ANTENNE DE LIAISON PAR SATELLITE

FIGURE 1 – Les antennes de l'interféromètre de l'IRAM au Plateau de Bure

1 Mise en situation

L'antenne est constituée :

- d'un réflecteur principal quasi parabolique, associé à une source d'illumination périscopique et à un réflecteur auxiliaire. L'ensemble est mobile « **en élévation** » autour d'un axe horizontal situé au sommet d'une monture et est équilibré par deux contrepoids disposés de façon symétrique à l'arrière du réflecteur (voir figure 2) ;
- d'une monture, mobile « **en azimut** » autour d'un axe vertical. Cette monture se déplace sur un rail circulaire solidaire de la structure bétonnée par l'intermédiaire de quatre galets de roulement, dont deux sont motorisés par des actionneurs solidaires de cette monture (voir figure 3). Le rail est équipé d'un système de fin de course, de butées mécaniques et de griffes antibasculement. Sur cette monture sont embarqués les systèmes de recopie des mouvements « en azimut » et « en élévation », les sécurités mécaniques et électriques des déplacements de l'antenne. l'armoire et les câbles de distribution électrique, ainsi que le système d'antigivrage.

La motorisation du mouvement de rotation autour de l'axe vertical ou axe « d'azimut » se fait par l'intermédiaire de deux galets moteurs. Chacun d'eux est entraîné par une chaîne fonctionnelle identique à la chaîne définie sur la figure 4.

L'indice i permet, en prenant les valeurs 1 et 2 de générer la chaîne fonctionnelle de chaque galet moteur.

Le mouvement à grande vitesse du galet est obtenu grâce à un moteur asynchrone $M1_i$ associé à un réducteur à engrenages $R1_i$. Ce moteur est un moteur-frein à manque de courant.

Le mouvement à petite vitesse est généré par un deuxième moteur $M2_i$ entraînant le galet par l'intermédiaire du réducteur $R1_i$ et d'un deuxième réducteur à engrenages $R2_i$. Ce moteur $M2_i$ est un moteur à courant continu asservi en vitesse et position.

Deux embrayages à commande électrique $E1_i$ et $E2_i$ permettent d'accoupler l'un ou l'autre des deux moteurs en fonction du type de mouvement désiré. En absence de courant de commande à ses bornes l'embrayage $E1_i$ transmet le mouvement tandis que l'embrayage $E2_i$ ne le transmet qu'en présence de courant à ses bornes.

