question 5) **Vérifier la validité de l'hypothèse de rupture d'équilibre fait à la question 2.**