

# FUNITEL

## 1 Présentation

Une télécabine (figure 1) est un système de transport de personnes permettant un changement d'altitude important dans une zone d'accès difficile, généralement en montagne.

Une vue d'ensemble du télécabine Funitel est donnée figure 1. Dans cette architecture particulière les cabines reposent sur deux brins de câble porteur et tracteur distants de 3,2 m.

L'intérêt de cette solution par rapport à la solution classique, dans laquelle les cabines sont accrochées à un seul câble porteur tracteur, est de donner une plus grande stabilité aux cabines soumises à un vent latéral.



FIGURE 1 – Le funitel de La Plagne

## 2 Étude de l'asservissement en vitesse de la cabine

La vitesse de déplacement des cabines est une des caractéristiques principales du fonctionnement du funitel. Un asservissement de cette grandeur est réalisé afin de garantir les performances quelles que soient les perturbations extérieures. Le cahier des charges impose à l'asservissement de vitesse les performances suivantes :

| Exigence      | Critère                                           | Niveau | Flexibilité |
|---------------|---------------------------------------------------|--------|-------------|
| Stabilité     | Marge de phase                                    | 45°    | mini        |
| Amortissement | Dépassement transitoire de la valeur asymptotique | 10%    | maxi        |
| Précision     | Erreur statique en vitesse nominale               | 2%     | Maxi        |
| Rapidité      | Temps de réponse à 5%                             | 30 s   | maxi        |

TABLE 1 – Cahier des charges partiel

### 2.1 Étude de la motorisation

**Q1.** En utilisant le schéma bloc donné en annexe A2 avec paramétrage en A3, déterminer les fonctions de transfert  $F_1(p)$  et  $F_2(p)$  définies dans l'expression  $\Omega_m(p) = F_2(p)[F_1(p)U_m(p) - C_r(p)]$  en fonction de  $R$ ,  $L$ ,  $K_T$ ,  $K_E$ ,  $J$  et  $f$ .

**Q2.** En négligeant l'inductance  $L$ , ces deux fonctions de transfert peuvent s'exprimer sous la forme :  $F_1(p) = K_1$  et  $F_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau p}$ . Donner les expressions de  $K_1$ ,  $K_2$  et  $\tau$  en fonction de  $R$ ,  $K_T$ ,  $K_E$ ,  $J$  et  $f$ .

**Q3.** En supposant que le couple résistant est constant  $c_r(t) = c_{r0}$ , calculer  $\omega_m(t)$  suite à un échelon de tension  $u_m(t) = U_0 u(t)$  avec  $u(t)$  la fonction d'Heaviside.

**Q4.** Quelle est l'expression de cette vitesse en régime stabilisé :  $\omega_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega_m(t)$

**Q5.** Des mesures de vitesses ont été effectuées pour différentes valeurs de l'échelon d'entrée  $U_0$  (voir annexe A4). Compléter sur le document réponse DR1 le tableau de valeurs puis tracer le graphe  $\omega_\infty = f(U_0)$ .

**Q6.** En rapprochant ces mesures des équations établies aux questions 2 et 3, déterminer les valeurs numériques de  $f$ ,  $C_{r0}$  et  $J$ .

Pour la suite du problème, on prendra  $K_1 = 25 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{V}^{-1}$ ;  $K_2 = 0,015 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$  et  $\tau_m = 6 \text{ s}$ .

## 2.2 Détermination des constantes $K_r$ et $K_{cap}$

La puissance motrice est transmise à la poulie d'entraînement du câble de diamètre  $D = 4 \text{ m}$  par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport  $k$ .

On choisit le rapport de réduction  $k$  de façon à obtenir la vitesse nominale de translation du câble  $V_n = 7,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  lorsque le moteur tourne à sa vitesse nominale  $N_n = 550 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

**Q7.** Déterminer l'expression littérale puis numérique de  $K_r$ . En déduire celle de  $k$ .

La vitesse  $v(t)$  du câble est mesurée par un ensemble constitué d'une poulie de diamètre  $D_c = 0,4 \text{ m}$ , appelée « poulie capteur », roulant sans glisser sur le câble et d'une génératrice tachymétrique de gain  $K_G = 0,3 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$  montée sur son axe et délivrant une tension  $u_e(t)$  proportionnelle à la vitesse de rotation  $\omega_{pC}(t)$  de la poulie capteur.