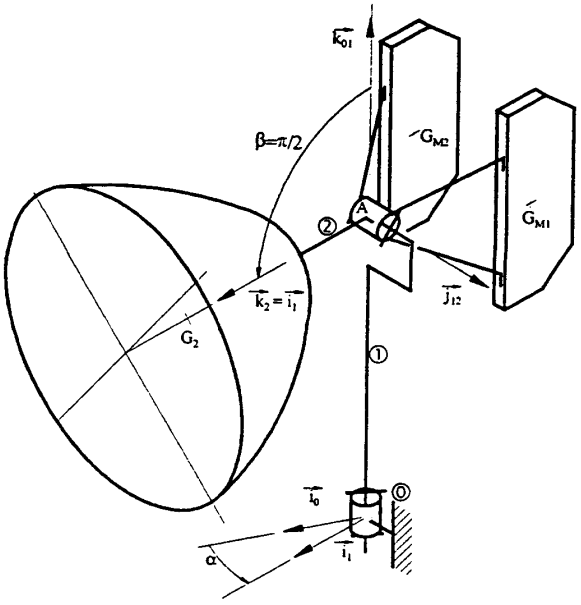

FIGURE 2 – le réflecteur

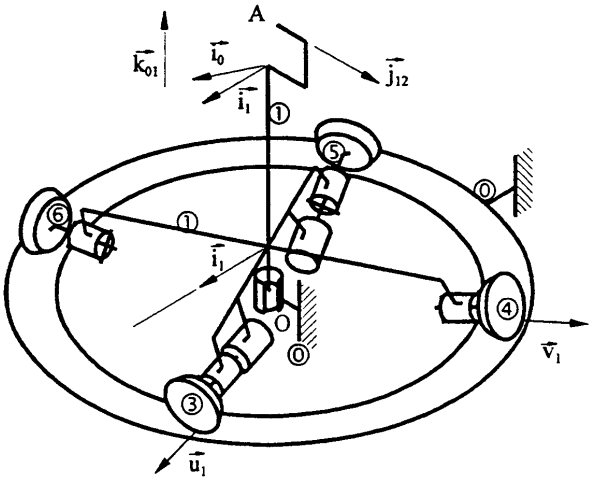

FIGURE 3 – la monture

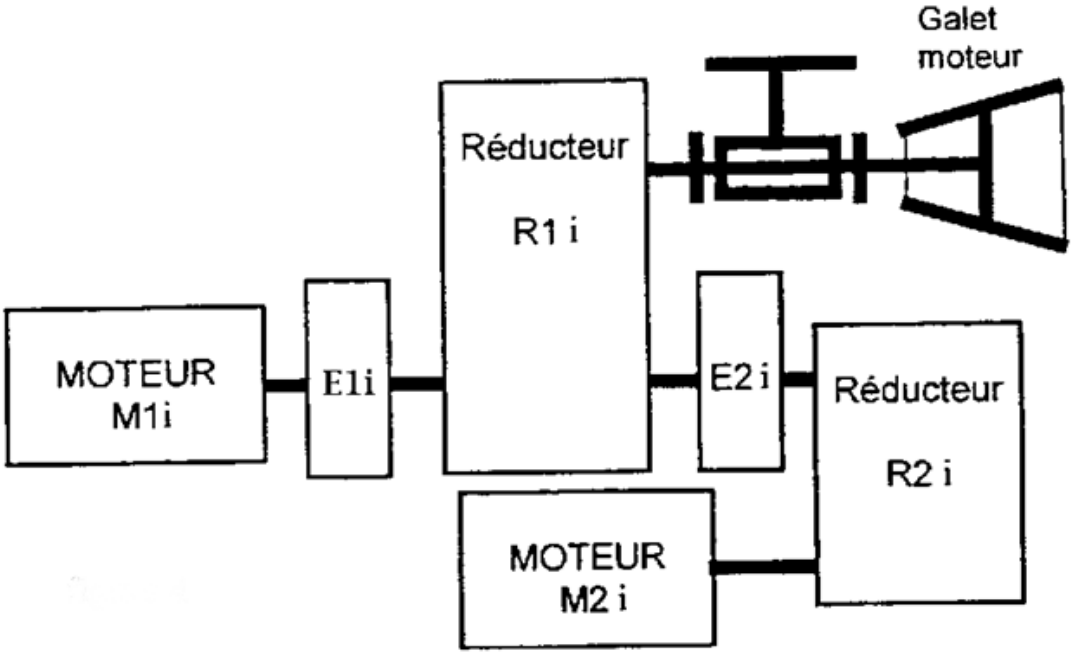

FIGURE 4 – la motorisation

2 Travail demandé

2.1 Etude cinématique du contact galet-piste de roulement

- Au rail (0) est associé un repère $\mathscr{R}_0\left\{O,\vec{i}_0,\vec{j}_0,\vec{k}_{01}\right\}$ avec $\vec{k}_{01}$ orienté suivant la verticale ascendante.
- A la monture (1) (figure 3 et 5) est associé le repère $\mathscr{R}_1\left\{O,\vec{i}_1,\vec{j}_1,\vec{k}_{01}\right\}$. On pose $\alpha=\left(\vec{i}_0,\vec{i}_1\right)=\left(\vec{j}_0,\vec{j}_1\right)$.
  Pour faciliter l'étude, on lui associe également deux autres bases :
  – $\left\{\vec{u}_1,\vec{v}_1,\vec{k}_{01}\right\}$ avec $\vec{u}_1$ orienté par la ligne de contact galet(3)/rail(0). $\left(\vec{i}_1,\vec{u}_1\right)=45°$.
  – $\left\{\vec{u}_1^*,\vec{v}_1,\vec{k}_1^*\right\}$ avec $\theta=\left(\vec{u}_1,\vec{u}_1^*\right)=\left(\vec{k}_{01},\vec{k}_1^*\right)$ demi angle au sommet des cônes des galets.
- Au galet (3) (figure 6) est associé le repère $\mathscr{R}_3\left\{C,\vec{u}_1^*,\vec{v}_3,\vec{k}_3\right\}$. On pose $\gamma=\left(\vec{v}_1,\vec{v}_3\right)=\left(\vec{k}_1^*,\vec{k}_3\right)$.
- Les génératrices des galets se coupent toutes en O.
- Le point D est point médian de la ligne de contact entre (3) et (0) tel que : $\overrightarrow{OD}=R\cdot\vec{u}_1$ et $\overrightarrow{CD}=-r\cdot\vec{k}_1^*$
- L'action du rail sur le galet numéro (3) est modélisée en D par le torseur suivant : $\{T_{0\to3}\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R}(0\to3)\\ \overrightarrow{M}(D,0\to3)\end{array}\right\}_D$
  avec $\overrightarrow{R}(0\to3)\cdot\vec{k}_{01}=Z_{03}$

