
Physique-Chimie 2 – Centrale – MP – 2016

I. CIRCUIT SECONDAIRE ET ENRICHISSEMENT DE L'URANIUM

I.A. DESCRIPTION DU CIRCUIT SECONDAIRE DE LA CENTRALE

I.A.1.a. Soit le système constitué par le fluide en évolution cyclique du moteur ditherme. Notons W le travail reçu, Q_{ch} le transfert thermique reçu de la part de la source chaude et Q_{fr} le transfert thermique reçu de la part de la source froide au cours d'un cycle. Par application du premier principe sur un cycle au système, on a

$$\Delta U = W + Q_{\text{ch}} + Q_{\text{fr}} = 0$$

car U , l'énergie interne du système, est une fonction d'état. L'application du second principe sur un cycle au système fournit :

$$\Delta S = S_e + S_c = S_e = Q_{\text{fr}}/T_{\text{fr}} + Q_{\text{ch}}/T_{\text{ch}} = 0$$

car S , l'entropie du système, est une fonction d'état, et l'évolution est réversible ($S_c = 0$). L'expression du « rendement » pour un moteur est défini par

$$\eta = \frac{-W}{Q_{\text{ch}}}$$

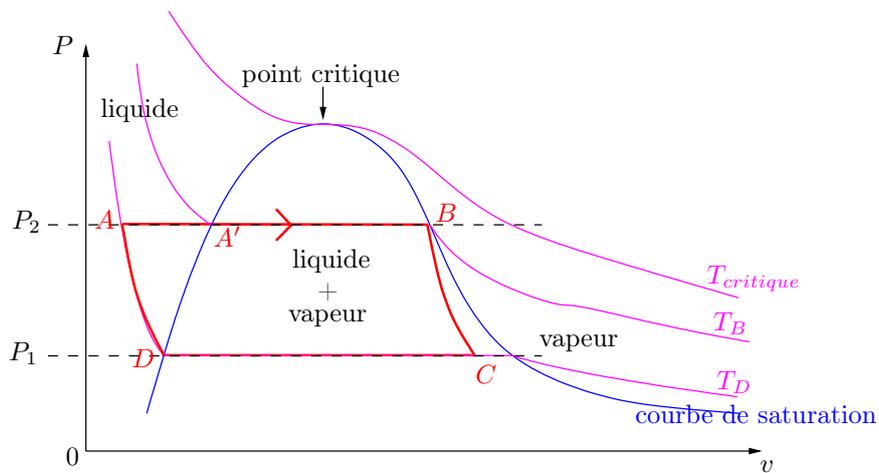
Dans le cas du moteur ditherme de Carnot, on obtient donc l'expression suivante

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{\text{fr}}}{T_{\text{ch}}}$$

I.A.1.b. $\eta_{\text{Carnot}} \simeq 0,442$.

I.A.1.c. $\eta_{\text{réel}} = \frac{P_e}{P_t} \simeq 0,323$, qui est bien inférieur au rendement de Carnot.

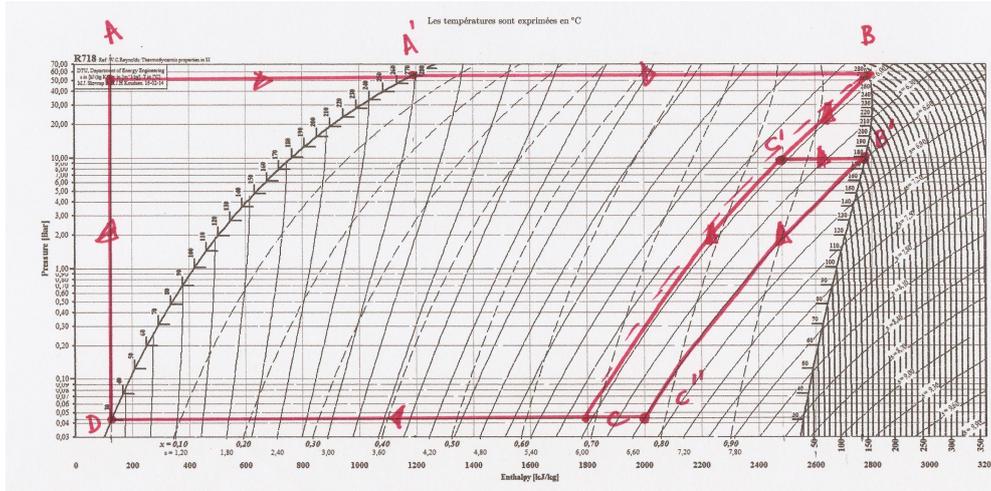
I.A.2.a. Tracé du cycle dans le diagramme de Clapeyron



I.A.2.b. D'après les données en fin d'énoncé :

	P (bar)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	h (kJ.kg^{-1})	s ($\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$)
A'	55	270	1190,10	2,9853
B	55	270	2788,46	5,9226
C	$4,3 \times 10^{-2}$	30	125,22	0,4348

I.A.2.c.