**Q8.** Déterminer l'expression littérale puis numérique de  $K_{cap}$ .

## 2.3 Etude de l'asservissement en vitesse

**Q9.** Déterminer l'expression de  $K_{cod}$  pour que l'écart  $\epsilon(t)$  soit nul lorsque  $v(t) = v_c(t)$ .

Dans ces conditions, l'asservissement en vitesse peut être modélisé par le schéma bloc de la figure 2.

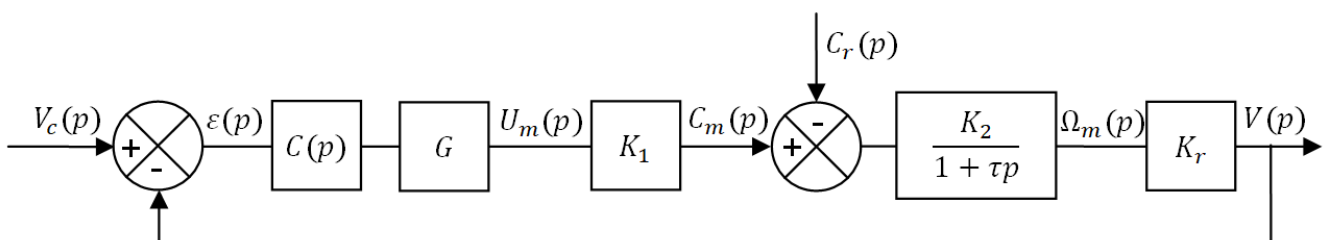


FIGURE 2 – schéma bloc simplifié de l'asservissement en vitesse

On Prendra pour la suite du problème :  $G = 4,5 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ ,  $K_r = 0,125 \text{ m}$  et  $c_r(t) = C_0$  avec  $C_0 = 10 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

### 2.3.1 Correcteur proportionnel : $C(p) = K_c$ avec $K_c \in \mathbb{R}^+$

**Q10.** Quelles sont les valeurs de  $K_c$  permettant de satisfaire l'exigence de rapidité.

**Q11.** Quelles sont les valeurs de  $K_c$  permettant de satisfaire l'exigence de précision sachant que la vitesse nominale de translation du câble est  $7,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Montrer que l'erreur statique due au couple résistant  $C_0$  est négligeable devant celle due à l'échelon de consigne.

**Le couple résistant  $c_r(t)$  sera négligé pour la suite du problème.**

**Q12.** Quelles sont les valeurs de  $K_c$  permettant de satisfaire l'exigence d'amortissement.

**Q13.** Quelles sont les valeurs de  $K_c$  permettant de satisfaire l'exigence de stabilité.

**Q14.** Déterminer la tension de commande maximale du moteur  $U_{max}$  lors de la phase de démarrage si la consigne est un échelon de vitesse  $V_{c0} = 7,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Faire l'application numérique avec la valeur minimale de  $K_c$  permettant de satisfaire l'ensemble des exigences du cahier des charges.

**Q15.** Sachant que la tension nominale du moteur est de 300 V et que sa tension de pic (valeur maxi) est de 500 V, proposer une modification du modèle ou de la consigne de façon à palier ce problème. Quelle exigence sera affectée par ce changement?

**Q16.** Conclure sur la pertinence d'un correcteur proportionnel.

**Correcteur intégral :**  $C(p) = \frac{K_i}{p}$  avec  $K_i \in \mathbb{R}^+$

**Q17.** Calculez la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement :  $F_{BF}(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$  puis identifiez ses coefficients caractéristiques (gain statique  $K_s$  ; pulsation propre  $\omega_0$  et coefficient d'amortissement  $m$ ).