  f_g est le coefficient de frottement de glissement $f_g=0{,}1$;
  δ est le coefficient de résistance au pivotement $\delta=0{,}001$ m ;
  η est le coefficient de résistance au roulement $\eta=0{,}0005$ m.

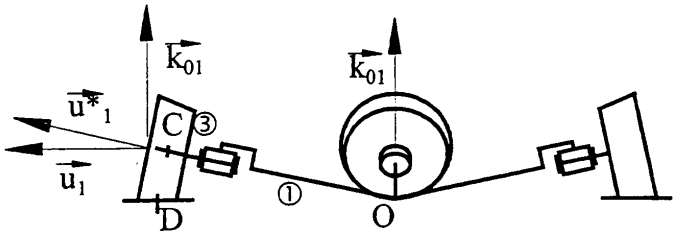

FIGURE 5 – la monture

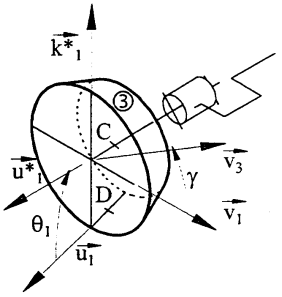

FIGURE 6 – Le galet

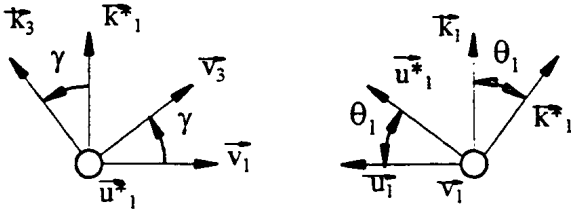

FIGURE 7 – figures de changement de bases

Q1. Montrer que si la vitesse de glissement du galet (3) sur le rail (0) est nulle au point D, elle le sera également en tout point de la génératrice de contact $(D,\vec{u}_1)$. Comment appelle-t-on cet axe ?

Q2. Exprimer la relation entre R, r, $\dot{\gamma}$ et $\dot{\alpha}$ qui traduit le non glissement de (3) sur (0).

Q3. Exprimer $\overrightarrow{\Omega}_p(3/0)$ la composante de pivotement du galet (3) par rapport au rail (0), et $\overrightarrow{\Omega}_r(3/0)$ la composante de roulement du galet (3) par rapport au rail (0) en fonction de R, r, $\dot{\gamma}$ et $\dot{\alpha}$.

Q4. Exprimer le torseur cinématique du mouvement du galet (3) par rapport au rail (0).