I.A.2.d. Pour un fluide en écoulement stationnaire traversant une partie active où il reçoit par unité de masse un travail utile w_e et un transfert thermique q , le premier principe s'exprime sous la forme (en négligeant les variations d'énergies cinétique et potentielle)

$$h_s - h_e = w_u + q$$

où e et s désigne l'entrée et la sortie de la partie active.

I.A.2.e. L'évolution dans la turbine étant adiabatique, on a

$$w_{BC} = h_C - h_B \simeq -990 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

I.A.2.f. De A à A', l'évolution s'effectue sans travail utile, on a donc

$$q_{AA'} = h_{A'} - h_A = c_p(T_{A'} - T_A) \simeq 1000 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

I.A.2.g. De A' à B, l'évolution s'effectue sans travail utile, on a donc

$$q_{A'B} = h_{B'} - h_{A'} \simeq 1600 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

I.A.2.h. Le rendement du cycle de Rankine de l'installation s'exprime donc sous la forme :

$$\eta_{\text{Rankine}} = \frac{-w_{BC}}{q_{AA'} + q_{A'B}} \simeq 0,40$$

qui est supérieur au rendement réel (comme on le verra le cycle réel n'est pas celui de Rankine mais une modification de ce dernier).

Le rendement de Carnot calculé avec les températures extrêmes du cycle de Rankine proposé est

$$\eta_{\text{Carnot-Rankine}} = 1 - \frac{T_D}{T_B} \simeq 0,44$$

qui est bien supérieur au rendement de Rankine.

I.A.2.i. À la fin de la détente dans la turbine, l'état de l'eau est décrit par le point C qui correspond à un **mélange diphasé liquide-vapeur**. Par lecture graphique, on a $x_C \simeq 0,69$. L'eau étant partiellement liquide, cela peut entraîner la **corrosion** des pièces métalliques constituant la turbine.

I.A.3.a. Voir cycle plus haut (qst I.A.2.c.).

I.A.3.b. Graphiquement, $x_{C'} \simeq 0,85$ et $x_{C''} \simeq 0,77$ tous deux supérieurs à x_C . L'intérêt de la surchauffe est donc de limiter la fraction liquide de l'eau lors de la détente pour **limiter la corrosion de la turbine**.

I.A.3.c. Le nouveau rendement se calcule comme suit :

$$\eta_{\text{Rankine étagé}} = -\frac{w_{BC'} + w_{B'C''}}{q_{AB} + q_{C'B'}} = -\frac{h_{C'} - h_B + h_{C''} - h_{B'}}{h_B - h_A + h_{C'} - h_{B'}} \simeq 0,38$$

Le rendement pour le cycle de Rankine étagé est moindre que pour le cycle simple mais on limite les risques de corrosion.

I.B. ENRICHISSEMENT DE L'URANIUM PAR CENTRIFUGATION

I.B.1. \mathcal{R}_1 n'est pas galiléen car il n'est pas en translation rectiligne uniforme par rapport à \mathcal{R}_0 supposé galiléen.

I.B.2. On munit l'espace de la base cylindrique usuelle :

$$\text{— poids : } d^3 \vec{P} = -\rho g d^3 \tau \vec{u}_z;$$

- forces de pression : $d^3\vec{F}_p = -\overrightarrow{\text{grad}P}d^3\tau$;
- force d'inertie d'entraînement : $d^3\vec{F}_{ie} = \rho r \omega^2 d^3\tau \vec{u}_r$;
- force de Coriolis : nulle car la particule de fluide est considérée au repos dans \mathcal{R}_1 .

I.B.3. Évaluons le rapport des normes de la force d'inertie d'entraînement et de celle du poids

$$\frac{\|d^3\vec{P}\|}{\|d^3\vec{F}_{ie}\|} = \frac{r\omega^2}{g}$$

Ces deux force sont de mêmes normes si $r\omega^2 = g$, soit $r \simeq 4 \text{ nm} \ll R$. Ainsi, on peut considérer que sur l'ensemble de la centrifugeuse, le poids est négligeable devant la force d'inertie d'entraînement.