**Q18.** Montrez que cette correction permet de respecter le critère de précision du cahier des charges quelle que soit la valeur de  $K_i$ .

**Q19.** Déterminez la valeur  $K_{i0}$  de  $K_i$  permettant d'optimiser le temps de réponse réduit  $T_{r5\%} \omega_0$ . Calculer  $T_{r5\%}$  dans ces conditions.

**Q20.** Les courbes de l'annexe A5 représentent une simulation de l'asservissement avec le correcteur intégral de la question précédente. Quels critères peut-on vérifier à l'aide de ces courbes?

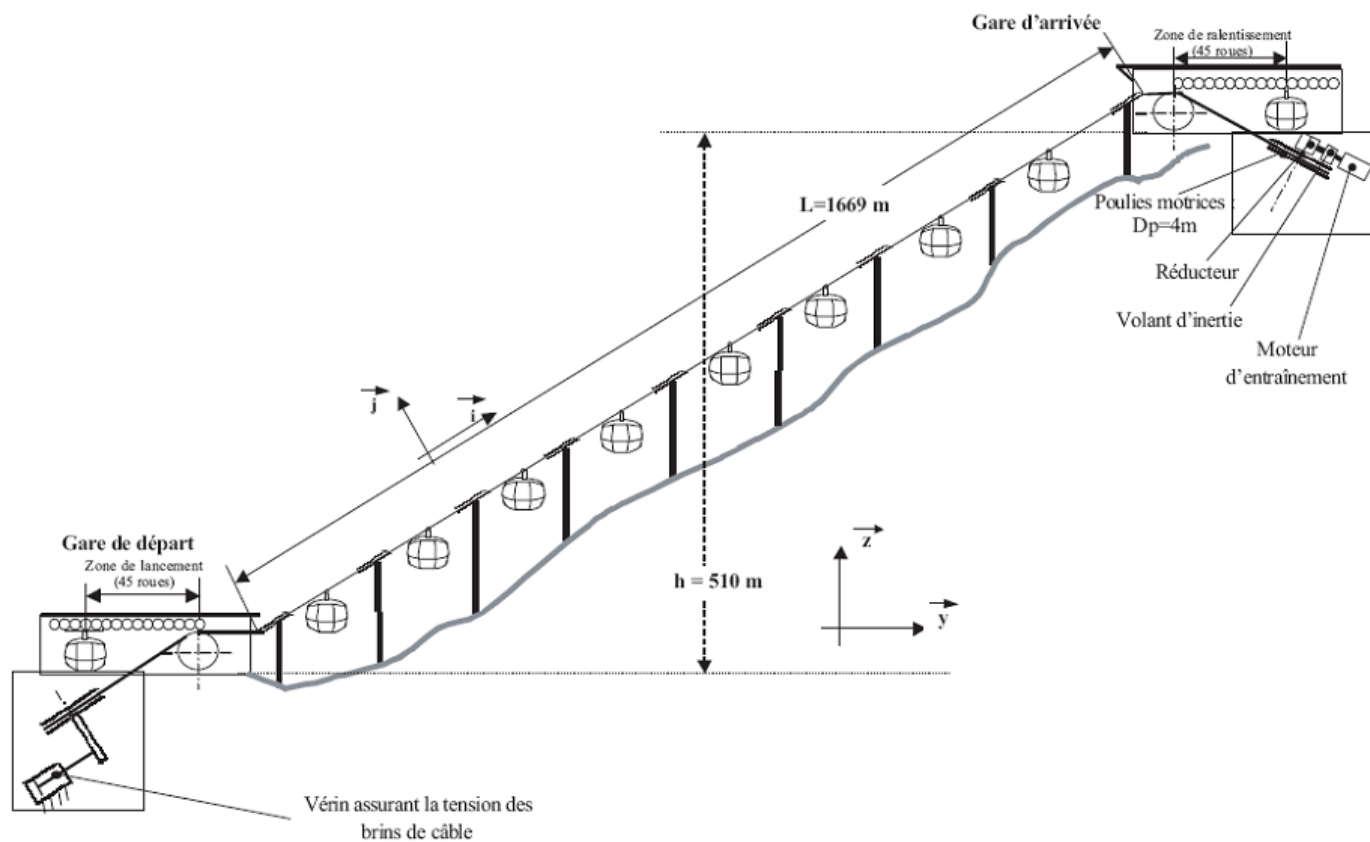
**Q21.** Tracer la réponse fréquentielle de la FTBO dans le plan de Bode puis évaluer graphiquement la marge de phase. L'exigence de stabilité est-elle vérifiée?