2.2 Motorisation de la liaison « AZIMUT »

- La liaison (1)-(0) est globalement considérée comme une pivot d'axe $(A, \vec{k_{01}})$.
- L'étude est réalisée lorsque la liaison (2)-(1) est bloquée à $\beta = \dfrac{\pi}{2}$: l'axe du « bol » est horizontal (position dite « horizon »), $\vec{k_2} = \vec{i_1}$.
- Le solide (1), de masse m_1, a pour centre de gravité le point G_1 situé sur $(A, \vec{k_{01}})$, et a pour matrice d'inertie en A, dans la base $\mathscr{B}_1 \left\{\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_{01}}\right\}$: $[I(A,1)] = \begin{bmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{bmatrix}_{(\mathscr{B}_1)}$ $\overrightarrow{OA} = h \cdot k_{01}$
- Le solide (2), de masse m_2, a pour centre de gravité le point G_2 tel que $\overrightarrow{AG_2} = a.\vec{k_2}$ et a pour matrice d'inertie en G_2, dans la base $\mathscr{B}_2 \left\{\vec{i_2}, \vec{j_2}, \vec{k_2}\right\}$: $[I(G_2,2)] = \begin{bmatrix} A_2 & -F_2 & -E_2 \\ -F_2 & B_2 & D_2 \\ -E_2 & -D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{(\mathscr{B}_2)}$.
- La motorisation de la liaison (1)-(0) permet d'exercer une action mécanique sur (1) réductible au torseur couple $\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_{m1} \cdot \vec{k_{01}} \end{array} \right\}$ où C_{m1} représente la valeur du couple moteur exprimé en Nm.

Q5. Le solide (1) possède deux plans de symétrie matérielle : $(A, \vec{i_1}, \vec{k_{01}})$ et $(A, \vec{j_1}, \vec{k_{01}})$. En déduire la forme la plus simple de sa matrice d'inertie $[I(A,1)]$.

Q6. Le solide (2) possède un plan de symétrie matérielle : $(G_2, \vec{i_2}, \vec{k_2})$. En déduire la forme la plus simple de sa matrice d'inertie $[I(G_2,2)]$.

Q7. Exprimer par ses éléments de réduction en A le torseur dynamique du système $\Sigma = \{1,2\}$ dans son mouvement par rapport à 0 : $\{\mathscr{D}(\Sigma/0)\}$

Q8. Exprimer les torseurs de toutes les actions mécaniques extérieures s'exerçant sur Σ.

Q9. Le repère lié à (0) étant considéré comme galiléen, déterminer le torseur des efforts transmis par la liaison pivot (1)-(0) ainsi que le couple moteur $C\,m_1$ en fonction de $\dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, a, g$ (accélération de la pesanteur) et des caractéristiques d'inertie des solides (1) et (2).

Q10. Expliquer à quelles conditions, le torseur des efforts transmis par la liaison pivot (1)-(0) est indépendant du temps.

Q11. Le constructeur du système a ajouté au solide (2) deux masses identiques M dont les positions des centres de gravité G_{M1} et G_{M2} sont définies par : $\overrightarrow{AG_{M1}} = c \cdot \vec{i_2} + b \cdot \vec{j_2} - L \cdot \vec{k_2}$ et $\overrightarrow{AG_{M2}} = c \cdot \vec{i_2} - b \cdot \vec{j_2} - L \cdot \vec{k_2}$

L'addition des deux masses M au solide (2) permet de placer le centre de gravité de l'ensemble $\{2M+2\}$ au point G_{2M} tel que $\overrightarrow{AG_{2M}} \cdot \vec{k_2} = -e$. Cette position facilite la mise en position dite « de survie » (axe $(A, \vec{k_2})$ vertical) en cas de risque (tempête par exemple).

Déterminer alors l'expression de L en fonction de a, e, M et m_2.

Q12. La matrice d'inertie de chaque solide additionnel de masse M, s'écrit en son centre de gravité G_{M1} ou G_{M2}, dans la base $\mathscr{B}_2 \left\{\vec{i_2}, \vec{j_2}, \vec{k_2}\right\}$: $[I(G_{M1}, M)] = \begin{bmatrix} A_M & 0 & -E_M \\ 0 & B_M & 0 \\ -E_1 & 0 & C_M \end{bmatrix}_{(\mathscr{B}_2)}$

En déduire la forme de la matrice d'inertie $[I(A,2M)]$ des deux masses additionnelles au point A dans la base $\mathscr{B}_2$.

Q13. L'addition des deux masses M au solide (2) permet également de rendre diagonale la matrice d'inertie de l'ensemble $\{2M+2\}$. En déduire l'expression de c en fonction de E_M, E_2, M et L.