I.B.4. En projetant sur \vec{u}_r le bilan des forces dans \mathcal{R}_1 , on obtient

$$\rho(r)\omega^2 r = \frac{dP}{dr}$$

or, par l'équation d'état des gaz parfaits, on a $P = n^* k_B T$ et par ailleurs, $\rho = mn^*$, on en déduit que

$$\frac{dn^*}{n^*} = \frac{m\omega^2 r}{k_B T} dr$$

soit

$$n^*(r) = n^*(0) \exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right)$$

I.B.5. La force d'inertie d'entraînement dérivant de l'énergie potentielle : $E_{p,ie} = -\frac{m\omega^2 r^2}{2}$, on vérifie bien que la répartition $n^*(r)$ obéit à une statistique de Maxwell-Boltzmann.

I.B.6. Partant d'une situation où la centrifugeuse est immobile et où donc le rapport de densité moléculaire $\eta_0 = (n_1^*/n_2^*)_{\omega=0}$ (« richesse » en isotope fissile) est indépendant de r , on met en route la centrifugeuse et l'on constate d'après l'étude précédente et d'après les graphes de la question 4 que le rapport $\eta(r) = n_1^*(r)/n_2^*(r)$ est une fonction décroissante de r (car la masse atomique de $^{235}\text{UF}_6$ est inférieure à celle de $^{238}\text{UF}_6$). Ainsi, $\eta(0) = n_1^*(0)/n_2^*(0) > \eta_0 > \eta(R) = n_1^*(R)/n_2^*(R)$. Donc, au niveau de l'axe de rotation de la centrifugeuse, le milieu s'est enrichi en $^{235}\text{UF}_6$. Il s'agit donc de récupérer le gaz au voisinage de l'axe de rotation puis de le placer dans une nouvelle centrifugeuse et ainsi de suite, pour enrichir progressivement le gaz en isotope fissile.

Pour aller un peu plus loin, on peut évaluer numériquement la « richesse » du mélange en r en fonction de celle sur l'axe :

$$\eta(r) = \eta(0) \exp\exp\left(\frac{(m_1 - m_2)\omega^2 r^2}{2k_B T}\right)$$

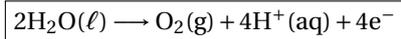
Numériquement, on a $\eta(0) \simeq 1,15\eta(R)$ (ordre de grandeur cohérent avec les graphes fournis). Ainsi, le mélange est environ 15 % plus riche en isotope fissile au centre de la centrifugeuse qu'à sa périphérie. On peut en déduire un ordre de grandeur du nombre de centrifugeuse à mettre en cascade pour passer de 0,714 % à 4 % à environ $\frac{4}{0,714 \ln(1,15)} \simeq 40$.

(Valeur sous-estimée car le rapport des richesses entre axe et périphérie vaut 1,15 mais ceci n'indique pas que sur l'axe la richesse est 1,15 supérieure à la richesse moyenne dans la centrifugeuse et tout dépend du rayon autour de l'axe sur lequel on prélève le gaz enrichi, plus il est grand plus on récupère de gaz mais plus sa richesse est faible, ...).

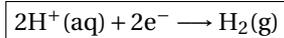
II. CONTRÔLE DES EFFLUENTS DE LA CENTRALE

II.A. REJET DE TRITIUM

II.A.1.a. Anode : oxydation de l'eau selon :

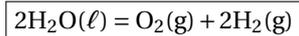


Cathode : réduction de l'eau selon :

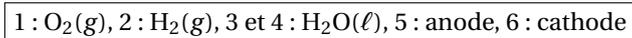


ou plutôt (milieu neutre) $2\text{H}_2\text{O}(\ell) + 2\text{e}^- \longrightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 2\text{HO}^-(\text{aq})$

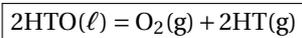
II.A.1.b. Équation-bilan de l'électrolyse (par élimination des électrons dans les demi-équations redox précédentes) :



II.A.1.c. Lors d'une électrolyse, le pôle + constitue l'anode et le pôle – constitue la cathode, on en déduit