**Q22.** Vérifier analytiquement cette marge de phase.

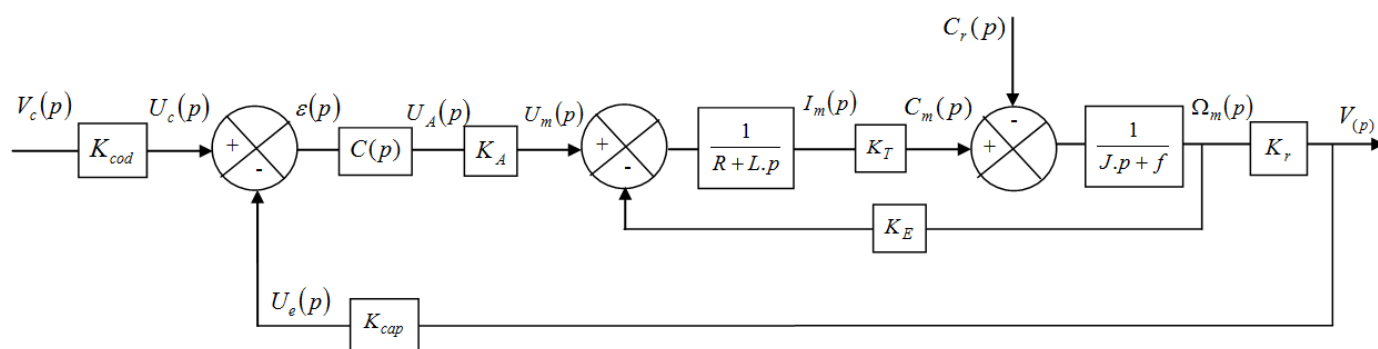
**Q23.** Le correcteur proportionnel avec  $K_i = K_{i0}$  permet-il de satisfaire le cahier des charges?

