

EFFET GYROSCOPIQUE

Objectif

— Modéliser le couple gyroscopique.

1 Présentation

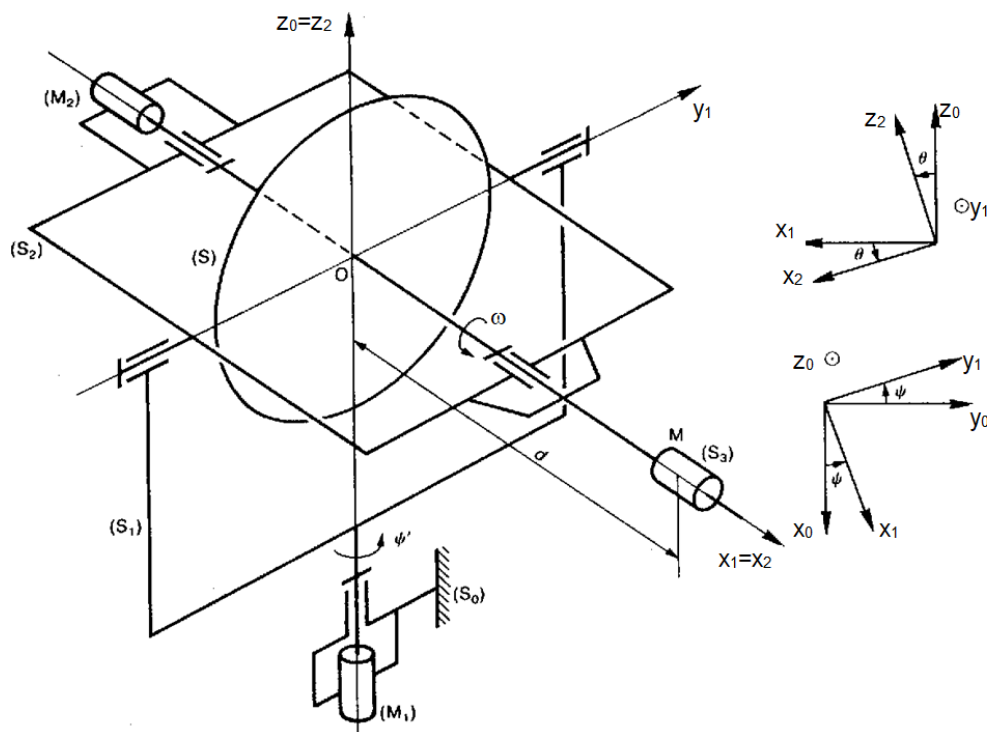
On peut mettre en évidence simplement l'effet gyroscopique en réalisant l'expérience suivante :

Prenez une roue de vélo en la saisissant par les deux extrémités de son moyeu (axe). Imposez lui un mouvement de rotation (le plus important possible). Lorsque vous pivoter la roue vers la droite, celle-ci cherche à s'incliner vers la gauche et inversement.

La technique de pilotage qui consiste à faire tourner le guidon dans le sens opposé au virage, encore appelée technique de contre-braquage, est bien connue des motards. Elle est utilisée au-delà d'une certaine vitesse (environ 40 km/h) lorsque le pilote veut enchaîner rapidement de petits virages (zigzags, gymkhana).



2 Modélisation



- Au bâti S_0 du gyroscope est attaché le repère galiléen $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
Le champ de pesanteur est donné par : $\vec{g} = -g\vec{z}_0$ avec $g \in \mathbb{R}^+$
 - Le cadre S_1 est en liaison pivot sans frottement d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec S_0 . On note $\mathcal{R}_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ un repère lié à S_1 . On pose $\psi(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. Un moteur M_1 lié à S_0 entraîne S_1 en rotation.
 - Le cadre S_2 est en liaison pivot sans frottement d'axe $(O, \vec{y}_1)$ avec S_1 . On note $\mathcal{R}_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$ un repère lié à S_2 . On pose $\theta(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$.
 - Le rotor S est en liaison pivot sans frottement d'axe $(O, \vec{x}_2)$ avec S_2 . Un moteur M_2 lié à S_2 entraîne S en rotation à la vitesse angulaire constante $\omega : \overrightarrow{\Omega}(S/S_2) = \omega\vec{x}_2$
Ce système est conçu de telle façon que le centre d'inertie de l'ensemble constitué par S_2 , M_2 et S se trouve sur l'axe $(O, \vec{y}_1)$.
- Un solide S_3 assimilable à un point matériel de masse m est placé au point M, tel que $\overrightarrow{OM} = d\vec{x}_2$ avec $d \in \mathbb{R}^+$. On règle alors la vitesse de rotation du moteur M_1 de façon à avoir $\theta = 0$. Dans ce cas $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ et $\vec{z}_0 = \vec{z}_2$.

On pose :

$$\begin{aligned}
 & \text{— } \left[\overline{\overline{I}}(O, S_2 + M_2) \right] = \begin{bmatrix} A_2 & -F_2 & 0 \\ -F_2 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)} : \text{matrice d'inertie en O de l'ensemble } S_2 + M_2 \text{ (rotor du moteur} \\
 & \text{exclus);} \\
 & \text{— } \left[\overline{\overline{I}}(O, S) \right] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{(\vec{x}_2, -, -)} : \text{matrice d'inertie en O du solide } S \text{ (rotor du moteur inclus);}
 \end{aligned}$$

3 Travail demandé

Q1. Quelle équation scalaire obtient-on en appliquant à l'ensemble matériel $\Sigma = \{S, S_2, S_3, M_2\}$ dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0$, le théorème du moment dynamique au point O, en projection sur $\vec{y}_1$?

Q2. Déterminer $\dot{\psi}$ sachant que :

- $m = 350 \text{ g}$
- $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
- $d = 15 \text{ cm}$
- $\omega = 4500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$
- $A = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$