II.A.1.d. Directement

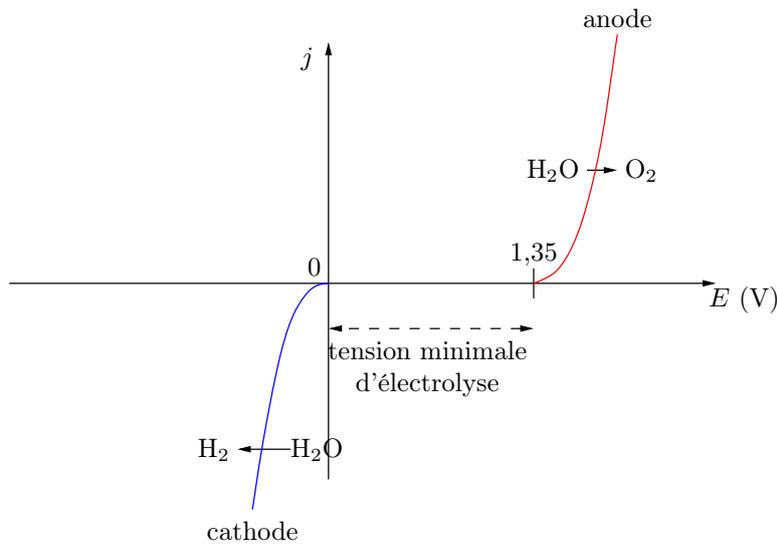


II.A.1.e. On peut imaginer que ces impuretés pourraient être engagées dans des réactions redox concurrentes à celles de l'électrolyse de l'eau et de ce fait nuire à l'efficacité du protocole.

II.A.2.a. L'eau non tritiée étant réduite plus rapidement que l'eau tritiée, l'isotope T quitte la phase aqueuse plus lentement que l'isotope H, d'où l'enrichissement de l'eau en tritium.

II.A.2.b. Les facteurs cinétiques usuels peuvent influencer sur la valeur de β : température, nature de la cathode, ...

II.A.3.a. La tension minimale d'électrolyse est la tension minimale pour laquelle j est non nul, soit environ 1,35 V.



II.A.3.b. La tension aux bornes de l'électrolyseur à j donné est donnée par la formule

$$U_c(j) = E_a(j) - E_c(j) + r(j)j$$

où $E_a(j)$ et $E_c(j)$ sont les potentiels pour les réactions anodique et cathodique données par les courbes j - E (et ne dépendent donc pas de la membrane) pour le courant j et où r est la résistance (en $\Omega \cdot \text{cm}^2$) des membranes. Ainsi, on a

$$U_{c,117}(j) - U_{c,112}(j) = (r_{117}(j) - r_{112}(j))j$$

soit

$$r_{117}(j) - r_{112}(j) = \frac{U_{c,117}(j) - U_{c,112}(j)}{j} \approx 0,3 \Omega \cdot \text{cm}^2 \quad \text{à } j = 1 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$$

II.A.3.c. La membrane la moins épaisse (112) présente donc une résistance moindre et donc permet d'avoir un courant d'électrolyse plus important à tension donnée. En revanche, elle est sûrement plus fragile.

II.B. RISQUES ASSOCIÉS À LA LIBÉRATION DE RuO_4 EN CAS D'UN ACCIDENT GRAVE DE CENTRALE

II.B.1. RuO_4 étant isolant et possédant une température de fusion basse, il cristallise sous la forme d'un solide cristallin moléculaire.

RuO_2 étant conducteur avec une forte température de fusion, il peut cristalliser sous la forme d'un solide cristallin métallique ou covalent.

II.B.2. La relation de Van't Hoff indique que

$$\frac{d \ln K^0}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2}$$

soit
$$\ln K^0 = -\frac{\Delta_r H^0}{RT} + \text{cte}$$

La pente de la droite tracée sur la figure 8 a donc pour expression littérale $-\Delta_r H^0/R$, on en déduit

$$\Delta_r H^0 \approx -14461.R \approx -120 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