**Fin de l'énoncé**

## Annexes



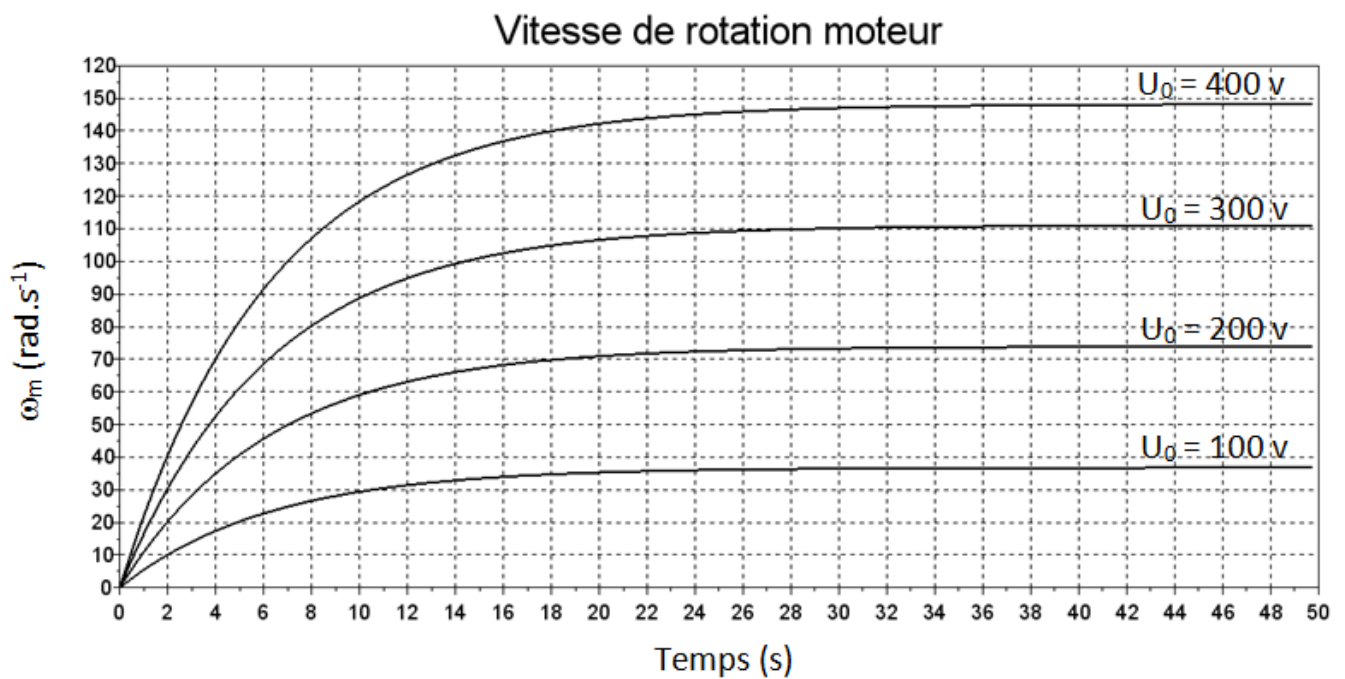
A 1 – ligne complète



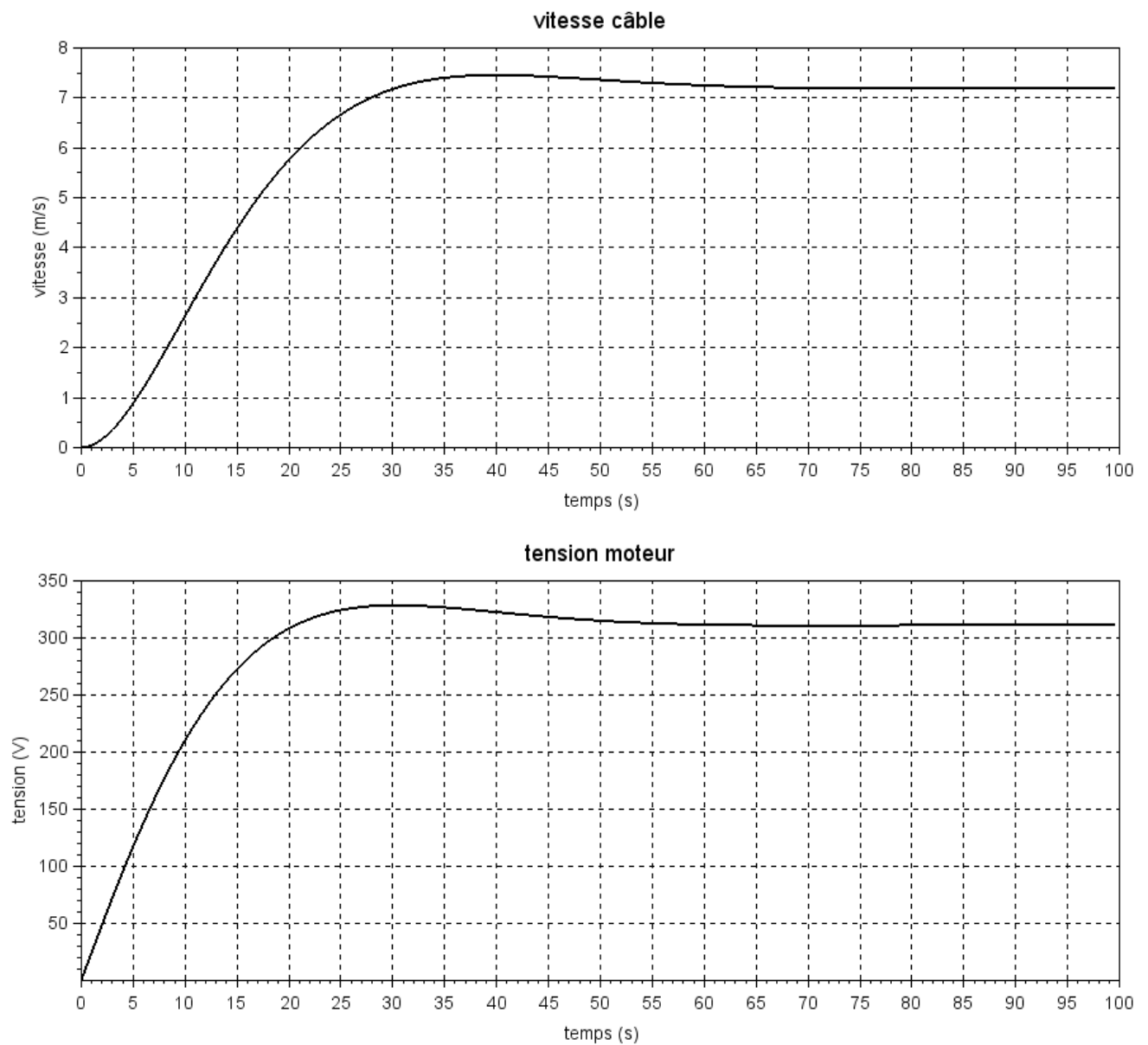
A 2 – schéma bloc de l'asservissement en vitesse

