PANTOGRAPHE DE TGV

1 Mise en situation

Le pantographe est un ensemble articulé qui capte et conduit le courant électrique depuis la caténaire jusqu'à la ligne de toiture d'une motrice ferroviaire.

Ce mécanisme doit satisfaire les exigences suivantes :

- Capter sans interruption des courants de haute intensité, pour toutes les vitesses de déplacement de la motrice ;
- Etre peu sensible aux variations de condition du contact avec la caténaire et posséder des masses et inerties réduites ;
- Assurer le captage du courant sans entretien (sauf remplacement des barres de frottement sur la caténaire) durant un million de kilomètres.

FIGURE 1 – Pantographe de TGV

2 Description

Le pantographe objet de l'étude suivante est de type unijambiste (figure 1 et 2).

Sa manœuvre est provoquée par un vérin pneumatique à simple effet. La montée est assurée par mise en pression du vérin, la descente par des ressorts logés dans le corps de ce vérin.

Après levage, l'ensemble du système moteur n'exerce aucune action sur le pantographe lors du captage du courant.

Le maintien du contact entre l'archet et la caténaire est alors assuré par des ressorts équilibreurs qui permettent au mécanisme de captage de suivre les dénivellations de la caténaire.

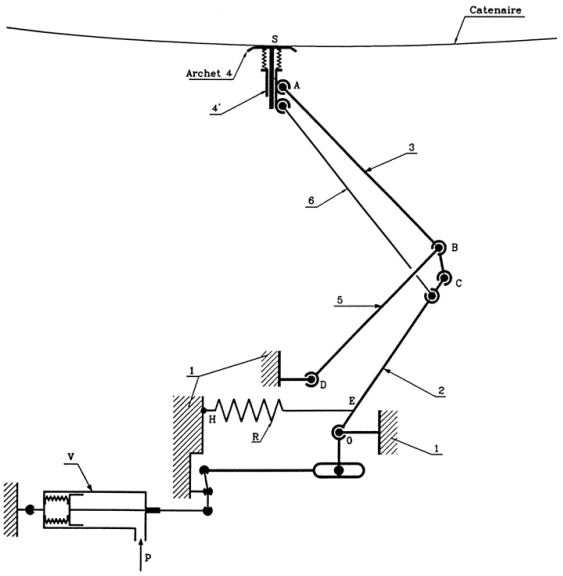

FIGURE 2 – Schéma du pantographe

La figure 2 propose une représentation schématique plane du pantographe, constitué :

- D'un bâti **1** réalisé en profilés assemblés par soudure, supportant les différentes parties du pantographe : système articulé, vérin pneumatique V, ressorts équilibreurs R. Ce bâti est fixé sur le toit de la motrice par trois pieds isolants assurant un montage sans gauchissement.
- D'un système articulé portant l'archet décrit ci-dessous et composé des quatre éléments **2**, **3**, **5** et **6** :

  - Un bras inférieur **2**, cylindrique de fort diamètre, en acier, articulé au point O avec le bâti **1** et sur lequel agissent le vérin et sa tringlerie d'une part et les ressorts équilibreurs R, d'autre part.
  - Une tringle de poussée **5** en acier, articulée en un point fixe D du bâti **1**.
  - Un cadre supérieur **3** en tube d'acier de section carrée, coudé, articulé sur le bras inférieur **2** en C, sur la tringle de poussée **5** en B et sur le support **4'** de l'archet **4** en A.
  - Une bielle secondaire **6** articulée sur le bras inférieur **2**, destinée à maintenir la tige de l'archet **4** dans une position sensiblement verticale dans la zone de captage du courant.
- D'un archet **4** qui assure le captage du courant depuis la caténaire ; il est constitué d'une armature métallique supportant les barres de frottement interchangeables, en carbone. L'archet est lié plastiquement au système articulé par l'intermédiaire de tiges coulissant dans un boîtier 4' équipé de ressorts, participant au maintien du contact avec la caténaire.
- Un système de ressorts équilibreurs R, destiné à assurer le maintien du contact archet/caténaire ; ces ressorts sont fixés d'une part au bâti en H, d'autre part au bras inférieur en E.
- D'un vérin pneumatique simple effet V, mis en action par air comprimé dans le sens de la montée et par des ressorts dans le sens de la descente du pantographe ; une boite à clapets, non représentée et non étudiée ici, est associée au vérin et permet un décollement rapide de l'archet et une prise de contact sans choc sur les butées de repos.