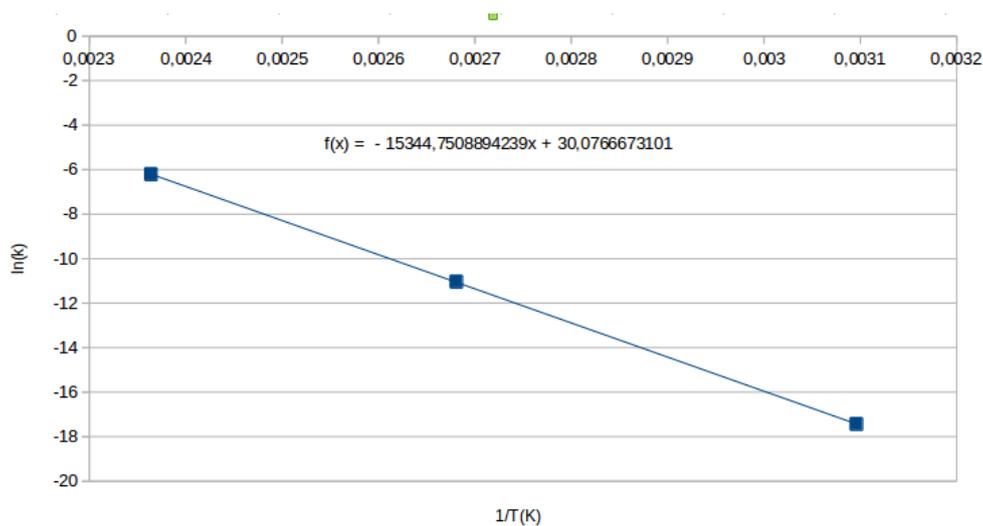
Pour une cinétique d'ordre 1, de constante de vitesse notée k , le temps de demi-vie est donné par

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}$$

Par ailleurs, la loi d'Arrhenius relie k à la température par $k = A \exp\left(-\frac{E_a}{RT}\right)$, où A est une constante. On peut alors compléter le tableau suivant :

T (K)	$t_{1/2}$ (s)	k (s ⁻¹)	$1/T$ (K ⁻¹)	$\ln k$
323	$2,6 \times 10^7$	$2,7 \times 10^{-8}$	$3,1 \times 10^{-3}$	-17,4
373	$4,3 \times 10^4$	$1,6 \times 10^{-5}$	$2,7 \times 10^{-3}$	-11,0
423	$3,5 \times 10^2$	$2,0 \times 10^{-3}$	$2,3 \times 10^{-3}$	-6,2

Puis on trace $\ln k$ en fonction de $1/T$ de pente $-E_a/R$.



On en déduit

$$E_a \approx 128 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

II.B.3. Plus la température est forte plus RuO_4 est stable (car réaction de décomposition exothermique) mais plus la cinétique de décomposition est favorisée.

III. SURVEILLANCE SISMIQUE D'UN SITE NUCLÉAIRE

III.A. $\delta(t) = 2d_0 + 2y(t)$

III.B. D'après la formule de Fresnel, dans le cas de deux intensités mono-voie identiques (notées I_0)

$$I(t) = \frac{1}{2} I_{\max} (1 + \cos(\phi(t)))$$

avec $I_{\max} = 4I_0$ et

$$\phi(t) = 2\pi \frac{\delta(t)}{\lambda} = 4\pi \underbrace{\frac{d_0}{\lambda}}_{\Phi_0} + 4\pi \frac{y(t)}{\lambda}$$

III.C. Au premier ordre en $y(t)/d_0$, on a

$$\cos(\phi(t)) \simeq \cos(\Phi_0) - \sin(\Phi_0) \cdot 4\pi \frac{y(t)}{\lambda}$$

La sensibilité est donc maximale en $y(t)$ pour $\frac{|\sin(\Phi_0)|}{|\cos(\Phi_0)|}$ maximal soit pour

$$\Phi_0 = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

III.D. Remarquons que $d_0 = \lambda/8$ correspond à $\Phi_0 = \pi/2$.

III.D.1. De A à B , le miroir a effectué un aller complet soit une distance $2Y_m$, soit $\Delta\delta = 4Y_m$.

III.D.2. Un aller durant 0,1 s, on en déduit une fréquence $f \simeq 5 \text{ Hz}$.

III.D.3. De A à B , on compte exactement 8 pseudo-périodes de la fonction $I(t)/I_{\max}$, ce qui correspond donc à $\Delta\delta = 8\lambda$.

III.D.4. On en déduit finalement que

$$Y_m = 2\lambda$$

III.E.1. Par un raisonnement similaire, on obtient

$$Y_m = \frac{8,5}{4} \lambda = 2,125\lambda$$

III.E.2. Par un raisonnement similaire, on obtient

$$Y_m = \frac{8 + 1/6 + 1/2 + 1/6}{4} \lambda = 2,208\lambda$$

Merci de me signaler toute erreur par mail : antoine.senger@m4x.org.