$K_{cod}$  : Codage de la consigne (A déterminer);  
 $K_{cap}$  : Gain du capteur de vitesse (A déterminer);  
 $C(p)$  : Fonction de transfert du correcteur;  
 $K_A = 3$  : Gain de l'amplificateur;  
 $R = 0,1 \Omega$  : Résistance de l'induit;  
 $L = 0,12 \cdot 10^{-3} H$  : Inductance de l'induit;  
 $K_T = 2,5 N.m.A^{-1}$  : Constante de couple;  
 $K_E = 2,5 v.s.rad^{-1}$  : Constante de force contre électromotrice;  
 $J$  : Inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur (A déterminer);  
 $f$  : Coefficient de frottement visqueux ramené à l'arbre moteur (A déterminer);  
 $K_r$  : Rapport de transmission (poulie + réducteur)(A déterminer);  
 $v_c(t)$  : Consigne de vitesse ( $m.s^{-1}$ );  
 $u_c(t)$  : Tension de consigne (v);  
 $u_e(t)$  : mesure de vitesse (v);  
 $u_m(t)$  : Tension de commande du moteur (v);  
 $i_m(t)$  : Courant dans l'induit (A);  
 $c_m(t)$  : Couple disponible sur l'arbre de sortie du moteur (N.m);  
 $c_r(t)$  : Couple résistant sur l'arbre de sortie du moteur (A déterminer);  
 $\omega_m(t)$  : Vitesse de rotation du moteur;  
 $v(t)$  : Vitesse du funitel ( $m.s^{-1}$ );