3 Travail demandé

3.1 Première partie : Etude cinématique Pantographe simplifié

On se propose d'étudier le pantographe à mécanisme simplifié de la figure 3.

Il est constitué :

- D'une roue à chaîne de centre O, de rayon R_1, solidaire du bâti **1**.
- D'un bras principal **2** (tige OC), de longueur L_2, articulé au point O avec le bâti **1**.
- D'un bras secondaire **3** (tige CA), de longueur L_3, articulé en C avec le bras principal **2**, sur lequel est fixé une roue à chaîne de centre C et de rayon R_3.
- D'un archet qui n'est pas étudié ici, assurant le captage du courant ; le mécanisme de maintien en position verticale de l'archet n'est pas représenté.
- D'une chaîne Ch reliant les deux roues à chaîne de centres O et C.

  En position repliée, l'ensemble est tel que les barres **2** et **3** sont horizontales ($\theta_2 = \theta_3 = 0$)

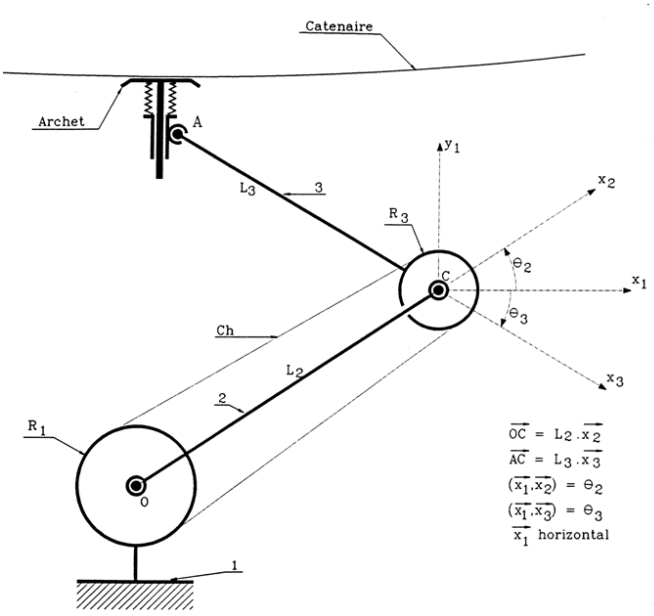

FIGURE 3 – Première modélisation

Q1. Donner l'expression de la vitesse du point A de la pièce **3** par rapport au bâti **1**, notée $\overrightarrow{V}(A,3/1)$ en fonction de L_2, L_3, θ_2, $\dot{\theta}_2$, θ_3 et $\dot{\theta}_3$.

Q2. On pose : $\overrightarrow{V}(A,3/1) = V_x\vec{x}_1 + V_y\vec{y}_1$. Exprimer le rapport $\dfrac{V_x}{V_y}$ (appelé susceptibilité du pantographe) en fonction de L_2, L_3, θ_2, $\dot{\theta}_2$, θ_3 et $\dot{\theta}_3$.

Q3. Etablir la relation liant θ_2, θ_3, R_1 et R_3.

Q4. Sachant que $L_2 = L_3$, en déduire la relation liant R_1 et R_3 pour que la trajectoire (ou la vitesse), par rapport au bâti **1**, de l'extrémité A de la barre **3**, soit verticale passant par O.

Q5. Donner dans ces conditions, l'expression de la vitesse du point A de la barre **3** par rapport au bâti **1** en fonction de L_2, θ_2 et de $\dot{\theta}_2$.

3.2 Deuxième partie : Etude dynamique

Etude du pantographe seul, sans archet, motrice à l'arrêt

Le but de cette partie consiste à faire une étude préliminaire d'un système correspondant au pantographe sans archet. Le modèle retenu pour cette étude est celui défini par le schéma de la figure 4.

Hypothèses et notations :

- Le repère lié à la motrice **1** est supposé galiléen ;
- **2** et **3** sont deux barres homogènes de longueurs identiques qui représentent le pantographe simplifié, en forme de demi-losange. Les centres de gravité G_2 et G_3 des barres sont en leur milieu.
- Les masses des barres **2** et **3** sont respectivement m_2 et m_3.
- Les moments d'inertie de **2** par rapport à $(G_2,\vec{z})$ et de **3** par rapport à $(G_3,\vec{z})$ sont respectivement I_2 et I_3.
- Un ressort de raideur K, assez long devant les variations imposées par θ pour qu'on le suppose constamment horizontal, est lié en H au bâti **1** et en E la barre **2**. Sa longueur libre est obtenue pour $\theta = \frac{\pi}{2}$.
- On admet en A un effort vertical : $\overrightarrow{F}_0 = F_0\vec{y}_1$.