Après addition des deux masses, le torseur des efforts transmis par la liaison pivot (1)-(0) s'écrit :

$$\{T_{0\to1}\}=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{R}(0\to1)=X_{01}\cdot\vec{i}_1+Y_{01}\cdot\vec{j}_1+Z_{01}\cdot\vec{k}_{01}\\ \overrightarrow{M}(A,0\to1)=M_{A01}\cdot\vec{j}_1\end{array}\right\}_A \text{ avec } \left\{\begin{array}{l}X_{01}=(2M+M_2)\,e\,\dot{\alpha}^2\\ Y_{01}=-(2M+M_2)\,e\,\ddot{\alpha}\\ Z_{01}=(2M+M_2+M_1)\,g\\ M_{A01}=-(2M+M_2)\,e\,g\end{array}\right.$$

De plus, l'équation « du mouvement » s'écrit : $C_{m1}=J\cdot\ddot{\alpha}$ où J est le moment d'inertie de l'ensemble $\{2M+2\}$ par rapport à l'axe $\left(A,\vec{k}_{01}\right)$.

La constitution de la liaison pivot « d'azimut » est maintenant considérée dans son détail. Elle est réalisée entre le solide 1 muni des quatre galets (3), (4), (5) et (6), et le socle (0). Elle apparaît donc comme la liaison globale équivalente résultant de la mise en parallèle des liaisons galet-rail et de la liaison sphère-cylindre (linéaire annulaire) entre (1) et (0) de centre O (O est le point de rencontre des axes des liaisons pivot entre les galets et (1)). L'angle $\left(i_1,\vec{u}_1\right)=\dfrac{\pi}{4}$ et $\overrightarrow{OA}=h\cdot\vec{k}_{01}$.

Q14. Le torseur d'action mécanique de contact entre le rail (0) et un galet $i\in\{3,4,5,6\}$ s'écrit dans le cas général en D_i point médian de la ligne de contact :

$$\{T_{0\to i}\}=\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{R}(0\to i)=U_{0i}\cdot\vec{i}_1+V_{0i}\cdot\vec{j}_1+Z_{0i}\cdot\vec{k}_{01}\\ \overrightarrow{M}(D_i,0\to i)=0\end{array}\right\}_{D_i}$$

Écrire la forme particulière de chaque torseur $\{T_{0\to i}\}$ en tenant compte du fait que (3) et (5) sont moteurs alors que (4) et (6) sont fous (ni motorisés ni freinés).

Q15. Écrire la forme générale en O, dans la base $\left\{\vec{i}_1,\vec{j}_1,\vec{k}_{01}\right\}$, du torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison linéaire-annulaire noté $\{T_{0\to1L}\}$.

Q16. La liaison pivot (0)-(1) résulte de la mise en parallèle des liaisons galet-rail et de la liaison linéaire-annulaire de centre O. En déduire le système d'équations permettant d'exprimer les coordonnées des torseurs écrits en Q13 et Q14 en fonction de $X_{01}, Y_{01}, Z_{01}, M_{A01}$.

Q17. La géométrie et les conditions cinématiques d'utilisation du système imposent :

$m_1=60\cdot10^3\,kg$; $m_2=40\cdot10^3\,kg$; $M=10^4\,kg$; $e=0,8m$; $g=10m.s^{-2}$;

$\dot{\alpha}_{max}=5,2\cdot10^{-3}\,rad\cdot s^{-1}$; $\ddot{\alpha}_{max}=3,5\cdot10^{-3}\,rad\cdot s^{-2}$.

Calculer les valeurs des quantités X_{01}, Y_{01}, Z_{01} et M_{A01} (voir préambule à la question Q14). Montrer que X_{01} et Y_{01} sont négligeables devant Z_{01}. Elles seront donc négligées par la suite.

Q18. Écrire dans ces nouvelles conditions les équations du système écrit en Q16 qui permettent de calculer les actions normales du rail sur les galets : Z_{0i}.

En considérant que, dans les conditions précédentes, le système possède une symétrie géométrique et de chargement par rapport au plan $\left(O,i_1,\vec{k}_{01}\right)$, résoudre le système d'équations pour déterminer littéralement puis numériquement les actions normales du rail sur les galets $Z_{03}, Z_{04}, Z_{05}, Z_{06}$ dues au poids de l'ensemble.