### A 3 – Paramètres de l'asservissement en vitesse



### A 4 – mesures de la vitesse du moteur lors d'essais en boucle ouverte



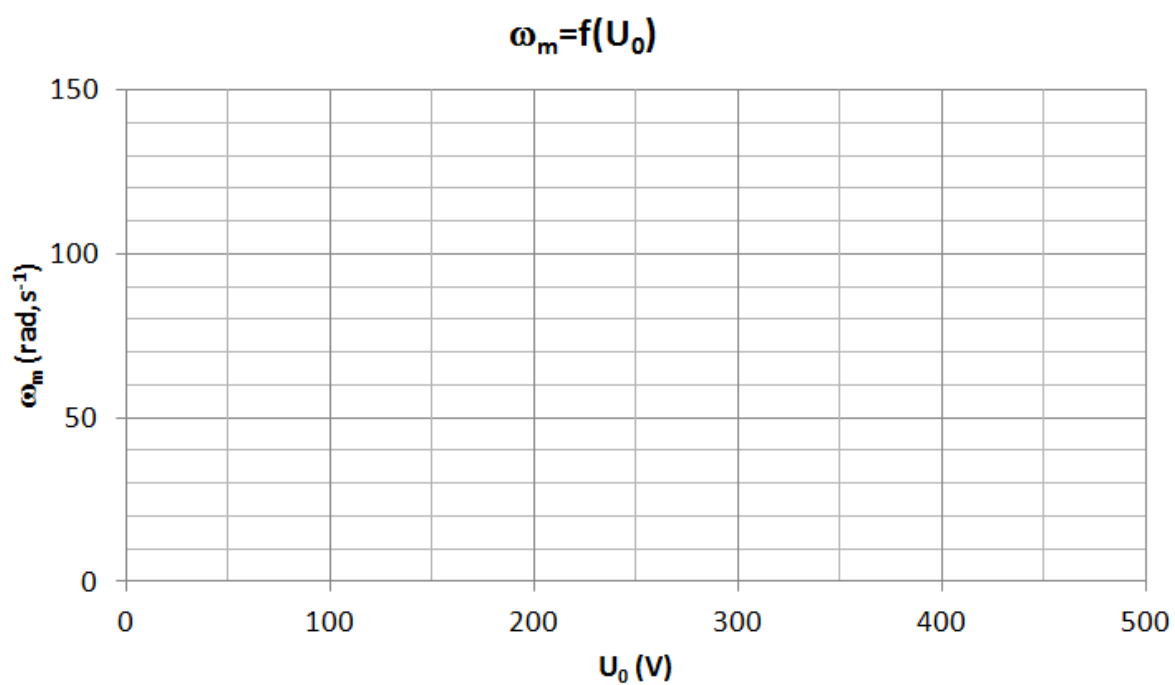
A 5 – Simulation d'une réponse temporelle de l'asservissement avec correction intégrale