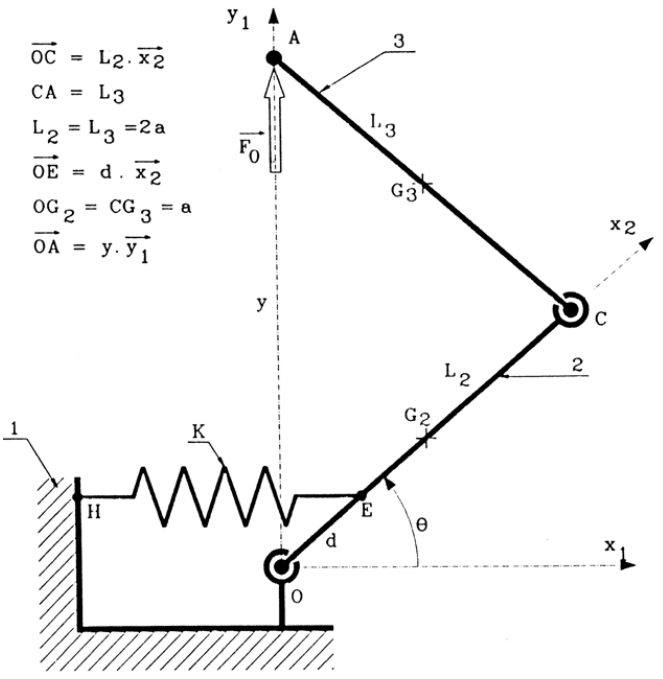

FIGURE 4 – Seconde modélisation

Q6. Ecrire la relation liant y, θ et a.

Q7. Calculer la puissance développée par les actions mécaniques appliquées au pantographe dans l'hypothèse de liaisons parfaites ; donner son expression en fonction de K, F_0, a, d, m_2, m_3, θ et $\dot{\theta}$.

Q8. Calculer l'énergie cinétique du pantographe par rapport à **1** ; donner son expression en fonction de a, I_2, I_3, m_2, m_3, θ et $\dot{\theta}$.

Q9. Donner l'équation de mouvement issue du théorème de l'énergie cinétique appliqué au pantographe dans son mouvement par rapport à **1**.

Q10. La position d'équilibre du dispositif est obtenue pour $\theta = \theta^* = \frac{\pi}{4}$. On pourrait montrer que cette position correspond à un **minimum de l'énergie cinétique** du dispositif. En déduire une relation qui donne F_0^* (valeur de F_0 à l'équilibre défini par $\theta = \theta^* = \frac{\pi}{4}$) en fonction des éléments de masse, des longueurs et de K.

Etude des petits mouvements en quasi-statique (variation d'énergie cinétique négligée) autour de $\theta = \theta^* = \frac{\pi}{4}$.
on pose :

- $\theta = \theta^* + \epsilon_\theta$, où ϵ_θ est un infiniment petit du premier ordre ;
- $y = y^* + \epsilon_y$, y^* correspondant à θ^*, et ϵ_y à ϵ_θ ;
- $F_0 = F_0^* + \epsilon_F$, où F_0^* est la valeur de F_0 pour $\theta = \theta^* = \frac{\pi}{4}$.

Q11. Montrer que ϵ_F peut s'écrire $\epsilon_F = K_0 \epsilon_y$; donner l'expression de K_0 en fonction de K . En déduire que F_0 est sensiblement constant si $\dfrac{a}{d}$ est grand.

Etude des petits mouvements au voisinage de $\theta = \theta^* = \frac{\pi}{4}$.

Q12. Montrer que l'énergie cinétique peut se mettre sous la forme : $T = \frac{1}{2} M \dot{y}^2$

Q13. Donner l'expression de M appelée « masse équivalente » en A en fonction de I_2, I_3, m_2, m_3 et a.

Q14. Application numérique : déterminer la valeur de M si les barres **2** et **3** sont homogènes, de masses $m_2 = 80$ kg, $m_3 = 40$ kg et si $a = 1$ m.