## Document Réponse

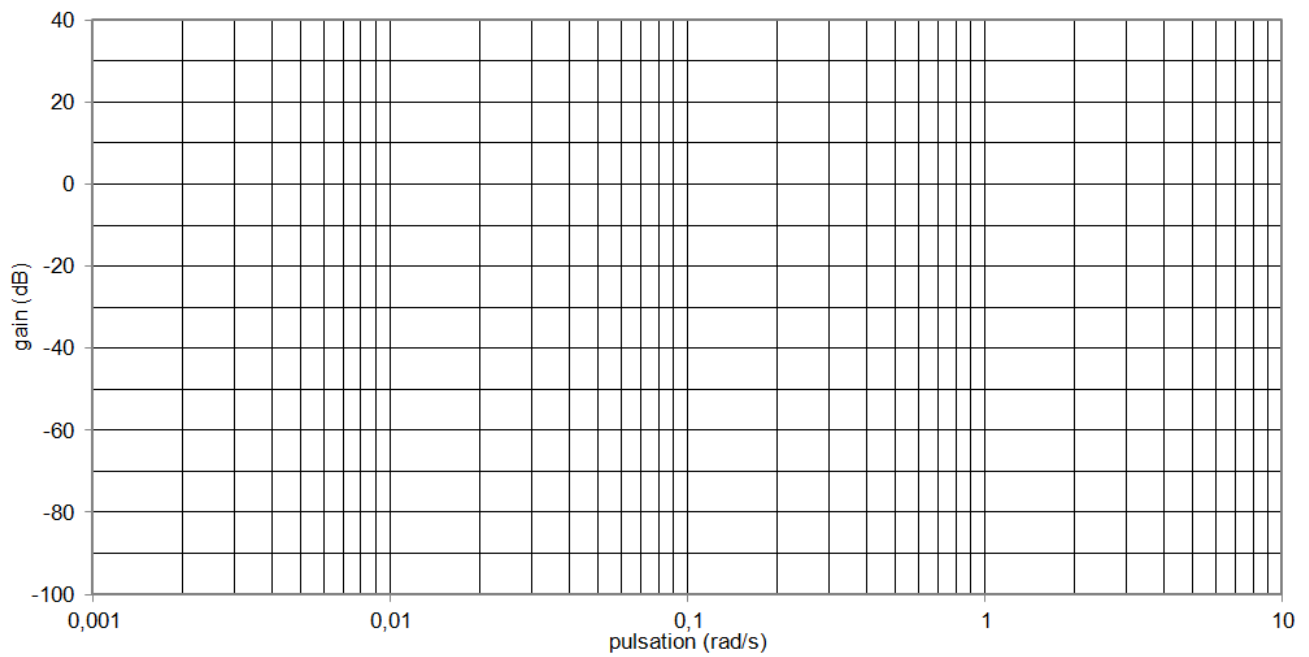
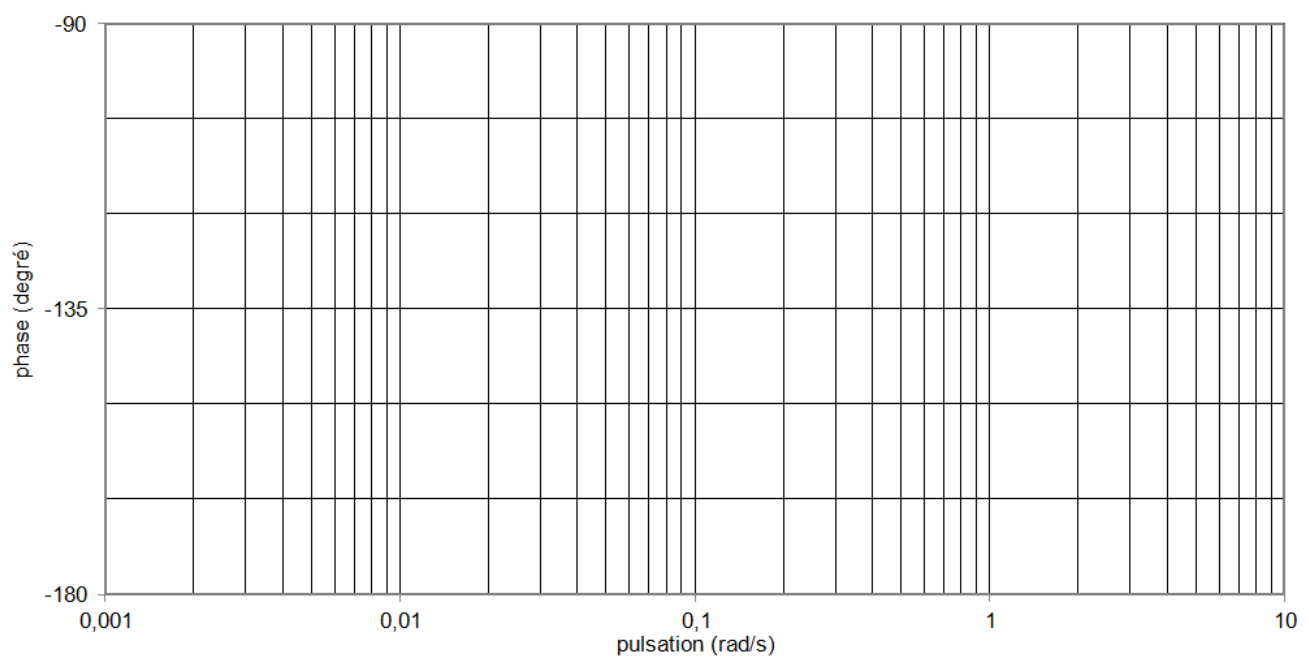
NOM :

Classe :

| $U_0$ (V) | $\omega_\infty$ (rad.s <sup>-1</sup> ) | $\tau_m$ (s) |
|-----------|----------------------------------------|--------------|
| 100       |                                        |              |
| 200       |                                        |              |
| 300       |                                        |              |
| 400       |                                        |              |



DR 1 – Mesure de vitesses moteur en fonction de la commande  $U_0$

**courbe de gain****courbe de phase**

DR 2 – Réponse fréquentielle de la FTBO